Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

В.Л. Шарстнев, Е.Ю. Вардомацкая

Витебский государственный технологический университет

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Библиотека ВГТУ
0 0 0 2 4 5 5 1

Витебск
2008

УДК 004.9
ББК 32.973
Ш 26

Рецензенты:

начальник сектора программирования центра информационных технологий УО «Витебский государственный технологический университет» Н.С. Любочко,

заведующий кафедрой информатики и информационных технологий УО «Витебский государственный университет» кандидат физико-математических наук, доцент А.И. Бочкин.

Рекомендовано в качестве пособия редакционно-издательским советом УО «ВГТУ», протокол № 4 от 20 ноября 2007 г.

Шарстнев В.Л.

Ш26 Компьютерные информационные технологии : лабораторный практикум: пособие / В.Л Шарстнев, Е.Ю. Вардомацкая. – Витебск: УО «ВГТУ», 2008. – 170 стр.

ISBN 985-481-098-4

В лабораторном практикуме представлен комплекс лабораторных работ по курсу «Компьютерные информационные технологии» для экономических специальностей. Даны краткие теоретические сведения по каждой теме, а также варианты заданий.

Лабораторный практикум может быть использован магистрантами при изучении курса «Информационные технологии», а также студентами всех специальностей в курсовом и дипломном проектировании и для самоподготовки.

УДК 004.9
ББК 32.973

ISBN 985-481-098-4

БІБЛІЯТЭКА
УА «ВІЦЕБСКІ ДЗЯРЖАЎНЫ ТЭХНАЛАГІЧНЫ ЎНІВЕРСІТЭТ»
інв. № У-2905

© Шарстнев В.Л., 2007
© Вардомацкая Е.Ю., 2007
© УО «ВГТУ», 2007

Витебский государственный технологический университет

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ **5**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1
«Технология OLE при совместной работе приложений» **7**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2
«Табличный процессор MS Excel. Статистический анализ данных: построение и анализ однофакторных регрессионных моделей» **14**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3
«Табличный процессор MS Excel. Статистический анализ данных: построение и анализ многофакторных регрессионных моделей» **24**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
«Табличный процессор MS Excel. Поиск оптимальных решений» **33**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5
«Система компьютерной математики Maple. Решение уравнений, неравенств и их систем » **49**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6
«Система компьютерной математики Maple. Элементы линейной алгебры: вектора и матрицы **66**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7
«Система компьютерной математики Maple. Операции и функции математического анализа» **75**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8
«Система компьютерной математики Maple. Статистический анализ данных» **85**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9
«Система компьютерной математики Maple. Поиск оптимальных решений» **97**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10
«Интегрированная система STATISTICA. Корреляционный анализ экономической информации» **104**

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №11
«Интегрированная система STATISTICA. Регрессионный анализ экономической информации. Однофакторные регрессионные модели»..... **114**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №12
«Интегрированная система STATISTICA. Регрессионный анализ экономической информации. Многофакторные регрессионные модели»..... **128**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №13-14
«Программирование для INTERNET. Основы языка разметки гипертекстов HTML»..... **139**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №15
Электронная почта..... **147**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №16
Основы работы в INTERNET..... **154**

ПРИЛОЖЕНИЕ 1..... **165**

ПРИЛОЖЕНИЕ 2..... **167**

ПРИЛОЖЕНИЕ 3..... **168**

ЛИТЕРАТУРА..... **170**

Витебский государственный технологический университет

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее издание представляет собой лабораторный практикум по дисциплине "Компьютерные информационные технологии" для студентов экономических специальностей дневной и заочной форм обучения.

Курс "Компьютерные информационные технологии" (КИТ) завершает 3-летний цикл подготовки студентов экономических специальностей в области информационных технологий. Он призван систематизировать знания, полученные после изучения предыдущих курсов ("Основы информатики и вычислительной техники" и "Технологии организации, хранения и обработки данных"), и привести их в соответствие с требованиями времени и действующими стандартами.

Цель изучения данной дисциплины — подготовка студентов и других категорий обучающихся к использованию современных компьютерных информационных технологий как инструмента для решения научных и практических задач в своей предметной области на высоком профессиональном уровне, а также к участию в разработке и внедрении этих технологий в рамках корпоративных информационных систем на уровне постановки задачи и контроля за ее решением, что так необходимо для современного руководителя.

В результате изучения курса КИТ студенты должны:

- иметь представление о техническом обеспечении современных информационных технологий, особенностях его организации и эксплуатации, перспективах его развития;
- ознакомиться с математическим, программным, организационным и другими видами обеспечения компьютерных информационных технологий;
- получить представление о развитии компьютерных информационных технологий в своей предметной области;
- научиться применять средства современных компьютерных технологий при решении задач в своей предметной области;
- уметь сформулировать задание на проектирование автоматизированной системы обработки экономической информации;
- овладеть основами разработки компьютерных информационных технологий.

В пособии изложены сведения о методах использования современных компьютерных технологий как инструмента для решения задач в предметных областях. Освещены вопросы моделирования и методы решения задач экономического содержания, вопросы сетевых информационных технологий.

Основное внимание уделено изучению базовых понятий информационных технологий, техническому и программному обеспечению компьютерных информационных технологий, инструментальным средствам программирования. Изложение теоретического материала иллюстрируется

Национальная академия управления

типовыми примерами. При рассмотрении каждой из представленных ниже тем, помимо кратких теоретические сведений по каждой теме, представлены варианты заданий для самостоятельной работы.

Настоящий лабораторный практикум содержит 16 лабораторных работ, полностью соответствует утвержденной учебной программе курса «Компьютерные информационные технологии» № ТД-258 /тип., 6 октября 2006 г. для экономических специальностей высших учебных заведений и может быть использован при проведении лабораторных работ по соответствующим темам как на дневном, так и на заочном отделении.

Кроме того, данное пособие может быть использовано студентами всех специальностей, магистрантами, аспирантами как при изучении дисциплин информационного направления, так и для самоподготовки.

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

ТЕХНОЛОГИЯ OLE ПРИ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЕ ПРИЛОЖЕНИЙ

Цель работы: приобрести практические навыки экономических расчетов в среде табличного процессора MS Excel. Освоить технологию OLE – связь и внедрение объектов.

Чувашский государственный педагогический университет

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

До эпохи Windows перенос информации из одного приложения в другое был сопряжен с большими трудностями. При создании «составного документа», включающего сведения из двух и более приложений, было необходимо использовать резидентные программы, весьма неуклюжие. Отсутствие стандартов на форматы файлов и несогласованность поведения одновременно загруженных в память программ делали обмен информацией трудным и опасным делом.

В настоящее время составные документы стали настолько обыденным явлением, что даже это понятие употребляется крайне редко. Пользователи Windows привыкли, что можно свободно переносить из одного приложения в другое текстовую, графическую, звуковую и видеоинформацию, и система редко их разочаровывает. Процесс создания составного документа предельно упростился. С одной стороны, из-за улучшенного интерфейса пользователя, с другой - благодаря постоянно развивающемуся стандарту технологии OLE.

В Windows обмен информацией может быть осуществлен по крайней мере тремя способами:

1) через буфер обмена;

2) используя принцип DDE (Dinamic Data Exchange) – динамический обмен данными;

3) используя принцип OLE (Object Linking and Embedding) – связь и внедрение объектов.

Буфер обмена и хранения

Представляет собой область памяти, которую Windows предоставляет в распоряжение программ. Каждая программа может помещать туда данные и брать их оттуда. При этом не имеет никакого значения, что является этими

данными: текст, график, таблица. Необходимое условие, чтобы программа, пользующаяся буфером, могла правильно интерпретировать извлекаемые из него данные. Для работы с буфером обмена все приложения Windows снабжены командами «Вырезать» (Cut), «Копировать»(Copy), «Вставить»(Paste). Когда какая-нибудь часть информации вырезается или копируется из приложения Windows, она помещается в буфер обмена. После этого, воспользовавшись командой «Вставить», можно скопировать содержимое буфера в любую программу Windows.

В буфер обмена для временного хранения и использования можно поместить до 24-х образов (текст, графика и т.д.).

Целесообразно по окончании работы с буфером обмена очистить его содержимое, поскольку его использование занимает память.

Технология OLE

Объект (object) – это любая форма данных, в которой они с помощью технологии OLE могут быть включены в документ. Эти данные могут представлять тексты, графические изображения, звуки, видеосигналы. При этом необязательно, чтобы программа, принимающая объект, понимала его содержание - она должна его только воспроизвести. Если объект должен быть обработан, то автоматически (двойным щелчком левой клавиши мыши) вызывается программа, с помощью которой он был создан.

Внедрение (embedding) - внедренный объект содержит все необходимые для его обработки данные. Никакой связи с его исходным файлом больше не существует, и объект полностью независим. Если внедренный объект подлежит обработке, то автоматически запускается соответствующая программа и ей передаются необходимые данные. Внедренные объекты обладают тем преимуществом, что все данные документа (тексты, графики, звук и т.д.) хранятся в одном файле. В связи с этим эти файлы могут иметь значительный размер.

Связывание (linking) - если объект связан с документом, то документ получает данные двух различных типов:

- необходимые для обеспечения возможности визуального представления объекта;
- имя файла, в котором содержатся собственно данные объекта.

Если объект подлежит обработке, то запускается нужная программа и загружается связанный с объектом файл. Более того, можно автоматически актуализировать связанный объект при изменении его исходного файла. Обычно связывание объектов используется в тех случаях, когда один объект должен быть представлен в нескольких документах.

При работе с внедренным объектом нет необходимости помнить имя файла и название программы, в которой он создавался. Все это объект помнит

Вятский государственный гуманитарный университет

сам. Однако при этом объект помнит только о том, откуда он взялся, и не имеет понятия о том, что происходит в программе, которая его создала. В документах-приёмниках присутствует ссылка на объект. Поэтому изменение объекта в документе-источнике приводит к автоматическому изменению данных в документах-примниках.

Отметим, что связывание и внедрение поддерживается практически большинством программ-приложений Windows. Если в меню Правка имеются команды Связывание или Специальная вставка, то эта программа поддерживает связывание и внедрение объектов.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. В таблице 1.1 размещены результаты квалификационного экзамена сотрудников подразделения (Баллы) и стаж работы (Стаж, лет).

Таблица 1.1. Результаты квалификационного экзамена

ФИО	Баллы	Категория	Тарифный коэффи-циент	Ставка	Стаж, лет	Надбавка за стаж	Оклад
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
Алесич И.С.	85				4		
Бояр А.М.	100				4		
Вакар Н.В.	65				5		
Ветер С.Д.	110				7		
Гомон К.М.	90				3		
Громов П.Л.	180				15		
Жданов И.Л.	220				20		
Жуков С.М.	140				8		

Необходимо рассчитать оклад каждого сотрудника:

Оклад = Ставка + Надбавка за стаж(%) * Ставка. Здесь:
Ставка = Тарифный коэффициент * Ставка 1 разряда;

Тарифный коэффициент определяется в соответствии с категорией специалиста. Категория специалиста зависит от суммы набранных им на квалификационном экзамене баллов (см. таблицу 1.2).

Надбавка за стаж зависит от стажа работы (см. табл.1.3).

Таблица 1.2

Баллы	Категория	Тарифный коэффициент
151-200	I	8
101-150	II	7,5
50 - 100	III	5
>200	Высшая	10

Ставка 1 разряда = 65000 руб.

Таблица 1.3

Надбавка	Стаж, лет
10%	<5
20%	5 - 10
40%	> 10

Витебский государственный технологический университет

Разместим таблицы с исходными данными в ячейках A3:H11 рабочего листа Excel (рис.1.1). В таблицу 1.3 добавим столбец «Стаж» (ячейки J10:J12), в котором представим шкалу *граничных значений стажа* для начисления надбавки за стаж в форме, пригодной для использования функции ВПР.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2												
3	ФИО	Баллы	Категория	Тарифный коэффициент	Ставка	Стаж, лет	Надбавка за стаж	Оклад		Баллы	Категория	Тарифный коэффициент
4	Алесич И.С.	85				4				151-200	I	8
5	Бояр А.М.	100				4				101-150	II	7,5
6	Вакар Н.В.	65				5				50 - 100	III	5
7	Ветер С.Д.	110				7				>200	Высшая	10
8	Гомон К.М.	90				3						
9	Громов П.Л.	180				15				Стаж	Надбавка	Стаж, лет
10	Жданов И.Л.	220				20				0	10%	<5
11	Жуков С.М.	140				8				5	20%	5 - 10
12										10	40%	> 10

Рис.1.1 – Исходные данные для расчета

Рассчитаем столбец «Категория». В ячейку C4 с помощью мастера функций введем формулу
=ЕСЛИ(B4<50;"-";ЕСЛИ(И(B4>=50;B4<=100);"III";ЕСЛИ(И(B4>100;B4<=150);"II";ЕСЛИ(И(B4>150;B4<=200);"I";"Высшая"))))

Скопируем эту формулу в ячейки C5:C11.

Рассчитаем столбец «Тарифный коэффициент». В ячейку D4 введем формулу =ПРОСМОТР(C4;$K$4:$K$7;$L$4:$L$7)

Скопируем эту формулу в ячейки D5:D11.

Рассчитаем столбец «Ставка». В ячейку E4 введем формулу =$B$14*D4. (В ячейку B14 внесено значение ставки 1 разряда) (см. рис.1.2).

Скопируем эту формулу в ячейки E5:E11.

Рассчитаем столбец «Надбавка за стаж». В ячейку G4 введем формулу =ВПР(F4;$J$9:$K$12;2).

Скопируем эту формулу в ячейки G5:G11.

Рассчитаем столбец «Оклад». В ячейку H4 введем формулу =E4+G4*E4. Скопируем эту формулу в ячейки H5:H11.

В ячейке H13 рассчитаем общий фонд заработной платы по отделу =СУММ(H4:H11).

В ячейках H14:H16 рассчитаем фонд заработной платы по каждой категории (см. рис. 1.2):

по I категории: =СУММЕСЛИ($C$4:$C$11;G14;$H$4:$H$11);

по II категории: =СУММЕСЛИ($C$4:$C$11;G15;$H$4:$H$11);

Гомельский государственный технологический университет

по III категории: =СУММЕСЛИ($C$4:$C$11;G16;$H$4:$H$11);

по Высшей категории: =СУММЕСЛИ($C$4:$C$11;G17;$H$4:$H$11).

Заполненная таблица с результатами расчетов представлена на рис. 1.2.

	A	B	C	D	E	F	G	H
3	ФИО	Баллы	Категория	Тарифный коэффициент	Ставка	Стаж, лет	Надбавка за стаж	Оклад
4	Алесич И.С.	85	III	5	325000	4	10,00%	357500
5	Бояр А.М.	100	III	5	325000	4	10,00%	357500
6	Вакар Н.В.	65	III	5	325000	5	20,00%	390000
7	Ветер С.Д.	110	II	7,5	487500	7	20,00%	585000
8	Гомон К.М.	90	III	5	325000	3	10,00%	357500
9	Громов П.Л.	180	I	8	520000	15	40,00%	728000
10	Жданов И.Л.	220	Высшая	10	650000	20	40,00%	910000
11	Жуков С.М.	140	II	7,5	487500	8	20,00%	585000
12								
13					Итого:			4270500
14	Ставка 1 раз	65000			Итого по категория		I	728000
15							II	1170000
16							III	1462500
17							Высшая	910000

Рис.1. 2 – Результаты расчетов

Отразим графически соотношение размера ставки и оклада каждого сотрудника. Для этого воспользуемся мастером диаграмм, выбрав тип диаграммы – «График» (см. рис.1.3).

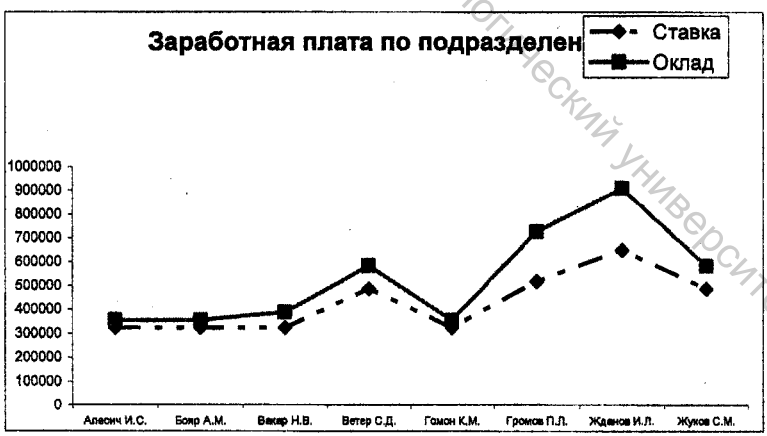


Рис.1.3 – Сведения о заработной плате

Государственный технологический университет

Составим отчетную ведомость по подразделению. Для этого создадим документ Word, в который перенесем данные из таблицы Excel, например, ФИО сотрудника, Ставку, Оклад, обеспечив динамическую связь.

Вначале в ячейках A20:D27 сформируем таблицу с этими данными (рис.1.4).

	A	B	C	
18				
19	ФИО	Категория	Ставка	Оклад
20	Алесич И.С.	=C4:C11	=E4:E11	=H4:H11
21	Бояр А.М.	=C4:C11	=E4:E11	=H4:H11
22	Вакар Н.В.	=C4:C11	=E4:E11	=H4:H11
23	Ветер С.Д.	=C4:C11	=E4:E11	=H4:H11
24	Гомон К.М.	=C4:C11	=E4:E11	=H4:H11
25	Громов П.Л.	=C4:C11	=E4:E11	=H4:H11
26	Жданов И.Л.	=C4:C11	=E4:E11	=H4:H11
27	Жуков С.М.	=C4:C11	=E4:E11	=H4:H11

	A	B	C	D
18				
19	ФИО	Категория	Ставка	Оклад
20	Алесич И.С.	III	325000	357500
21	Бояр А.М.	III	325000	357500
22	Вакар Н.В.	III	325000	390000
23	Ветер С.Д.	II	487500	585000
24	Гомон К.М.	III	325000	357500
25	Громов П.Л.	I	520000	728000
26	Жданов И.Л.	Высшая	650000	910000
27	Жуков С.М.	II	487500	585000

Рис.1.4 – Таблица с данными для отчетной ведомости (в режиме формул и в режиме значений)

Далее выделим эту таблицу и скопируем ее в буфер обмена (Меню Правка → Копировать). Перейдем в документ Word. В меню Правка выберем пункт Специальная вставка → Связать → Лист MS Excel (Объект) → OK (см. рис. 1.5).

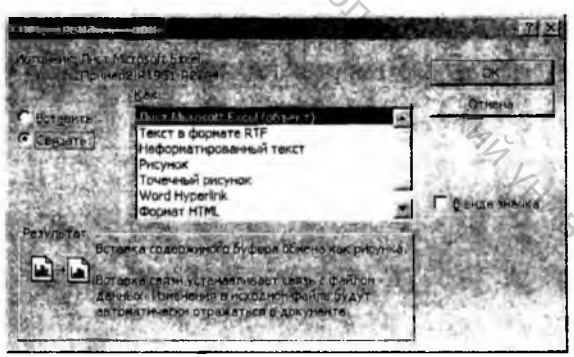


Рис.1.5 – Окно Специальная вставка

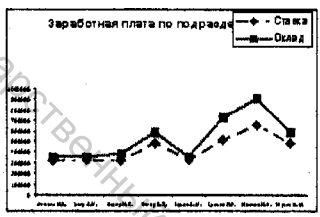
В результате таблица с данными будет вставлена с динамической связью в документ Word. Это значит, что все изменения, вносимые в данные, размещенные в MS Excel, будут автоматически отражаться в созданной отчетной ведомости. Аналогичным образом можно вставить в отчетную

ведомость и построенный график. Фрагмент документа «Отчетная ведомость» представлен на рис. 1.6.

Отчетная ведомость по подразделению

Здесь может быть сопроводительный текст

ФИО	Категория	Ставка	Оклад
Алесич И.С.	III	325000	357500
Боярь А.М.	III	325000	357500
Вакар Н.В.	III	325000	390000
Ветер С.Д.	II	487500	585000
Гомон К.М.	III	325000	357500
Громов П.Л.	I	520000	728000
Жданов И.Л.	Высшая	650000	910000
Жуков С.М.	II	487500	585000



Здесь может быть сопроводительный текст и выводы

Рис.1.6 – Фрагмент отчетной ведомости

Задания для самостоятельной работы ➡

Выполнить задание, выданное преподавателем, в соответствии с № варианта. Таблицу с результатами расчетов и построенные графические объекты экспортировать в документ Word, обеспечив динамическую связь.

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ТАБЛИЧНЫЙ ПРОЦЕССОР MS EXCEL. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ: ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ОДНОФАКТОРНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Цель работы: приобрести практические навыки расчета и анализа однофакторных регрессионных моделей линейной и экспоненциальной структуры с помощью встроенных функций ТП MS Excel категории «статистические».

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Встроенные функции категории «Статистические» ТП Excel обеспечивают расчет и оценку экономико-математических моделей *линейной* и *экспоненциальной* структуры. Некоторые другие виды однофакторных экономико-математических моделей (полиномиальная, логарифмическая, степенная) могут быть получены графическим способом.

В практической работе наибольшее распространение получили модели линейной зависимости.

Линейная однофакторная модель – это уравнение прямой на плоскости, которая может быть описана уравнением

$$Y = m \cdot x + b, \qquad (2.1)$$

где m – коэффициент уравнения регрессии, представляющий собой тангенс угла наклона прямой Y = f(x) к оси OX;

b – свободный член, равный значению точки пересечения прямой Y=f(x) с осью OY.

Экспоненциальная однофакторная модель имеет вид

$$Y = b * m^x. \qquad (2.2)$$

Функции категории «Статистические» для расчета линейных моделей

Параметры *линейной однофакторной модели* вида

$$Y = m \cdot x + b$$

проще всего определить с помощью функций НАКЛОН и ОТРЕЗОК.

Витебский государственный технологический университет

- НАКЛОН(известные_значения_Y; известные_значения_X) – определяет коэффициент наклона линии линейной регрессии m к оси OX.
- ОТРЕЗОК(известные_значения_Y; известные_значения_X) – вычисляет точку пересечения b линии линейной регрессии с осью OY.

известные_начения_Y – это массив зависимого множества наблюдаемой величины.
известные_значения_X – это массив независимого множества наблюдаемой величины. Если аргумент известные_значения_X опущен, то предполагают, что это массив значений 1, 2, 3, … , n той же длины, что и аргумент *известные значения Y*.

Рассчитать коэффициенты линейного уравнения регрессии с выводом дополнительной статистики по регрессии возможно с помощью функции ЛИНЕЙН.

- ЛИНЕЙН(известные_значения_Y,известные_значения_X, константа; статистика) – рассчитывает статистику ряда с применением метода наименьших квадратов для вычисления уравнения прямой линии, которое наилучшим образом описывает исходные данные и может использоваться как для расчета однофакторных, так и многофакторных моделей, что определяется размером массива независимых переменных x_i.

известные_значения_Y – это известные значения Y, для которых параметры X по уравнению определены.
известные_значения_X – это известные значения независимой переменной *X*. Массив известные_значения_X может быть многомерным в отличие от массива известные_значения_Y, который является одномерным. Массив *X* может быть опущен, тогда значения *X* устанавливаются автоматически как предварительный ряд чисел, начиная с 1. Но обязательно должно быть соответствие между размерностями массива *X* и *Y*, если массив *X* задан.
Константа – это логическое значение, которое указывает функции, каким образом должен быть определен коэффициент b. Если логическое значение ИСТИНА или оно опущено, то b определяется в обычном порядке. Если константа равна ЛОЖЬ, то коэффициенты подбираются таким образом, чтобы выполнялось равенство $y = m \cdot x$ (b=0).
Статистика – логическое значение, которое может принимать значение ИСТИНА или ЛОЖЬ. Если статистика имеет значение ИСТИНА, то будет представлена дополнительная регрессионная статистика по регрессии, если ЛОЖЬ или опущено, то выходным массивом будет основная статистика, т.е. коэффициенты m_1, m_2, …, m_n и b.

Витебский государственный технологический университет

В качестве результата функция ЛИНЕЙН возвращает массив коэффициентов уравнения регрессии и дополнительную статистику по регрессии, как показано в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Результаты, возвращаемые функцией ЛИНЕЙН

m_n	m_{n-1}	...	m_2	m_1	b
Se_n	Se_{n-1}	...	Se_2	Se_1	Se_b
r^2	Se_y				
F	d_f				
SS_{reg}	SS_{resid}				

Здесь m_1, m_2 ... m_n, b – коэффициенты уравнения регрессии.

Все остальное – дополнительная статистика по регрессии:

Se_1, Se_2, Se_n– стандартные ошибки для коэффициентов m_1, m_2 ... m_n ;

Se_b – стандартная ошибка для свободного члена b;

r^2 – коэффициент детерминированности, который показывает, как близко теоретическое уравнение описывает исходные данные;

Se_y – стандартная ошибка для Y;

F – критерий Фишера используется для определения того, является ли наблюдаемая взаимосвязь между зависимой и независимой переменными случайной или нет;

Df – степень свободы системы (уравнение надежности). Степени свободы полезны для нахождения F-критических значений в статистической таблице. Для определения уровня надежности модели нужно сравнить значения в таблице с F-статистикой, возвращаемой функцией ЛИНЕЙН;

SSreg - регрессионная сумма квадратов;

SSresid – остаточная сумма квадратов.

Осуществить прогноз фактора-признака Y на основании линейной зависимости по наблюдаемым *X*- и *Y*-значениям можно с помощью функций ПРЕДСКАЗ и ТЕНДЕНЦИЯ.

- ПРЕДСКАЗ(X; известные_значения_Y; известные_значения_X) – эта функция на основании линейного тренда вычисляет или предсказывает будущее значение зависимой переменной *Y*, соответствующее заданному *X*-значению, по существующим *X*- и *Y*-значениям. То есть определяет теоретическое (прогнозируемое) значение *Y* для фиксированного значения *X*, не рассчитывая уравнения регрессии;

  X – это точка данных, для которой предсказывается значение;

  известные_значения_Y – это зависимый массив или интервал данных;

  известные_значения_X – это независимый массив или интервал данных.

Витебский государственный технологический университет

- ТЕНДЕНЦИЯ(известные_значения_Y; известные_значения_X; новые_значения_X; константа) – эта функция на основании линейного тренда вычисляет или предсказывает будущее значение зависимой переменной *Y*, соответствующее заданному массиву *X*-значений по существующим *X*- и *Y*-значениям.
  В отличие от функции ПРЕДСКАЗ, функция ТЕНДЕНЦИЯ позволяет рассчитать теоретические значения *Y* для *массива* новых значений *X*.

  новые_значения_X – массив (или интервал данных), который должен содержать столбец (или строку) для каждой независимой переменной, как и известные_значения_X. Если аргумент новые_значения_X опущен, то предполагается, что он совпадает с аргументом известные_значения_X.
  константа – логическое значение, которое указывает, требуется ли, чтобы константа b была равна 0.

Выставочный государственный технологический университет

Функции категории «Статистические» для расчета экспоненциальных моделей

Рассчитать коэффициенты уравнения регрессии экспоненциальной структуры с выводом дополнительной статистики по регрессии возможно с помощью функции ЛГРФПРИБЛ.

- ЛГРФПРИБЛ(известные_значения_Y;известные_значения_X; константа; статистика) – в регрессионном анализе вычисляет *экспоненциальную* кривую, аппроксимирующую данные, и возвращает массив значений, описывающий эту кривую. Она является универсальной для расчета параметров *экспоненциальных* моделей, так как, кроме коэффициентов уравнения регрессии, может возвращать и дополнительную статистику по регрессии.
  В отличие от функции ЛИНЕЙН аргумент *константа* — это логическое значение, которое указывает, требуется ли, чтобы константа b была равна 1. Если константа имеет значение ИСТИНА или опущено, то b вычисляется обычным образом. Если константа имеет значение ЛОЖЬ, то b полагается равным 1 и значения m подбираются так, чтобы удовлетворить соотношению $y = m^x$.
  Способ использования функции ЛГРФПРИБЛ аналогичен функции ЛИНЕЙН, с той лишь разницей, что исходный набор данных аппроксимируется не прямой линией, а экспонентой. В соответствии с этим и количеством независимых переменных уравнение регрессии принимает соответствующий вид.

  В случае парной регрессии

$$Y = b*m^x \text{ или } Y = m^x.$$

В случае множественной регрессии

$Y = b \cdot m1^{x1} \cdot m2^{x2} \cdot \ldots \cdot mn^{xn}$ или $Y = m1^{x1} \cdot m2^{x2} \cdot \ldots \cdot mn^{xn}$.

Осуществить прогноз фактора-признака Y на основании экспоненциальной зависимости по наблюдаемым *X*- и *Y*-значениям можно с помощью функции РОСТ.

- РОСТ(известные_значения_Y;известные_значения_X; новые_значения_X; константа) – эта функция аналогична функции ТЕНДЕНЦИЯ и используется для расчета прогнозируемого экспоненциального роста на основании имеющихся данных. Она возвращает значения Y для последовательности новых значений X, задаваемых с помощью существующих X- и Y-значений.

Оценить адекватность построенной модели на основании коэффициента корреляции, критерия Фишера и критерия Стьюдента можно с помощью функций:

- КОРРЕЛ(масив1; массив2) – рассчитывает коэффициент корреляции R, который должен находиться в пределах от -1 до +1. Его положительное значение свидетельствует о прямой связи, отрицательное – об обратной, т.е. при увеличении одной переменной другая переменная уменьшается. Чем ближе его абсолютное значение к единице, тем теснее связь. Связь считается достаточно сильной, если коэффициент корреляции по абсолютной величине превышает 0,7, и слабой, если меньше 0,4. Адекватность модели можно оценить с помощью коэффициента детерминированности R^2, который равен квадрату коэффициента корреляции и показывает, насколько точно уравнение, полученное с помощью регрессионного анализа, объясняет взаимосвязи между переменными.
  масив1; массив2 – анализируемые массивы или интервалы значений.
- FРАСПОБР(вероятность;степени_свободы1; степени_свободы2) – эта функция вычисляет критерий Фишера - F-статистику, используемую для определения того, является ли наблюдаемая взаимосвязь между зависимой и независимой переменными случайной или нет.
  Вероятность — это вероятность, связанная с F-распределением.
  Степени_свободы1 — это числитель степеней свободы.
  Степени_свободы2 — это знаменатель степеней свободы.
- СТЬЮДРАСПОБР (вероятность;степени_свободы) - эта функция вычисляет t-статистику Стьюдента, позволяющую оценить значимость коэффициентов уравнения регрессии.
  Вероятность — вероятность, соответствующая двустороннему распределению Стьюдента.
  Степени_свободы — число степеней свободы, характеризующее распределение.

Библиотека Гомельского государственного технического университета

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. В таблице 2.2 приведены показатели уровня жизни по территориям регионов республики Беларусь за 200Хг. Провести анализ зависимости среднедневной заработной платы, руб. (*Y*) от среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного, руб. (*x*).

Таблица 2.2. Показатели уровня жизни по территориям регионов республики Беларусь за 200Х год

Номер региона	Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.	Среднедневная заработная плата, руб.
№	X	Y
1	2633	7855
2	2750	7963
3	2610	7785
4	2440	7580
5	2350	7420
6	2510	7550
7	3500	8500
8	3800	9100
9	3620	8560
10	2296	6800
11	2158	6600
12	2064	6600
13	2688	7700
14	2330	7500
15	1890	6000
16	1788	6000

Разместим таблицу с исходными данными в ячейках A3:C24 рабочего листа Excel. В ячейки B22-B24 внесем значения среднедушевого прожиточного минимума, для которых требуется выполнить прогноз уровня среднедневной заработной платы (см рис.2.1).

Чтобы выполнить анализ зависимости среднедневной заработной платы, руб. (*Y*) от среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного, руб. (*X*), следует построить однофакторную регрессионную модель вида y = m·x + b.

Рассчитаем линейную регрессионную однофакторную модель (см. рис.2.1 и рис.2.2), для чего в ячейки E5:A9 введем функцию ЛИНЕЙН в формате =ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1).

Результатом работы функции является массив значений:

Витебский государственный технологический университет

ячейки E5, F5 – коэффициенты уравнения регрессии m=1.4111 и b=3816,154;

ячейка E7 – коэффициент детерминированности R^2 =0.885;

ячейка E8 – критерий Фишера F=108.12.

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3	Номер региона	Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.	Среднедневная заработная плата, руб.			
4					Функция ЛИНЕЙН	
5		X	Y		1,411024962	3816,154305
6	1	2633	7855		0,135896895	359,8045022
7	2	2750	7963		0,885364164	310,2561167
8	3	2610	7785		108,1258598	14
9	4	2440	7580		10409071,91	1347624,028
10	5	2350	7420			
11	6	2510	7550		Функция ТЕНДЕНЦИЯ	
12	7	3500	8500		9460,3	
13	8	3600	9100		10165,8	
14	9	3620	8560		10871,3	
15	10	2298	6800			
16	11	2158	6600		Функция ПРЕДСКАЗ	
17	12	2064	6600		9460,3	
18	13	2688	7700			
19	14	2330	7500		Функция КОРРЕЛ	
20	15	1890	6000		0,885364164	
21	16	1788	6000			
22	17	4000	9460,3		Функция FРАСПОБР	
23	18	4600	10165,8		4,600	
24	19	5000	10871,3			

Рис.2.1 – Расчет однофакторной регрессионной модели. Результаты

Таким образом, однофакторная регрессионная модель, оценивающая влияние среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного на величину среднедневной заработной платы имеет вид

$$Y = 1.411 \cdot x + 3816.154$$

Вывод: поскольку коэффициент детерминированности R^2=0.885 лежит в пределах 0,75 – 1, расчетное значение критерия Фишера F=108,12 больше табличного (FРАСПОБР(0,05;1;F8)= 4,6), модель следует признать адекватной и использовать для прогнозирования.

В ячейке C22 рассчитаем прогнозное значение среднедневной заработной платы по формуле =E5*B22+F5. В ячейках C23, C24 расчет аналогичен (см. рис.2.2).

В ячейках E12:E14 рассчитаем прогнозное значение среднедневной заработной платы для среднедушевого прожиточного минимума, равного 4000

Витебский государственный технологический университет

руб., 4500 руб., 5000 руб. (ячейки B22–B24) с использованием функции ТЕНДЕНЦИЯ:

=ТЕНДЕНЦИЯ(C6:C21;B6:B21;B22:B24;1).

A	B	C	D	E	F
Пример 3					
Номер региона	Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.	Среднедневная заработная плата, руб.			
	X	Y		Функция ЛИНЕЙН	
1	2633	7855		=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)
2	2750	7963		=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)
3	2610	7785		=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)
4	2440	7580		=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)
5	2350	7420		=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛИНЕЙН(C6:C21;B6:B21;1;1)
6	2510	7550			
7	3500	8500		Функция ТЕНДЕНЦИЯ	
8	3800	9100		=ТЕНДЕНЦИЯ(C6:C21;B6:B21;B22:B24;1)	
9	3620	8560		=ТЕНДЕНЦИЯ(C6:C21;B6:B21;B22:B24;1)	
10	2296	6800		=ТЕНДЕНЦИЯ(C6:C21;B6:B21;B22:B24;1)	
11	2158	6600			
12	2064	6600		Функция ПРЕДСКАЗ	
13	2686	7700		=ПРЕДСКАЗ(B22;C6:C21;B6:B21)	
14	2390	7500			
15	1890	6000		Функция КОРРЕЛ	
16	1788	6000		=КОРРЕЛ(C6:C21;B6:B21)^2	
17	4000	=$E$5*B22+$F$5			
18	4500	=$E$5*B23+$F$5		Функция FРАСПОБР	
19	5000	=$E$5*B24+$F$5		=FРАСПОБР(0,05;1;F8)	

Рис. 2.2 – Расчет однофакторной регрессионной модели. Формулы

В ячейке E15 рассчитаем прогнозное значение среднедневной заработной платы с использованием функции ПРЕДСКАЗ:

=ПРЕДСКАЗ(B22;C6:C21;B6:B21).

В ячейке E18 рассчитаем значение коэффициента корреляции R^2:

=КОРРЕЛ(C6:C21;B6:B21)^2.

В ячейке E12 рассчитаем табличное значение критерия Фишера:

=FРАСПОБР(0,05;1;F8).

Полученные значения совпали с результатами, возвращенными функцией ЛИНЕЙН.

Задание 2. В соответствии с условием задания 1 построить экспоненциальную однофакторную регрессионную модель, оценивающую влияние среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного (X) на величину среднедневной заработной платы (Y).

Воспользуемся данными, размещенными в ячейках A3:C21 рабочего листа Excel. (см. рис. 2.1).

Рассчитаем экспоненциальную регрессионную однофакторную модель вида

$$y = b \cdot m^x,$$

Витебский государственный технологический университет

для чего в ячейки H5:I9 введем функцию ЛГРФПРИБЛ в формате =ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1) (см. рис.2.3).

Результатом работы функции является массив значений (ячейки H5:I9, рис. 2.3):

ячейки H5, I5 – коэффициенты уравнения регрессии m=1.0001 и b=4553.49;

ячейка H7 – коэффициент детерминированности R^2 =0.8501;

ячейка H8 – критерий Фишера F=79.42.

Таким образом, экспоненциальная однофакторная регрессионная модель, оценивающая влияние среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного на величину среднедневной заработной платы, имеет вид:

$$Y = 4553.49 \cdot 1.0001^{x}.$$

3	**Пример 3.3**	
4	Функция **ЛГРФПРИБЛ**	
5	**1,000108572**	**4553,493087**
6	2,11582E-05	0,056101546
7	**0,850134808**	0,048375848
8	**79,41728921**	14
9	0,185854144	0,032763116
10		
11	Функция **РОСТ**	
12	**9680,47**	
13	**10637,52**	
14	**11689,19**	
15		
16	Функция **КОРРЕЛ**	
17	**0,9409**	
18		
19	**Прогноз**	
20	**9680,47**	
21	**10637,52**	
22	**11689,19**	

	H	I
3	**Пример 3.3**	
4	Функция **ЛГРФПРИБЛ**	
5	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)
6	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)
7	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)
8	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)
9	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)	=ЛГРФПРИБЛ(C6:C21;B6:B21;1;1)
10		
11	Функция **РОСТ**	
12	=РОСТ(C6:C21;B6:B21;B22:B24;1)	
13	=РОСТ(C6:C21;B6:B21;B22:B24;1)	
14	=РОСТ(C6:C21;B6:B21;B22:B24;1)	
15		
16	Функция КОРРЕЛ	
17	=КОРРЕЛ(C6:C21;B6:B21)	
18		
19	Прогноз	
20	=$I$5*$H$5^B22	
21	=$I$5*$H$5^B23	
22	=$I$5*$H$5^B24	

Рис.2.3 – Расчет экспоненциальной однофакторной модели

Вывод: поскольку коэффициент детерминированности R^2=0.8501 лежит в пределах 0,75 – 1, расчетное значение критерия Фишера 79,41 больше табличного (4.6), модель следует признать адекватной и, следовательно, ее можно использовать для прогнозирования.

В ячейке H20 рассчитаем прогнозное значение среднедневной заработной платы при уровне среднедушевого прожиточного минимума в день, равном 4000 руб. (ячейка B22) по формуле =I5*H5^B22.

В ячейках H12 – H14 рассчитаем прогнозное значение среднедневной заработной платы с использованием функции РОСТ:

=РОСТ(C6:C21;B6:B21;B22:B24;1).

В ячейке H15 рассчитаем значение коэффициента корреляции R:

=КОРРЕЛ(C6:C21;B6:B21).

Полученные значения совпали с результатами, возвращенными функцией ЛГРФПРИБЛ.

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

С помощью встроенных функций ЭТ Excel установить связь между анализируемыми данными (см. таблицу 2.3), построить и проанализировать экономико-математическую однофакторную регрессионную модель, позволяющую получить прогноз результативного признака на последующие периоды. Вид модели определить самостоятельно. Вывести всю возможную статистическую информацию. Построить график изменения результативного признака во времени. Отразить на графике линию тренда и уравнение регрессии.

Таблица 2.3. Показатели деятельности предприятия

Номер предприятия	Выработка продукции на одного работника тыс. руб.	Новые ОПФ, %	Удельный вес рабочих высокой квалификации %	Коэффициент использования оборудования
1	2	3	4	5
№	**Y**	**x1**	**x2**	**x3**
1	7	3,9	10	0,76
2	7	3,9	14	0,78
3	7	3,7	15	0,75
4	7	4	16	0,78
5	7	3,8	17	0,74
6	7	4,8	19	0,81
7	8	5,4	19	0,81
8	8	4,4	20	0,82
9	8	5,3	20	0,82
10	10	6,8	20	0,82
11	9	6	21	0,84
12	11	6,4	22	0,84
1	2	3	4	5
13	9	6,8	22	0,8
14	11	7,2	25	0,8
15	12	8	28	0,85
16	12	8,2	29	0,85
17	12	8,1	30	0,88
18	12	8,5	31	0,87
19	14	9,6	32	0,89
20	14	9	36	0,85

Варианты заданий

Варианты 1-4: Результативный признак – Y, факторный признак – X1.
Варианты 5-7: Результативный признак – Y, факторный признак – X2 .
Варианты 8-10: Результативный признак – Y, факторный признак – X3.

Чебоксарский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ТАБЛИЧНЫЙ ПРОЦЕССОР MS EXCEL. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ. ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МНОГОФАКТОРНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Витебский государственный технологический университет

Цель работы: приобрести практические навыки расчета и анализа многофакторных регрессионных моделей линейной структуры с помощью надстройки «Пакет анализа».

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Самым мощным средством ТП Excel для решения сложных статистических и инженерных задач вообще и для проведения полного корреляционно-регрессионного анализа в частности является специальная надстройка Пакет Анализа, которая значительно упрощает процесс расчета.

Для проведения анализа данных с помощью этого инструмента необходимо указать входные данные и выбрать параметры. Анализ будет проведен с использованием подходящей статистической или инженерной макрофункции, а результаты будут помещены в выходной диапазон. Кроме того, в этой надстройке имеются средства, которые позволяют представить результаты анализа в графическом виде. В состав Пакета Анализа входят, в частности, дисперсионный и корреляционный анализ, ковариационный анализ, описательная статистика, экспоненциальное сглаживание и др.

Основными этапами построения и анализа регрессионной модели с помощью пакета анализа являются:

- построение системы показателей (факторов);
- сбор и предварительный анализ исходных данных. Построение матрицы коэффициентов парной корреляции;
- выбор вида модели и численная оценка ее параметров;
- проверка качества модели;
- оценка влияния отдельных факторов на основе модели;
- прогнозирование на основе модели регрессии.

Выбор факторов, влияющих на исследуемый показатель, производится на основании качественного и количественного анализа исследуемых явлений.

Построим и проанализируем многофакторную регрессионную модель при помощи надстройки «Пакет Анализа».

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Пример 3.1. Проанализировать показатели хозяйственной деятельности предприятий легкой промышленности (см. приложение 1 и рис. 3.1). Построить линейную многофакторную регрессионную модель и провести анализ зависимости производительности труда *(Y)* от следующих факторов:

X1 – трудоемкость единицы продукции;

X2 – удельный вес рабочих в составе ППП;

X3 – удельный вес комплектующих изделий;

X4 – коэффициент сменности оборудования;

X5 – премии и вознаграждения на одного рабочего;

X6 – удельный вес потерь от брака в себестоимости продукции;

X7 – фондоотдача;

X8 – среднесписочная численность ППП;

X9 – среднегодовая стоимость ОПС;

X10 – фонд заработной платы;

X11 – фондовооруженность труда;

X12 – оборачиваемость нормированных оборотных средств;

X13 – оборачиваемость ненормированных оборотных средств;

X14 – непроизводительные расходы.

Для проведения корреляционного анализа необходимо выполнить следующие действия:

- расположить в смежных диапазонах ячеек данные для корреляционного анализа (ячейки A1 : P32, см. рис. 3.1);

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
	№	Производительность труда	Трудоемкость единицы продукции	Удельный вес рабочих в составе ППП	Удельный вес покупных изделий	Коэффициент сменного оборудования	Премии и вознаграждения на одного рабочего	Удельный вес потерь от брака	Фондоотдача	Среднегодовая численность ППП	Среднегодовая стоимость ОПФ	Среднегодовой фонд з/п ППП	Фондовооруженность труда	Оборачиваемость нормируемых оборотных средств	Оборачиваемость ненормируемых оборотных средств	Непроизводственные расходы
		Y	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14
	1	9,26	0,23	0,78	0,40	1,37	1,23	0,23	1,45	26006,00	167,69	47750,00	8,40	166,32	10,08	17,72
	2	9,38	0,24	0,75	0,26	1,49	1,04	0,39	1,30	23935,00	186,10	50391,00	7,80	92,88	14,76	18,39
	3	12,11	0,19	0,88	0,40	1,44	1,80	0,43	1,37	22589,00	220,45	43149,00	9,76	168,04	6,48	26,46
	4	10,81	0,17	0,70	0,50	1,42	0,43	0,18	1,65	21220,00	169,30	41089,00	7,90	93,96	21,96	22,37
	5	9,35	0,23	0,62	0,40	1,35	0,88	0,15	1,91	7394,00	39,53	14257,00	5,35	173,88	11,88	28,13
	6	9,87	0,43	0,76	0,19	1,39	0,57	0,34	1,68	11586,00	40,41	22661,00	9,90	162,30	12,60	17,55
	7	8,17	0,31	0,73	0,25	1,16	1,72	0,38	1,94	26609,00	102,96	52509,00	4,50	88,56	11,52	21,92
	8	9,12	0,26	0,71	0,44	1,27	1,70	0,09	1,89	7601,00	37,02	14903,00	4,88	101,16	8,28	19,52

Рис.3.1 – Фрагмент таблицы с исходными данными

- выбрать команду *Сервис-->Анализ данных;*
- в диалоговом окне *Анализ данных* выбрать инструмент *Корреляция;*

Витебский государственный технологический университет

- в диалоговом окне *Корреляция* в поле *«Входной интервал»* ввести диапазон ячеек, содержащих исходные данные (B2:P29). Если выделены и заголовки столбцов (а они выделены), то установить флажок *«Метки в первой строке»;*
- установить переключатель *новый рабочий лист* или *выходной диапазон;*
- OK (см. рис. 3.2).

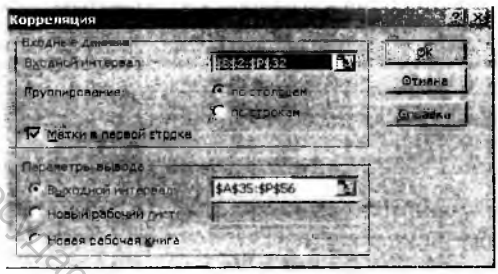


Рис. 3.2 – Окно Корреляция

В результате в ячейках, указанных в поле «Выходной интервал» получим матрицу коэффициентов парной корреляции (см. рис. 3.3).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
34																
35		Y	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14
36	Y	1														
37	x1	-0,82	1													
38	x2	0,096	-0,14	1												
39	x3	0,642	-0,65	-0,05	1											
40	x4	0,508	-0,54	0,392	0,056	1										
41	x5	0,408	-0,28	0,091	0,063	0,2082	1									
42	x6	-0,16	0,01	0,354	-0,43	0,1971	-0,05	1								
43	x7	0,294	-0,23	0,055	0,6	-0,16	-0,1	-0,27	1							
44	x8	0,556	-0,43	0,135	0,48	0,2398	0,436	-0,18	0,11	1						
45	x9	0,646	-0,52	0,066	0,431	0,3646	0,489	-0,14	-0,13	0,895775	1					
46	x10	0,567	-0,43	0,13	0,47	0,2407	0,445	-0,18	0,11	0,997008	0,902	1				
47	x11	0,419	-0,23	-0,07	-0,14	0,4393	0,255	0,08	-0,66	0,204716	0,496	0,21165	1			
48	x12	0,128	-0,17	0,179	0,248	0,1259	-0,04	-0,15	0,29	0,178373	0,021	0,15734	-0,14	1		
49	x13	-0,16	0,031	0,032	0,143	-0,115	-0,59	0,071	0,2	-0,20137	-0,207	-0,20249	-0,23	0,0308	1	
50	x14	-0,01	0,095	-0,95	0,177	-0,418	-0,06	-0,39	0,03	0,031177	0,058	0,0262	0,069	-0,132	-0,024	1

Рис. 3.3 – Матрица коэффициентов парной корреляции

Полученная матрица коэффициентов парной корреляции показывает, что зависимая переменная Y – производительность труда - имеет *тесную* обратную связь с фактором X_1 – трудоемкость единицы продукции (r_{yx1}= -0,82)

и *среднюю* прямую связь с факторами

X_3 – удельный вес комплектующих изделий (r_{yx3} = 0,642),

X_4 – коэффициент сменности оборудования; (r_{yx4} = 0.508),

Витебский государственный технологический университет

X_5 – премии и вознаграждения на одного рабочего (r_{yx5} = 0.408),

X_8 – среднесписочная численность ППП (r_{yx8} = 0.556),

X_9 – среднегодовая стоимость ОПС (r_{yx9} = 0.646),

X_{10} – среднегодовой фонд заработной платы (r_{yx10} = 0.567),

X_{11} – фондовооруженность труда; (r_{yx11} = 0.419).

Влияние остальных факторов незначительно.

Кроме того, факторы X_8, X_9, X_{10} мультиколлинеарны, о чем свидетельствуют парные коэффициенты корреляции (r_{x8x9} = 0.896, r_{x9x10} =0.902 и r_{x8x10} = 0,997). Следовательно из этих трех признаков следует оставить один $X9$, как наиболее коррелирующий с результирующим признаком Y.

Таким образом, регрессионную модель будем строить по следующим независимым факторам-признакам:

X_1 – трудоемкость единицы продукции,

X_3 – удельный вес комплектующих изделий,

X_4 – коэффициент сменности оборудования,

X_5 – премии и вознаграждения на одного рабочего,

X_9 – среднегодовая стоимость ОПС,

X_{11} – фондовооруженность труда.

Данные для уточненной модели (столбцы значений Y, X_1, X_3, X_4, X_5, X_9, X_{11}) разместим в ячейках S2:Y32;

- выберем команду *Сервис-->Анализ данных*;
- в диалоговом окне *Анализ данных* выберем инструмент *Регрессия* (см. рис. 3.4);

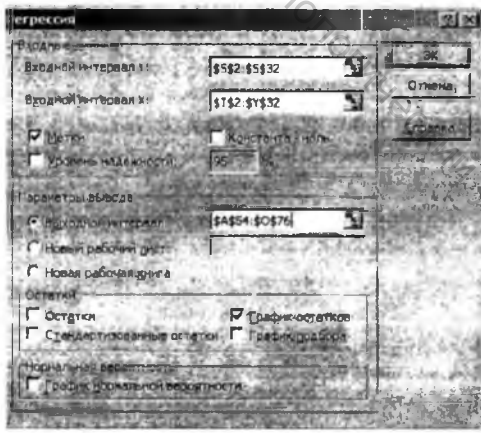


Рис.3.4 – Окно Регрессия

Библиотека Сибирского государственного технологического университета

- в диалоговом окне *Регрессия* в поле *«Входной интервал Y»* введем диапазон ячеек, содержащих значения производительности труда Y (ячейки S2:S32).
- в поле *«Входной интервал X»* введем диапазон ячеек, содержащих значения факторов X_1, X_3, X_4, X_5, X_9, X_{11} (ячейки T2:Y32). Если выделены и заголовки столбцов (а они выделены), то следует установить флажок *«Метки»;*
- установим переключатель «*выходной диапазон*» и укажем, в какие ячейки текущего рабочего листа Excel (A54:O76) выводить результаты регрессии, OK.

Результаты регрессии, оформленные в виде трех таблиц, будут представлены на текущем рабочем листе.

Первая таблица *«Регрессионная статистика»* (см. рис.3.5) содержит показатели регрессии:

	A	B
53		
54	ВЫВОД ИТОГОВ	
55		
56	*Регрессионная статистика*	
57	Множественный R	0,909320565
58	R-квадрат	0,826866389
59	Нормированный R-квадрат	0,781697948
60	Стандартная ошибка	0,977010843
61	Наблюдения	30

Рис. 3.5 – Регрессионная статистика

Коэффициент детерминации, размещенный в ячейке B58 (R^2 = 0,8268), показывает долю вариации результативного признака Y под действием изучаемых факторов X_1, X_3, X_4, X_5, X_9, X_{11} . Следовательно, около 83% вариации зависимой переменной учтено в модели и обусловлено влиянием изучаемых факторов.

Вторая таблица *«Дисперсионный анализ»* (см. рис. 3.6) позволяет осуществить проверку значимости уравнения регрессии.

	A	B	C	D	E	F
62						
63	Дисперсионный анализ					
64		*df*	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
65	Регрессия	6	104,8510957	17,4751826	18,307	1,04009E-07
66	Остаток	23	21,95465432	0,95455019		
67	Итого	29	126,80575			

Рис.3.6 – Дисперсионный анализ

Витебский государственный технологический университет

Регрессионная и остаточная суммы квадратов показаны в ячейках C65 и C66 соответственно. Регрессионная сумма квадратов довольно существенно превосходит остаточную. Это говорит о том, что большая часть вариации производительности труда Y связана с факторами X_1, X_3, X_4, X_5, X_9, X_{11}.

В ячейке E65 показано расчетное значение F-критерия Фишера, а в ячейке B66 число степеней свободы, которое определяется как количество наблюдений (30) за вычетом параметров линейной регрессии (6) и единицы.

Проведем оценку значимости связи, сравнив табличное и расчетное значения F-критерия, который показывает, является ли наблюдаемая взаимосвязь между зависимой и независимой переменными случайной или нет. Для этого можно использовать функцию FРАСПОБР(0.05; 6; 23).

При уровне значимости 0,05 и числе степеней свободы 6 и 23 табличное значение F-критерия составляет около 2,52. Расчетное значение 18,37 гораздо больше, что свидетельствует о статистической значимости связи и, значит, уравнение регрессии следует считать адекватным.

Третья таблица *«Регрессионная модель»* (см. рис. 3.7) показывает коэффициенты уравнения регрессии – b, m_1, ... m_6 (ячейки B70:B76 соответственно) и позволяет оценить из значимость.

	A	B	C	D		F	G	H
		Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*	*Нижние 95%*	*Верхние 95%*	*Нижние 95,0%*
	Y-пересечение	2,5748634	4,353143038	0,591495245	0,559958	-6,430286681	11,58001363	-6,430286806
	x1	-8,1453571	3,984353034	**-2,054649774**	0,051445	-16,346235	0,055520845	-16,34623498
	x3	6,704935	2,20753094	**3,037300562**	0,0058536	2,138315502	11,27155443	2,138315502
	x4	2,6079862	2,317782529	1,125208307	0,2721062	-2,186703786	7,402680096	-2,186703785
	x5	0,8092029	0,443940278	1,822774236	0,0813645	-0,10915628	1,727562065	-0,109156282
	x9	-0,0004095	0,003102892	-0,131976258	0,8961508	-0,00682788	0,006008917	-0,006827881
	x11	0,3002944	0,116627499	**2,574816165**	0,0169367	0,059032335	0,541556405	0,059032335

Рис.3.7 – Регрессионная модель

Оценка значимости этих коэффициентов производится с использованием t-критерия Стьюдента (ячейки D70:D76) и уровня значимости p < 0.05 (ячейки E70:E76). Табличное значение t-критерия при уровне значимости 5% и степенях свободы n = 23 (функция =СТЬЮДРАСПОБР(0,05;23)) составляет 2,068, что меньше фактических значений t-критерия Стьюдента коэффициентов при X_3 и X_{11}, с натяжкой соответствует t-критерию коэффициента при X_1 и больше значений t-критерия коэффициентов при X_4, X_5, X_9, т. е. не все коэффициенты существенны. Рассчитанное уравнение регрессии может быть представлено в виде

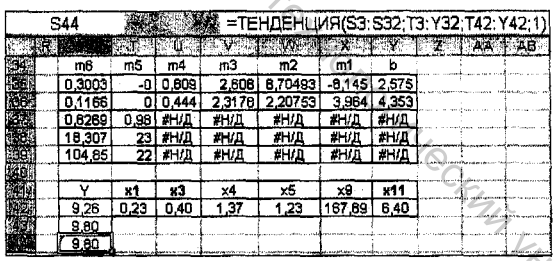
$$Y = -8.145 \cdot X1 + 6,7 \cdot X3 + 2.607 \cdot X4 + 0.809 \cdot X5 - 0.0004 \cdot X9 + 0.3 \cdot X11 + 2.575.$$

Но произведенный анализ наблюдений показывает, что при заданном уровне значимости p=0,05 производительность труда *(Y)* весьма тесно связана только с тремя факторами: трудоемкостью единицы продукции (X_1), удельным весом комплектующих изделий (X_3) и фондовооруженностью (X_{11}), и, следовательно, факторы X_4, X_5 и X_9 из модели следует исключить и повторить расчет уравнения регрессии с учетом только оставшихся факторов: трудоемкость единицы продукции (X_1), удельный вес комплектующих изделий (X_3) и фондовооруженность (X_{11}).

Следует отметить, что подобный вывод можно сделать уже при анализе матрицы коэффициентов парной корреляции (см. рис. 3.3).

Рассчитать уравнение регрессии $Y = f(X_1, X_3, X_4, X_5, X_9, X_{11})$ (см. выше) можно и с помощью функции ЛИНЕЙН.

Воспользуемся данными (значения факторов Y, X_1, X_3 и X_{11}) в ячейках S2:Y32 рабочего листа Excel.В ячейки S35:Y39 рабочего листа Excel введем функцию ЛИНЕЙН в формате =ЛИНЕЙН(S3:S32;T3:Y32;1;1) и получим результат (см. рис.3.8). При этом способе расчета будет представлена не вся дополнительная статистика по регрессии. Здесь верхняя строка (ячейки S35:Y35) – коэффициенты уравнения регрессии $m_1 \ldots m_6$ и b, ячейка S37 – коэффициент детерминированности R^2 = 0.827, ячейка S38 – критерий Фишера F = 18.31.



S44 =ТЕНДЕНЦИЯ(S3:S32;T3:Y32;T42:Y42;1)

	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
34		m6	m5	m4	m3	m2	m1	b			
35		0,3003	-0	0,809	2,608	8,70483	-8,145	2,575			
36		0,1166	0	0,444	2,3176	2,20753	3,964	4,353			
37		0,8289	0,98	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д			
38		18,307	23	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д			
39		104,85	22	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д			
40											
41		Y	x1	x3	x4	x5	x9	x11			
42		9,26	0,23	0,40	1,37	1,23	167,69	6,40			
43		9,80									
44		9,80									

Рис 3.8 – Результаты, возвращенные функцией ЛИНЕЙН

Таким образом, многофакторная регрессионная модель, оценивающая влияние трудоемкости единицы продукции X_1, удельного веса комплектующих изделий X_3, коэффициента сменности оборудования X_4, премий и вознаграждений на одного работника X_5, среднегодовой стоимости ОПС X_9 и фондовооруженности труда X_{11} на уровень производительности труда Y, имеет вид

$$Y=-8.14\cdot X_1 + 6.704\cdot X_3 + 2.607\cdot X_4 + 0.809\cdot X_5 + 0.3\cdot X_{11} + 2.57$$

Учебный издательский центр Белорусский университет

Оценив значения коэффициента детерминированности R^2 и критерия Фишера F, полученное уравнение регрессии следует признать адекватным. Следовательно, его можно использовать для прогнозирования.

В ячейке S43 рассчитаем прогноз значения уровня производительности труда по формуле

=X35*T42+W35*U42+V35*V42+U35*W42+T35*X42+S35*Y42+Y35.

В ячейке S44 рассчитаем прогноз значения уровня производительности труда с использованием функции ТЕНДЕНЦИЯ

=ТЕНДЕНЦИЯ(S3:S32;T3:Y32;T42:Y42;1).

Прогнозируемое значение уровня производительности труда в обоих случаях получилось одинаковым и равным 9.80 ед.

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

Исследовать влияние факторов x1, x2, ... , x_n на результативный признак Y. С помощью встроенных функций и Пакета анализа ТП MS Excel построить многофакторную регрессионную модель, отражающую влияние показателей экономического роста предприятия за период 1997 – 2002 г.г. x1, x2, ... , x_n на результативный признак Y (см. таблицу 3.1).

Таблица 3.1. Показатели экономического роста предприятия

Период	ИПЦ	Выручка	Себесто-имость	Прибыль от реализации	Балан-совая прибыль	Стоимость основных фондов	Рентабель-ность общая	Рентабель-ность собственная
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1-1997	132,2	201840	200120	1720	1906	156120	1,2	4,7
2-1997	130,3	206151	204134	2017	2102	188200	1,1	4,3
3-1997	126,6	248842	245620	3222	2117	190264	1,1	4,3
4-1997	115,4	243189	240136	2940	1084	202404	0,5	1,8
1-1998	107,3	440531	400111	40420	30245	755344	4	19,5
2-1998	105,6	484255	422133	62122	36780	880112	4,2	20,4
3-1998	105,7	508470	445050	63420	45246	814466	5,6	27,1
4-1998	104,5	554502	484438	67918	52047	915842	5,7	28,2
1-1999	104	552753	522333	30420	41222	2015612	2	12,8
2-1999	103,5	564299	522177	42122	46780	2055388	2,3	14,2
3-1999	103,3	675642	632222	43420	43444	2091426	2,1	13
4-1999	100,5	700213	637123	48678	39395	2163830	1,8	11,3
1-2000	107,6	1272210	1229765	42445	78236	1461204	5,4	21
2-2000	109,5	1493449	1432173	61276	76883	1582006	4,9	19,1
3-2000	120,8	1858141	1792262	65879	73245	1902642	3,8	15,1
4-2000	118	2029936	1941401	74123	60158	1928648	3,1	10,7
1-2001	113,2	2931555	2529111	402444	367200	7156120	5,1	22,6
2-2001	111,4	3333699	2932444	401255	375400	7388200	5,1	22,4
3-2001	111,7	4148223	3732344	415879	386250	7614264	5,1	22,4

Окончание таблицы 3.1

4-2001	100,2	4229238	3821512	393314	429608	7842968	5,5	24,2
1-2002	105,1	4812096	4440203	582420	486620	10156144	4,8	20,6
2-2002	105,6	5513465	4532222	581111	532300	10188248	5,2	22,4
3-2002	106,1	5757577	4511107	625233	588100	10114246	5,8	25
4-2002	107,2	6562879	4633225	655719	652725	10233682	6,4	27,4
1-2003	106,1	10433333	4742424	690234	686111	10156144	6,8	22,1
2-2003	105	10462269	4755577	703846	702300	10188248	6,9	22,4
3-2003	103,4	10400553	4727524	710246	708100	10114246	7	25,4
4-2003	103,4	10609859	4822663	724964	712725	14294322	5	26,2
1-2004	103,9	10625287	4829676	721400	712344	10156144	7	22,6
2-2004	103,8	10631179	4832354	736800	732106	10188248	7,2	22,5
3-2004	103,8	10631157	4832344	740277	738212	10114246	7,3	25,1
4-2004	103,7	10984046	4992748	764333	752566	22440110	3,4	25,2

Варианты заданий:

№ варианта	Результативный признак	Номера факторных признаков
1	x_0	x_1, x_2, x_3, x_4
2	x_0	x_2, x_3, x_4, x_5
3	x_0	x_3, x_4, x_5, x_6
4	x_0	x_4, x_5, x_6, x_7
5	x_5	x_1, x_2, x_3, x_4
6	x_5	x_1, x_2, x_3, x_7
7	x_5	x_2, x_3, x_6, x_7
8	x_7	x_2, x_3, x_4, x_5
9	x_7	x_3, x_4, x_5, x_6
10	x_7	x_1, x_2, x_5, x_6

Белорусский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ТАБЛИЧНЫЙ ПРОЦЕССОР MS EXCEL. ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Цель работы: изучить возможности утилиты «Поиск решения» ТП MS Excel на примере решения оптимизационных задач: оптимизации производственной программы, оптимизации плана перевозок.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Среди оптимизационных задач экономики и управления производством наиболее известны задачи линейного программирования, в которых максимизируемая (минимизируемая) функция F(X) является линейной, а ограничения G задаются линейными неравенствами.

Общая форма записи модели задачи линейного программирования имеет вид:

целевая функция (ЦФ):

$$F(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \max(\min),$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le (\ge, =) b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le (\ge, =) b_2, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le (\ge, =) b_m, \\ x_1, x_2, \ldots x_k \ge 0 \, (k \le n). \end{cases}$$

Прикладной программный продукт ТП Excel фирмы Microsoft содержит в своем составе достаточно мощное средство для решения задач оптимизации с учетом ограничений.

Это так называемая утилита "Поиск решения" (см. рис. 4.1). Прокомментируем некоторые аспекты работы с этой утилитой.

БІБЛІЯТЭКА
УА «ВІЦЕБСКІ ДЗЯРЖАЎНЫ ТЭХНАЛАГІЧНЫ ЎНІВЕРСІТЭТ»
інв. № У-2905

Витебский государственный технологический университет

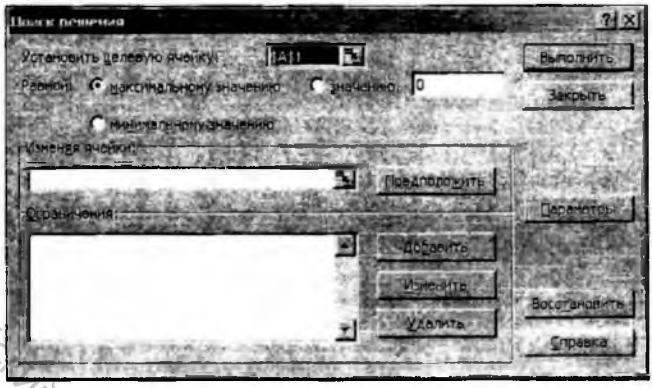


Рис.4.1– Окно утилиты Поиск решения

Искомые переменные - ячейки рабочего листа Excel - называются регулируемыми ячейками.

Целевая функция $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, называемая иногда просто целью, должна задаваться в виде формулы в ячейке рабочего листа. Эта формула может содержать функции, определенные пользователем, и должна зависеть (ссылаться) от регулируемых ячеек. В момент постановки задачи определяется, что делать с целевой функцией. Возможен выбор одного из вариантов:

- найти максимум целевой функции $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$;
- найти минимум целевой функции $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$;
- добиться того, чтобы целевая функция $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ имела фиксированное значение: $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a$ (см. рис. 4.2).

Рис.4.2 – Определение целевой функции в окне утилиты «Поиск решения»

Функции $G(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ называются ограничениями. Их можно задать как в виде равенств, так и неравенств.

На регулируемые ячейки (искомые параметры – $x_1, x_2, \ldots, x_n$) можно наложить дополнительные ограничения: неотрицательности и/или целочисленности, тогда решение ищется в области положительных и/или целых чисел (см. рис.4.3).

Витебский государственный технологический университет

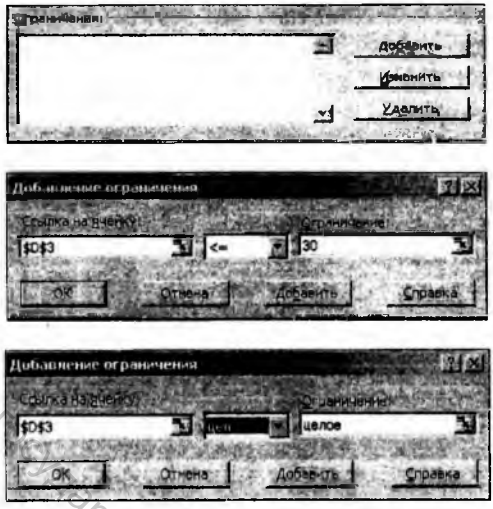


Рис. 4.1 – Определение ограничений

Под эту постановку попадает самый широкий круг задач оптимизации, в том числе решение различных уравнений и систем уравнений, задачи линейного (см. выше) и нелинейного программирования.

Управление диалоговым окном поиска решения осуществляется следующим образом (см. рис. 4.1).

Установить целевую ячейку

Служит для указания целевой ячейки, значение которой необходимо максимизировать, минимизировать или установить равным заданному числу. Эта ячейка должна содержать формулу для вычисления целевой функции.

Равной

Служит для выбора варианта оптимизации значения целевой ячейки (максимизация, минимизация или подбор заданного числа). Чтобы установить число, необходимо ввести его в поле.

Изменяя ячейки

Служит для указания ячеек, значения которых изменяются в процессе поиска решения до тех пор, пока не будут выполнены наложенные ограничения и условие оптимизации значения ячейки, указанной в поле Установить целевую ячейку. В этих ячейках должны содержаться переменные оптимизационной модели.

Витебский государственный технологический университет

Ограничения

Служит для отображения списка граничных условий поставленной задачи.

Выполнить

Служит для запуска поиска решения поставленной задачи.

Закрыть

Служит для выхода из окна диалога без запуска поиска решения поставленной задачи. При этом сохраняются установки, сделанные в окнах диалога.

Параметры

Служит для отображения диалогового окна Параметры поиска решения, в котором можно загрузить или сохранить оптимизируемую модель и указать предусмотренные варианты поиска решения.

Восстановить

Служит для очистки полей окна диалога и восстановления значений параметров поиска решения, используемых по умолчанию.

Диалоговое окно "Параметры поиска решения"

Можно изменять условия и варианты поиска решения для линейных и нелинейных задач, а также загружать и сохранять оптимизируемые модели. Значения и состояния элементов управления, используемые по умолчанию, подходят для решения большинства задач (см. рис.4.2).

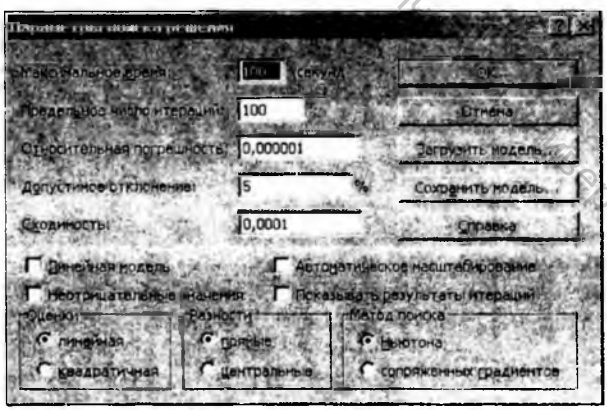


Рис.4.2 – Диалоговое окно "Параметры поиска решения"

Витебский государственный технологический университет

Максимальное время

Служит для ограничения времени, отпускаемого на поиск решения задачи. В поле можно ввести время (в секундах), не превышающее 32767; значение 100, используемое по умолчанию, подходит для решения большинства простых задач.

Предельное число итераций

Служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа промежуточных вычислений. В поле можно ввести значение, не превышающее 32767; значение 100, используемое по умолчанию, подходит для решения большинства простых задач.

Относительная погрешность

Служит для задания точности, с которой определяется соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам. Поле должно содержать десятичную дробь от 0 (нуля) до 1. Чем больше десятичных знаков в задаваемом числе, тем выше точность — например, число 0,0001 представлено с более высокой точностью, чем 0,01.

Допустимое отклонение

Служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения, если множество значений влияющей ячейки ограничено множеством целых чисел. При указании большего допуска поиск решения заканчивается быстрее.

Сходимость

Когда относительное изменение значения в целевой ячейке за последние пять итераций становится меньше числа, указанного в поле Сходимость, поиск прекращается. Сходимость применяется только к нелинейным задачам, условием служит дробь из интервала от 0 (нуля) до 1. Лучшую сходимость характеризует большее количество десятичных знаков — например, 0,0001 соответствует меньшему относительному изменению по сравнению с 0,01. Лучшая сходимость требует больше времени на поиск оптимального решения.

Линейная модель

Служит для ускорения поиска решения линейной задачи оптимизации.

Показывать результаты итераций

Служит для приостановки поиска решения для просмотра результатов отдельных итераций.

Автоматическое масштабирование

Служит для включения автоматической нормализации входных и выходных значений, качественно различающихся по величине — например,

Сибирский государственный технологический университет

максимизация прибыли в процентах по отношению к вложениям, исчисляемым в миллионах рублей.

Неотрицательные значения

Позволяет установить нулевую нижнюю границу для тех влияющих ячеек, для которых она не была указана в поле Ограничение диалогового окна Добавить ограничение

Оценка

Служит для указания метода экстраполяции — линейная или квадратичная, используемого для получения исходных оценок значений переменных в каждом одномерном поиске.

Линейная – служит для использования линейной экстраполяции вдоль касательного вектора.

Квадратичная – служит для использования квадратичной экстраполяции, которая дает лучшие результаты при решении нелинейных задач.

Разности

Служит для указания метода численного дифференцирования — прямые или центральные производные, который используется для вычисления частных производных целевых и ограничивающих функций.

Прямые – используется в большинстве задач, где скорость изменения ограничений относительно невысока.

Центральные – используется для функций, имеющих разрывную производную. Данный способ требует больше вычислений, однако его применение может быть оправданным, если выдается сообщение о том, что получить более точное решение не удается.

Метод поиска

Служит для выбора алгоритма оптимизации — метод Ньютона или сопряженных градиентов — для указания направления поиска.

Ньютона. Реализация квазиньютоновского метода, в котором запрашивается больше памяти, но выполняется меньше итераций, чем в методе сопряженных градиентов.

Сопряженных градиентов. Реализация метода сопряженных градиентов, в котором запрашивается меньше памяти, но выполняется больше итераций, чем в методе Ньютона. Данный метод следует использовать, если задача достаточно велика и необходимо экономить память, а также если итерации дают слишком малое отличие в последовательных приближениях.

Утилита «Поиск решения» позволяет представлять результаты в виде трех отчетов: Результаты, Устойчивость и Пределы.

Витебский государственный технологический университет

Для генерации одного или нескольких отчетов выделяются их названия в окне диалога **Результаты поиска решения.**

Отчет по устойчивости содержит информацию о том, насколько целевая ячейка чувствительна к изменениям ограничений и переменных. Этот отчет имеет два раздела: один для изменяемых ячеек, а второй для ограничений. Раздел для изменяемых ячеек содержит значение нормированного градиента, которое показывает, как целая ячейка реагирует на увеличение значения в соответствующей изменяемой ячейке на одну единицу. Подобным образом множитель Лагранжа в разделе для ограничений показывает, как целевая ячейка реагирует на увеличение соответствующего значения ограничения на одну единицу.

Отчет по результатам содержит три таблицы: в первой приведены сведения о целевой функции до начала вычисления, во второй - значения искомых переменных, полученные в результате решения задачи, в третьей - результаты оптимального решения для ограничений. Этот отчет также содержит информацию о таких параметрах каждого ограничения, как статус и разница. Статус может принимать три состояния: связанное, несвязанное или невыполненное. Значение разницы - это разность между значением, выводимым в ячейке ограничения при получении решения, и числом, заданным в правой части формулы ограничения.

Отчет по пределам содержит информацию о том, в каких пределах значения изменяемых ячеек могут быть увеличены или уменьшены без нарушения ограничений задачи. Для каждой изменяемой ячейки этот отчет содержит оптимальное значение, а также наименьшие значения, которые ячейки может принимать без нарушения ограничений.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. Решить линейную оптимизационную задачу.

Фирма производит три вида продукции (A, B, C), для выпуска каждого требуется определенное время обработки на четырех устройствах.

Вид продукции	Время обработки, ч.				Прибыль, у.е.
	I	II	III	IV	
A	1	3	1	2	3
B	6	1	3	3	6
C	3	3	2	4	4

Максимально допустимое время работы на устройствах I, II, III, IV составляет соответственно 84, 42, 21 и 42 часа.

Требуется рассчитать план производства, обеспечивающий максимальную прибыль.

Библиотека Государственного технологического университета

Решение

Разместим таблицу с исходными данными в ячейках A1:G9 Рабочего листа Excel и выполним необходимые предварительные расчеты (см. рис.4.3).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вид продукции	Время обработки, ч.				Прибыль, у.е.	Количество
2		I	II	III	IV		
3	A	1	3	1	2	3	0
4	B	6	1	3	3	6	0
5	C	3	3	2	4	4	0
6						0	
7	Время	0	0	0	0		
8							
9	Ограничения	84	42	21	42		

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вид	Время обработки, ч				Прибыль, у е	Колич
2	продукции	I	II	III	IV		
3	A	1	3	1	2	3	0
4	B	6	1	3	3	6	0
5	C	3	3	2	4	4	0
6						=СУММПРОИЗВ(F3:F5;G3:G5)	
7	Время	=СУММПРОИЗВ(B3:B5;$G$3:$G$5)	=СУММПРОИЗВ(C3:C5	=СУММПР	=СУММПР		
8							
9	Ограничен	84	42	21	42		

Рис. 4.3 – Исходные данные оптимизационной задачи

Отыскать решение задачи, приняв следующие условия:

1). общая итоговая прибыль (F6) => max ;

2). количество изделий (G3:G5) – целое и неотрицательное число ;

3). баланс времени по каждому устройству (B7:E7) <= (B9:E9) ;

4). изменению подлежат: количество изделий (G3:G5) .

Окончательный вид формулировки задачи представлен на рис. 4.4:

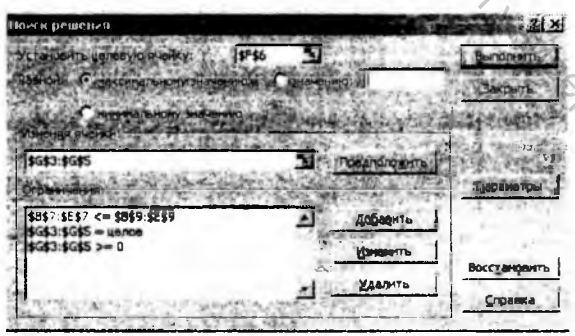


Рис.4.4 – Формулировка задачи в терминах рабочего листа Excel

Витебский государственный технологический университет

Итоговый результат представлен на рис.4.5:

A	B	C	D	E	F	G
Вид продукции	Время обработки, ч.				Прибыль, у.е.	Количество
	I	II	III	IV		
A	1	3	1	2	3	12
B	6	1	3	3	6	3
C	3	3	2	4	4	0
					54	
Время	30	39	21	33		
Ограничения	84	42	21	42		

Рис.4.5 – Результат оптимизации

Анализ решения показывает, что все без исключения требования задачи оптимизации выполнены. При этом видно, что для получения максимальной прибыли нецелесообразно выпускать изделие С.

Результаты расчетов представлены в отчете по результатам (рис.4.6):

Microsoft Excel 10.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: [К ЛР 4.xls]Лист3
Отчет создан: 30.09.2007 10:20:40

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$F$6	Прибыль, у.е.	0	54

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$G$3	A Количество	0	12
$G$4	B Количество	0	3
$G$5	C Количество	0	0

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
$B$7	Время I	30	$B$7<=$B$9	не связан.	54
$C$7	Время II	39	$C$7<=$C$9	не связан.	3
$D$7	Время III	21	$D$7<=$D$9	связанное	0
$E$7	Время IV	33	$E$7<=$E$9	не связан.	9
$G$3	A Количество	12	$G$3>=0	не связан.	12
$G$4	B Количество	3	$G$4>=0	не связан.	3
$G$5	C Количество	0	$G$5>=0	связанное	0
$G$3	A Количество	12	$G$3=целое	связанное	0
$G$4	B Количество	3	$G$4=целое	связанное	0
$G$5	C Количество	0	$G$5=целое	связанное	0

Рис.4.6 – Отчет по результатам

Витебский государственный технологический университет

Утилита «Поиск решения» может использоваться и для решения более сложных задач оптимизации.

Задание 2. Оптимизация плана перевозок (транспортная задача).

Фирма имеет 4 фабрики и 5 центров распределения ее товаров. Фабрики располагаются в г.г. Слуцке, Борисове, Молодечно и Бобруйске с производственными возможностями соответственно 200, 150, 225 и 175 единиц продукции ежедневно.

Распределительные центры располагаются в Витебске, Минске, Орше, Могилеве и Гомеле с потребностями в 100, 200, 50, 250 и 150 единиц продукции ежедневно соответственно.

Хранение на фабрике единицы продукции, не поставленной в центр распределения, обходится в 0,75 у.е. в день, а штраф за просрочку поставки заказанной потребителем в центре распределения единицы продукции, но там не находящейся, равен 2,5 у.е. в день.

Стоимость перевозки единицы продукции с фабрик в пункты распределения приведена в таблице 4.1

Таблица 4.1. План перевозок

	Витебск	Минск	Орша	Могилев	Гомель	Объемы производства
Слуцк	1,5	2	1,75	2,25	2,25	200
Борисов	2,5	2	1,75	1	1,5	150
Молодечно	2	1,5	1,5	1,75	1,75	225
Бобруйск	2	0,5	1,75	1,75	1,75	175
Потребность	100	200	50	250	150	

Необходимо так спланировать перевозки, чтобы минимизировать суммарные транспортные расходы.

Важно отметить, что т.к. данная модель сбалансирована, т.е. суммарный объем произведенной продукции равен суммарному объему потребностей в ней, то в этой модели не надо учитывать издержки, связанные как со складированием, так и с недопоставками продукции. В противном случае в модель надо ввести:

- в случае перепроизводства – фиктивный пункт распределения; стоимость перевозок единицы продукции в этот фиктивный пункт полагается равной стоимости складирования, а объемы перевозок в этот пункт равны объемам складирования излишка продукции на фабриках;
- в случае дефицита – фиктивную фабрику; стоимость перевозок единицы продукции из фиктивной фабрики полагается равной стоимости штрафов за недопоставку продукции, а объемы перевозок из этой фабрики равны объемам недопоставок продукции в пункты распределения.

Витебский государственный технологический университет

Для решения данной задачи построим математическую модель. Неизвестными здесь являются объемы перевозок. Пусть xij – объем перевозок с i-й фабрики в j-й центр распределения. Функцией цели являются суммарные транспортные расходы, т.е.

$$z = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{5} c_{ij} x_{ij} ,$$

где cij – стоимость перевозки единицы продукции с i-й фабрики в j-й центр распределения. Кроме того, неизвестные должны удовлетворять следующим ограничениям:

- неотрицательность объема перевозок;
- т.к. модель сбалансирована, то вся продукция должна быть вывезена с фабрик и потребность всех центров распределения должна быть полностью удовлетворена.

Таким образом, мы имеем следующую модель:

- минимизировать:

$$z = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{5} c_{ij} x_{ij} ,$$

- при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = b_j \text{ , } j \in [1, 5],$$

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} = a_i \text{ , } i \in [1, 4],$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ , } i \in [1, 4], j \in [1, 5],$$

где a_i – объем производства на i-й фабрике, b_j – спрос в j-м центре распределения.

Постановка задачи в терминах рабочего листа Excel для использования утилиты «Поиск решения».

1. Разместить исходные данные, как показано на рис.4.7, 4.8.
2. Отвести ячейки B8:F11 под значения неизвестных (объемов перевозок).
3. Ввести в ячейки H8:H11 объемы производства на фабриках.
4. Ввести в ячейки B13:F13 потребность в продукции в пунктах распределения.
5. В ячейку B16 ввести функцию цели = СУММПРОИЗВ(B3:F6;B8:F11).
6. В ячейки G8:G11 ввести формулы, вычисляющие объемы производства на фабриках, в ячейки B12:F12 – объемы доставляемой продукции в пункты распределения.

Витебский государственный технологический университет

	A	B	C	D	E	G	H
1	Стоимости перевозок						
2		Витебск	Минск	Орша	Могилев	Гомель	
3	Слуцк	1,5	2	1,75	2,25	2,25	
4	Борисов	2,5	2	1,75	1	1,5	
5	Молодечно	2	1,5	1,5	1,75	1,75	
6	Бобруйск	2	0,5	1,75	1,75	1,75	
7		неизвестные					Объемы производства
8		0	0	0	0	0	0	200
9		0	0	0	0	0	0	150
10		0	0	0	0	0	0	225
11		0	0	0	0	0	0	175
12		0	0	0	0	0		
13	Потребность	100	200	50	250	150		
14								
15		Функция цели						
16		0						

Рис.4.7 – Исходные данные

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Стоимости перевозок							
2		Витебск	Минск	Орша	Могилев	Гомель		
3	Слуцк	1,5	2	1,75	2,25	2,25		
4	Борисов	2,5	2	1,75	1	1,5		
5	Молодечно	2	1,5	1,5	1,75	1,75		
6	Бобруйск	2	0,5	1,75	1,75	1,75		
7		неизвестные						Объем производ
8		0	0	0	0	0	=СУММ(B8:F8)	200
9		0	0	0	0	0	=СУММ(B9:F9)	150
10		0	0	0	0	0	=СУММ(B10:F10)	225
11		0	0	0	0	0	=СУММ(B11:F11)	175
12		=СУММ(B8:B11)	=СУММ(C8:C11)	=СУММ(D8:D11)	=СУММ(E8:E11)	=СУММ(F8:F11)		
13	Потребность	100	200	50	250	150		
14								
15		Функция цели						
16		=СУММПРОИЗВ(B3:F6;B8:F11)						

Рис. 4.8– Исходные данные в режиме формул

В окне утилиты «Поиск решения» задать целевую ячейку, изменяемые ячейки и ограничения (см. рис.4.9).

Витебский государственный технологический университет

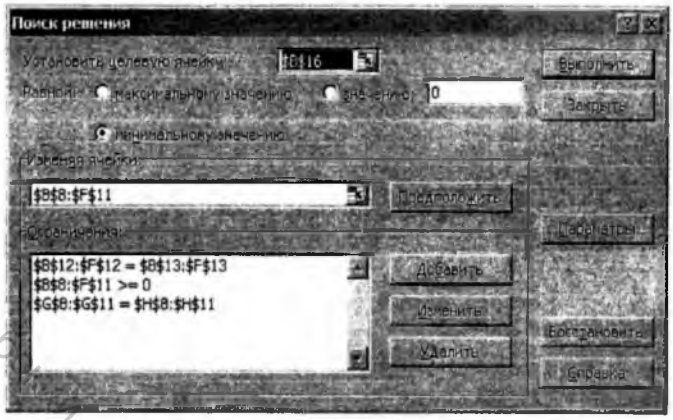


Рис. 4.9– Параметры окна «Поиск решения»

Оптимальный план, обеспечивающий минимальные затраты на перевозку продукции от производителей к потребителям, найденный с помощью утилиты «Поиск решения», представлен на рис. 4.10.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Стоимости перевозок							
2		Витебск	Минск	Орша	Могилев	Гомель		
3	Слуцк	1,5	2	1,75	2,25	2,25		
4	Борисов	2,5	2	1,75	1	1,5		
5	Молодечно	2	1,5	1,5	1,75	1,75		
6	Бобруйск	2	0,5	1,75	1,75	1,75		
7		неизвестные						Объемы производства
8		100	25	50	0	25	200	200
9		0	0	0	150	0	150	150
10		0	0	0	100	125	225	225
11		0	175	0	0	0	175	175
12		100	200	50	250	150		
13	Потребность	100	200	50	250	150		
14								
15		Функция цели						
16		975						

Рис.4.10 – Результаты Поиска решения

Как описано выше, утилитой «Поиск решения» может быть сформирован отчет по результатам.

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. Решить задачу линейного программирования, используя надстройку «Поиск решения» ТП MS Excel.

Для производства двух видов изделий A и B используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия A оборудование первого типа используется a_1 часов, оборудование второго типа – a_2 часов, оборудование третьего типа – a_3 часов. На производство единицы изделия **B** оборудование первого типа используется $в_1$ часов, оборудование второго типа – $в_2$ часов, оборудование третьего типа – $в_3$ часов.

На изготовление всех изделий администрация предприятия может предоставить оборудование первого типа не более чем на t_1 часов, оборудование второго типа не более чем на t_2 часов, оборудование третьего типа не более чем на t_3 часов.

Прибыль от реализации единицы готового изделия A составляет α руб., а изделия B – β руб.

Составить план производства изделий A и B, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

Варианты заданий приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2. Варианты заданий

Вариант	a_1	a_2	a_3	$в_1$	$в_2$	$в_3$	t_1	t_2	t_3	α	β
1	5	3	2	2	3	3	505	393	348	7	4
2	7	6	1	3	3	2	1365	1245	650	6	5
3	6	4	3	2	3	4	600	520	600	6	3
4	5	4	3	3	3	4	750	630	700	5	6
5	8	6	3	2	3	2	840	870	560	6	2
6	3	3	2	2	3	5	273	300	380	4	5
7	2	3	3	1	6	7	438	747	812	7	5
8	4	3	2	3	4	6	480	444	546	2	4
9	4	3	3	3	4	5	480	393	450	6	5
10	2	3	2	3	6	8	428	672	672	3	8

Задание 2. Решить задачу оптимизации плана перевозок (транспортная задача).

Имеются n пунктов производства и m пунктов распределения продукции. Стоимость перевозки единицы продукции с i-го пункта производства в j-й центр распределения c_{ij} приведена в таблице, где под строкой понимается пункт производства, а под столбцом – пункт распределения. Кроме того, в этой таблице в i-той строке указан объем производства в i-м пункте производства, а в j-м столбце указан спрос в j-м центре распределения. Необходимо составить

Брестский государственный технический университет

план перевозок по доставке требуемой продукции в пункты распределения, минимизирующий суммарные транспортные расходы.

Вариант 1.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	1	3	4	5	20
	5	2	10	3	30
	3	2	1	4	50
	6	4	2	6	20
Объемы потребления	30	20	60	10	

Вариант 2.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	2	7	7	6	20
	1	1	1	2	50
	5	5	3	1	10
	2	8	1	4	20
	3	2	1	5	10
Объемы потребления	40	30	20	20	

Вариант 3.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	6	3	4	5	20
	5	2	3	3	70
	3	4	2	4	50
	5	6	2	7	30
Объемы потребления	40	30	80	20	

Вариант 4.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	5	1	7	6	30
	1	5	8	1	40
	5	6	3	3	10
	2	5	1	4	20
	3	7	9	1	10
Объемы потребления	20	40	30	20	

Вариант 5.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	3	9	4	5	40
	1	8	5	3	10
	7	2	1	4	30
	2	4	10	6	20
Объемы потребления	50	10	30	10	

Витебский государственный технологический университет

Вариант 6.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	6	1	3	1	20
	3	4	5	8	30
	5	9	3	2	20
	2	4	8	4	20
	3	2	1	5	30
Объемы потребления	50	30	20	20	

Вариант 7.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	5	9	4	5	30
	1	5	5	6	20
	2	2	10	4	30
	3	7	2	6	40
Объемы потребления	20	50	20	30	

Вариант 8.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	7	1	3	2	30
	8	4	5	8	20
	5	2	3	7	10
	5	5	8	4	30
	1	9	7	5	30
Объемы потребления	20	40	50	10	

Вариант 9.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	7	9	1	5	30
	2	7	5	6	30
	3	5	10	8	40
	3	7	4	5	40
Объемы потребления	40	30	30	40	

Вариант 10.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства
	5	9	3	10	10
	3	10	5	9	30
	7	2	3	8	20
	8	5	11	2	20
	5	9	10	5	20
Объемы потребления	50	10	30	10	

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ и их СИСТЕМ

Цель работы: приобрести практические навыки графического и численного решения алгебраических и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем в СКМ MAPLE.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Общие сведения

MAPLE – система компьютерной математики (СКМ), позволяющая решать сложные математические задачи без дополнительного программирования. Подробнее об этом см. в [3].

Работа Maple организована в диалоговом режиме: вопрос – ответ в отдельном блоке. Блок выделяется слева квадратной скобкой, длина которой зависит от размеров и количества исходных выражений (вопросов) и результатов вычислений (ответов). Строка ввода математических выражений (командная строка) имеет отличительный символ >.

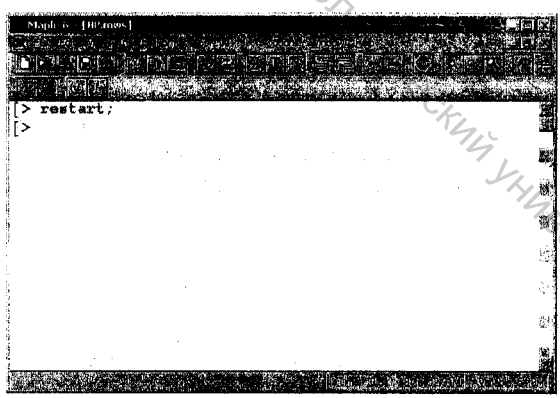


Рис.5.1– Окно СКМ Maple

Алфавит языка содержит 26 прописных и строчных латинских букв (от A до Z и от a до z), 10 арабских цифр (0 – 9) и 32 специальных символа.

Витебский государственный технологический университет

Идентификатор должен быть уникальным, начинаться с буквы и может содержать буквы, цифры и знак подчеркивания. Maple различает прописные и строчные символы.

В командной строке записываются выражения, которые формируются из операторов и операндов. *Операндами* могут быть константы, переменные и значения функций. Результат вычислений (по умолчанию) возвращается в символьном виде, то есть в виде математических формул. Ввод выражения завершается символом фиксации конца выражения – *точкой с запятой*, если ответ выводится в строку вывода, или *двоеточием*, если ответ не выводится.

В Maple могут использоваться следующие операторы:

```
+ - оператор сложения                -> - функциональный оператор
- - оператор вычитания               < - менее чем
* - умножение                        > - более чем
/ - деление                          = - равно
**,  ^  -  возведение  в             <= - менее чем и равно
степень
! - факториал                        >= - более чем и равно
. - десятичная точка                 <> - неравно
:= - оператор присваивания           or - логическое ИЛИ
and - логическое И
```

Выражение можно задавать, используя встроенные функции или создавая новые. Функция в выражениях может вводиться несколькими способами:

```
> fun1:=x^2+y^2;# функция задана как выражение с использованием оператора присваивания
```

$$fun1 := x^2 + y^2$$

```
> fun2:=(x,y)->x^2+y^2;# функция задана с использованием функционального оператора ->
```

$$fun2 := (x, y) \rightarrow x^2 + y^2$$

```
> fun2(2,5);# вызов функции с параметрами 2, 5
```

29

```
>f:=unapply(x^2+y^2,x,y);# функция задана с использованием оператора «unapply»
```

```
f:=unapply(x^2+y^2,x,y);
>f(-7,5);
```

74

Типовые средства графики

В само ядро Maple встроено ограниченное число функций графики. Это, прежде всего, функция для построения двумерных графиков plot и функция

Витебский государственный технологический университет

для построения трехмерных графиков plot3d. Они позволяют строить графики наиболее распространенных типов в различных системах координат, как на плоскости, так и в трехмерном пространстве. Для построения графиков более сложных типов командой with необходимо подключать пакеты расширений Maple. Подробнее об этом см. в [1, 3].

Для построения **двумерных графиков** используется команда plot.

Формат

```
plot(function, variable_x {,variable_y}{,option});
```

где function – функция, график которой строится;

variable_x – переменная, указывающая область изменения по горизонтали;

variable_y – переменная, указывающая область изменения по вертикали;

option – набор параметров, задающих стиль построения графика функции.

Если в одних координатах нужно построить графики нескольких функций, эти функции берутся в квадратные скобки.

При построении графиков функцию можно определять через переменную.

Формат

```
plot([function1,… functionN], variable_x {,variable_y}{,option});
```

Для двумерной графики можно включать следующие параметры:

- *numpoints* – изменение количества точек графика (по умолчанию=49);
- *color* – задание цвета кривой графика;
- *title* – добавление заголовка графика (например, title="string");
- *coords* – выбор системы координат, этот параметр задает 15 типов координатных систем. По умолчанию задана прямоугольная система координат;
- *axes* – задание типа осей координат (*frame* - рамка, *boxed* - прямоугольник, *normal* - ортогональные, *none* – без осей);
- *thickness* – толщина линии графика;
- *xtickmarks, ytickmarks* – управление числом меток на оси, т.е. задает минимальное число отметок по оси x и y соответственно;
- *style* – стиль построения графика (*line* – выводится интерполяционная кривая, *point* – выводятся точки);
- *scalling* – масштаб графика (*constrained* – сжатый, *unconstrained* - несжатый);
- *size* – размер шрифта в пунктах;

Витебский государственный технологический университет

- *symbol* – тип точки графика в виде символа (*box* - прямоугольник, *cross* - крест, *circle* - окружность, *point* – точка, *diamond* - ромб);
- *titlefont* – шрифт для заголовка;
- *labelfont* – шрифт для меток (labels) на осях координат;
- *view=[A,B]* – определение максимальной и минимальной координат, в пределах которых график будет отображаться на экране, где A=[xmin..xmax], B=[ymin..ymax].

Трехмерными называют графики, отображающие функции двух переменных z(x,y). На деле трехмерные графики представляют собой объемные проекты в аксонометрии.

Для построения таких графиков Maple имеет встроенную в ядро функцию plot3d. Она может использоваться в следующих форматах:

```
plot3d(expr1, x = a..b, y = c..d, p),
plot3d(f, a..b, c..d, p),
plot3d([exprf, exprg, exprh], s = a..b, t = c..d,
p),
plot3d([f, g, h], a..b, c..d, p).
```

Здесь

a,b,c,d- пределы изменения соответствующих переменных;

p – параметры, с помощью которых можно в широких пределах управлять видом трехмерных графиков.

В последние версии Maple введены новые функции для ускоренного построения графиков. Например, функция smartplot(f) предназначена для создания двухмерных графиков, функция smartplot3d(f) – для создания трехмерных. Причем функция smartplot3d(f) обеспечивает построение не только отдельных поверхностей, но и ряда пересекающихся поверхностей, при этом линии пересечения поверхностей строятся вполне корректно.

Расширенные средства графики

Существенно расширяет возможности графики системы Maple пакет plots, который содержит почти полсотни функций. Назначение всех функций можно посмотреть в справочной системе Maple.

Подключается этот пакет командой with (plots);

Витебский государственный технологический университет

Решение уравнений и неравенств

Для решения уравнений, неравенств и их систем в СКМ Maple используется функция solve, которая возвращает последовательность решений.

Формат

```
solve(eqn, var);
```

где eqn – уравнение, неравенство или процедура;

var – имя переменной, относительно которой решается уравнение.

Уравнение и его решение можно представлять в виде отдельных объектов, отождествленных с определенной переменной. Например:

```
> ur:=x^2+2*x-3;# задание уравнения через переменную ur
> ot:=solve(ur,x);# решение уравнения и присвоение корней переменной ot
> x1:=ot[1];# присвоение первого корня переменной x1
> x2:=ot[2];# присвоение второго корня переменной x2
> subs(x=x1,ur);# подстановка первого корня в уравнение
> subs(x=x2,ur);# подстановка первого корня в уравнение
```

Если решений нет или функция не может найти решение, то возвращается пустая последовательность NULL. В этом случае целесообразно использовать функцию fsolve, которая возвращает корень уравнения в форме вещественного числа.

Формат

```
fsolve(eqn, var);
```

eqn – уравнение, неравенство или процедура;

var – имя переменной, относительно которой решается уравнение.

Например:

```
> solve(exp(x)+ln(2*x)-4.2*x);
```

$$0.2270523742 - 0.3228803688\,I$$

Как видно из результата решения данного уравнения, корень представлен с использованием мнимой единицы, что не дает представления о его числовом значении, поэтому для его решения следует воспользоваться командой fsolve.

```
> fsolve(exp(x)+ln(2*x)-4.2*x);
```

$$1.886222494$$

Классическим способом решения нелинейных уравнений является использование одного из численных методов. Подробнее с численными методами решения уравнений можно ознакомиться в [4].

Витебский государственный технологический университет

Команда `solve`, примененная для решения тригонометрического уравнения, выдает только главные решения, то есть решения в интервале от 0 до 2*п. Например:

```
>solve(sin(x)=cos(x),x);
```

$$\frac{\pi}{4}$$

Для того, чтобы получить все решения, следует предварительно ввести дополнительную команду `_EnvAllSolutions:=true`. Например:

```
>_EnvAllSolutions:=true;
```

$$_EnvAllSolutions := true;$$

```
>solve(sin(x)=cos(x),x);
```

$$\frac{1}{4}\pi + \pi_Z1\sim$$

В Maple символ `_Z~` обозначает константу целого типа, поэтому решение данного уравнения в привычной форме имеет вид $x := \frac{1}{4}\pi + \pi n$, где n – целые числа.

Команда `solve` применяется также для решения неравенств. Решение неравенства выдается в виде интервала изменения искомой переменной. В том случае, если решение неравенства полуось, то в поле вывода появляется конструкция вида `RealRange(-∞, Open(a))`, которая означает, что $x \in (-\infty, a)$, a – некоторое число. Слово `Open` означает, что интервал с открытой границей. Если этого слова нет, то соответствующая граница интервала включена во множество решений. Например:

```
> s:=solve(sqrt(x+3)<=sqrt(x-1)+sqrt(x-2),x);
```

$$s := \mathrm{RealRange}\left(\frac{2}{3}\sqrt{21}, \infty\right)$$

Если необходимо получить решение неравенства не в виде интервального множества типа $x \in (a, b)$, а в виде ограничений для искомой переменной типа $a<x$, $x<b$, то переменную, относительно которой следует разрешить неравенство, следует указывать в фигурных скобках. Например:

```
> solve(1-1/2*ln(x)>2,{x});
```

$$\{x < e^{(-2)}, 0 < x\}$$

Решение систем линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений можно решать также, используя команду `solve`. Такое решение в силу простоты записи может быть предпочтительным. Для решения система уравнений и перечень неизвестных задаются в виде множеств, то есть с использованием фигурных скобок.

```
solve({eq1,eq2,...},{x1,x2,...})
```

Витебский государственный технологический университет

Если для дальнейших вычислений необходимо использовать полученные решения уравнений, то команде `solve` следует присвоить какое-нибудь имя `name`. Затем выполняется присвоения команда `assign(name)`. После этого над решениями можно будет производить математические операции.

Решение систем из трех линейных уравнений имеет наглядную геометрическую интерпретацию – в виде точки, в которой пересекаются три плоскости, каждая из которых описывается функцией двух переменных. Это позволяет сделать функция импликативной графики `implicitplot3d`.

Формат:

```
implicitplot3d(expr1,x=a..b,y=c..d,z=p..q,<options>);
implicitplot3d(f,a..b,c..d,p..q,<options>);
```

где

`f, expr1` - уравнение поверхности, которая должна быть построена;

`a,b,c,d,p,q` - пределы изменения соответствующих переменных;

`options` –параметры, с помощью которых можно в широких пределах управлять видом трехмерных графиков.

С помощью команды `solve` можно также решить систему неравенств. Например:

```
> solve({x+y>=2,x-2*y<=1,x-y>=0,x-2*y>=1},{x,y});
```

$$\{x = 2y + 1, \frac{1}{3} \le y\}$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1

Построить графики трех функций `sin(x)`, `sin(x)/x`, `sin(x^3/100)` линиями трех цветов и трех типов.

```
> plot([sin(x),sin(x)/x, sin(x^3/100)],
x=10..10,color=[black,blue,red],style=[line,line,point]);
```

Результат представлен на рисунке 5.2.

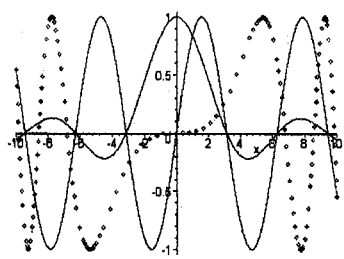


Рис.5.2 – Графики трех функций

Витебский государственный технологический университет

Задание 2

Построить поверхность h^2 в цилиндрической системе координат.

```
> plot3d(h^2,a=-Pi..Pi,h=-5..5, coords=cylindrical,
style=patch, color=sin(h));
```

Результат представлен на рисунке 5.3

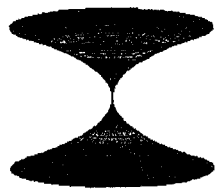


Рис.5.3 – Пример трехмерного графика

Задание 3

Построить поверхности `2*sin(x*y), x^2+y^2-10, -x^2-y^2+10` в одной системе координат

```
> smartplot3d(2*sin(x*y),x^2+y^2-10,-x^2-y^2+10);
```

Результат представлен на рисунке 5.4.

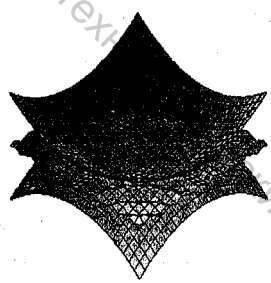


Рис.5.4 – Поверхности, построенные в одной системе координат

Задание 4

Решить нелинейное уравнение вида $y=2x^2+1.25x-3.2$. Выделить графически интервал изоляции корня уравнения и вычислить корень с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$.

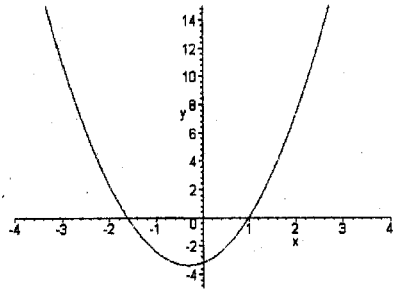
Сеанс работы с `Maple`:

```
> restart;
> fn:=2*x^2+1.25*x-3.2;    # Определение функции через
                             оператор          присваивания
```


Витебский государственный технологический университет

$$fn := 2x^2 + 1.25x - 3.2$$

```
> plot(fn,x=-4..4,y=-5..15);# Графическое выделение
                              интервала изоляции корня
```




```
> ans:=evalf(solve(fn,x),5);# Решение уравнения и
                              присвоение значений корней
                              переменной ans
```

$$ans := .99044, -1.6154$$

```
> x1=ans[1]; # Выделение первого корня уравнения
```

$$x1 = .99044$$

```
> x2:=ans[2]; # Выделение второго корня уравнения
```

$$x2 := -1.6154$$

```
> subs(x=ans[1],fn); );# Подстановка первого корня в уравнение
```

$$-.7213\ 10^{-5}$$

```
> subs(x=ans[2],fn); );# Подстановка второго корня в уравнение
```

$$-.00021568$$

Задание 5

Решить тригонометрическое уравнение вида `y=sin(x^2)+cos(x^2)`. Выделить графически интервал изоляции корней уравнения на отрезке [-5..5] и вычислить все корни на этом отрезке.

Сеанс работы с Maple:

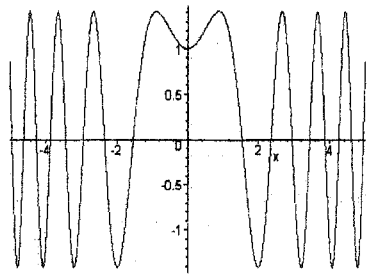
```
> restart;
```

Витебский государственный технологический университет

```
> fn:=sin(x^2)+cos(x^2); # Определение функции через оператор присваивания
```

$$fn := \sin(x^2) + \cos(x^2)$$

```
> plot(fn,x=-5..5); # Графическое выделение корней на заданном интервале
```




```
> ans:=solve(fn,x); #Решение уравнения и присвоение значений корней переменной ans
```

$$ans := \frac{1}{2} I \sqrt{\pi}, \frac{-1}{2} I \sqrt{\pi}$$

```
> _EnvAllSolutions:=true;# Получение всех решений
```

$$_EnvAllSolutions := true$$

```
> ans:=solve(fn,x);
```

$$ans := \frac{1}{2}\sqrt{-\pi + 4\,\pi\,_Z1\sim}, -\frac{1}{2}\sqrt{-\pi + 4\,\pi\,_Z1\sim}$$

```
> x1:=ans[1]; # Выделение первого корня уравнения
```

$$x1 := \frac{1}{2}\sqrt{-\pi + 4\,\pi\,_Z1\sim}$$

```
> x2:=ans[2]; # Выделение второго корня уравнения
```

$$x2 := -\frac{1}{2}\sqrt{-\pi + 4\,\pi\,_Z1\sim}$$

```
> x1*x2; # Действия над корнями
```

$$\frac{1}{4}\pi - \pi\,_Z1\sim$$

Задание 6

По известным данным о коэффициентах прямых затрат (a_{ij}) и конечном продукте (Y) в межотраслевом балансе для трех отраслей (промышленность,

Витебский государственный технологический университет

строительство, сфера услуг) определить общий выпуск продукции по каждой отрасли (x_{ij}). Исходные данные приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1. Исходные данные д ля межотраслевого баланса

Отрасль-производитель / Отрасль-потребитель	Коэффициенты прямых затрат			Конечный продукт, усл. ед.
	1	2	3	
1	0,1	0,3	0,2	36
2	0,2	0,2	0,3	11
3	0,1	0,1	0,4	8

Как известно, матричная форма записи межотраслевого баланса имеет вид

$$X - AX = Y, \tag{5.1}$$

где A – матрица коэффициентов прямых затрат;

Y– вектор конечного продукта;

X – вектор объемов производства.

В натуральном балансе коэффициенты прямых затрат a_{ij} означают расход i-той продукции на изготовление единицы j-той продукции.

В стоимостном балансе коэффициенты a_{ij} означают затраты i-той отрасли на каждый рубль валовой продукции j-той отрасли.

Помножив вектор X на единичную матрицу, соотношение (5.1) можно преобразовать как

$$EX - AX = Y \tag{5.2}$$

или

$$(E - A)X = Y. \tag{5.3}$$

При известных значениях коэффициентов прямых затрат соотношение (5.3) можно использовать для анализа и планирования и решить следующие задачи:

- определить объемы валовой продукции отраслей X_1, X_2, ..., X_n по заданным объемам конечной продукции по формуле

$$X = (E - A)^{-1}Y; \tag{5.4}$$

- определить объемы конечного продукта отраслей Y_1, Y_2, ... , Y_n по заданным объемам валовой продукции X_1, X_2, ..., X_n по формуле

$$Y = (E - A)X. \tag{5.5}$$

На основании вышесказанного по данным таблицы 5.1 можно записать следующую систему уравнений:

Витебский государственный технологический университет

$$\begin{cases} X1 = 0.1X1 + 0.3X2 + 0.2X3 + 36 \\ X2 = 0.2X1 + 0.2X2 + 0.3X3 + 11 \\ X3 = 0.1X1 + 0.1X2 + 0.47X3 + 8 \end{cases}$$

Превратив конечные продукты отраслей в свободные члены , получим:

$$\begin{cases} X1 - 0.1X1 - 0.3X2 - 0.2X3 = 36 \\ X2 - 0.2X1 - 0.2X2 - 0.3X3 = 11 \\ X3 - 0.1X1 - 0.1X2 - 0.4X3 = 8 \end{cases}$$

Или

$$\begin{cases} 0.9X1 - 0.3X2 - 0.2X3 = 36 \\ -0.2X1 + 0.8X2 - 0.3X3 = 11 \\ -0.1X1 - 0.1X2 + 0.6X3 = 8 \end{cases}$$

Решение данной системы уравнений осуществляется известными методами линейной алгебры.

Найдем решение этой системы уравнений при помощи функции `solve` СКМ `Maple`.

Сеанс работы с Maple:

```
> sys:={0.9*x1-0.3*x2-0.2*x3=36,-0.2*x1+0.8*x2-
0.3*x3=11,-0.1*x1-0.1*x2+0.6*x3=8}; # задание системы
                                        уравнений
```

$$sys := \{.9\,x1 - .3\,x2 - .2\,x3 = 36, -.2\,x1 + .8\,x2 - .3\,x3 = 11, -.1\,x1 - .1\,x2 + .6\,x3 = 8\}$$

```
> ans:=solve(sys,{x1,x2,x3}); # присвоение переменной ans
                                результатов решения системы
```

$$ans := \{x3 = 30., x2 = 40., x1 = 60.\}$$

```
> subs(ans={x1,x2,x3},sys);     # подстановка результата в
                                уравнения системы
```

$$\{.9\,x1 - .3\,x2 - .2\,x3 = 36, -.2\,x1 + .8\,x2 - .3\,x3 = 11, -.1\,x1 - .1\,x2 + .6\,x3 = 8\}$$

Таким образом, объемы валовой продукции отраслей X_1, X_2, X_3 составят 60, 40 и 30 усл. ед. соответственно.

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. Решить нелинейное уравнение (см. таблицу 5.2). Выделить графически интервал изоляции корня уравнения, определить метод решения уравнения и вычислить корень с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

Таблица 5.2

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$2\sin\sqrt{x}+0{,}28x-1{,}2=0$	11	$2\ln x^2+4{,}3\ln x-2{,}9=0$
2	$2e^{-x}-2e^{x}-1=0$	12	$x+\sin\left(x^{0{,}31}+5{,}4\right)=0$
3	$x-2\sqrt{x}+3\cdot\sqrt[3]{x}-4=0$	13	$\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{4}-6x=0$
4	$2{,}7+\sin\sqrt{x}-x=0$	14	$x-\sin\left(1-0{,}3x^3\right)=0$
5	$\cos x-\frac{1}{2}\cos^2 x+\frac{1}{4}\cos^4 x-\frac{1}{8}=0$	15	$2x\ln x-\sin x+\cos x=0$
6	$2-x+\cos x-\ln(x+3)=0$	16	$0{,}4\cdot 2^x-6{,}7x+3=0$
7	$e^x+\ln 2x-4{,}2x=0$	17	$\ln x+x-3{,}4=0$
8	$\sin\frac{2}{x}+\frac{1}{3}\cos\frac{4}{x}-\frac{3}{x}+\frac{1}{5}=0$	18	$0{,}3x^2-2{,}1x\cdot\ln x=0$
9	$2x+14-e^x+e^{-x}=0$	19	$\sqrt{2-x}-\sqrt[4]{2+x}+1=0$
10	$0{,}5x-\frac{2}{5+\cos(3{,}2x)}=0$	20	$2{,}8x-1{,}3\ln x-e^x=0$

Задание 2. Решить неравенство (см. таблицу 5.3).

Таблица 5.3

Вариант	Неравенство	Вариант	Неравенство
1	$\log_x\frac{3x-1}{x^2+1}>0$	6	$\sqrt{2x^2-3x-5}<x-1$
2	$\log_2^2(x-1)^2-\log_{\frac{1}{2}}(x-1>5)$	7	$4^{-x+1/2}-7*2^{-x}-4<0$
3	$\log_{\frac{1}{3}}x<\log_3 x-\frac{5}{2}$	8	$(x-1)\sqrt{x^2-x-2}\geq 0$
4	$\frac{x+4}{7}-\frac{x+7}{4}>-3$	9	$\sqrt{x+4>\sqrt{2-\sqrt{3+x}}}$
5	$\frac{x^2-2x+4}{5x^2+10x+4}<0$	10	$\left\|\left\|2x+1\right\|-5\right\|<2$

Витебский государственный технологический университет

Задание 3. Решить систему уравнений.

По известным данным о коэффициентах прямых затрат (a_{ij}) и конечном продукте (Y) в межотраслевом балансе для трех отраслей (промышленность, строительство, сфера услуг) определить общий выпуск продукции по каждой отрасли (x_{ij}).

Предположив, что в прогнозном периоде конечный спрос на продукцию отраслей может измениться (Y1), определить темпы роста промышленного производства.

Витебский государственный технологический университет

Вариант 1

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,1	0,3	0,4	40	+20
2	0,2	0,2	0,5	10	
3	0,2	0,2	0,1	30	

Вариант 2

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,2	0,2	0,1	50	
2	0,5	0,3	0,2	10	+10
3	0,2	0,1	0,4	30	

Вариант 3

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,3	0,4	0,2	5	
2	0,2	0,1	0,3	15	+25
3	0,1	0,5	0,2	10	

Вариант 4

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,2	0,4	0,4	40	

2	0,1	0,5	0,2	8	
3	0,1	0,2	0,1	2	+10

Вариант 5

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,1	0,4	0,5	40	-5
2	0,1	0,5	0,4	30	
3	0,2	0,2	0,1	20	

Вариант 6

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,1	0,3	0,4	20	+10
2	0,2	0,2	0,5	25	
3	0,2	0,2	0,1	40	

Вариант 7

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,3	0,1	0,1	10	
2	0,4	0,3	0,5	10	+5
3	0,5	0,2	0,1	20	

Вариант 8

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,2	0,3	0,3	35	
2	0,1	0,1	0,1	50	
3	0,4	0,5	0,4	45	+15

Витебский государственный технологический университет

Вариант 9

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,1	0,5	0,4	12	
2	0,2	0,2	0,1	20	-10
3	0,2	0,4	0,4	25	

Вариант 10

Отрасль	Коэффициенты прямых затрат, a_{ij}			Конечный продукт Y, млрд.руб.	Изменение конечного спроса Y1, %
	1	2	3		
1	0,2	0,2	0,1	10	-15
2	0,5	0,3	0,2	10	
3	0,2	0,4	0,3	40	

Задание 4. Решить систему неравенств (см. таблицу 5.4).

Таблица 5.4. **Вариант**	**Условие**	**Вариант**	**Условие**
1	$\begin{cases} 3-x>0, \\ 9-x^2>0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x^2-x>0, \\ 2x+2>0, \\ \log_4(2x+2)\neq 0; \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3-x>0, \\ 9-2^x>0; \end{cases}$	7	$\begin{cases} \lvert x^2+5x\rvert<6, \\ \lvert x+1\rvert<2; \end{cases}$
3	$\begin{cases} \dfrac{x}{x-3}+\dfrac{x-5}{x}<\dfrac{2x}{3-x} \\ \log_{\sqrt{2}}(x-1)<4 \end{cases}$	8	$\begin{cases} \lvert x^2-4x\rvert<5 \\ \lvert x+1\rvert<3 \end{cases}$
4	$\begin{cases} \dfrac{x+8}{x+2}>2 \\ \lg(x+1)<1 \end{cases}$	9	$\begin{cases} \sqrt{4x-7}<x \\ \sqrt{x+5}+\sqrt{5-x}>4; \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sqrt{x^2-9x+20}\leq\sqrt{x-1} \\ \sqrt{x-1}\leq\sqrt{x^2-13} \end{cases}$	10	$\begin{cases} x^2-3x<2-x, \\ x^2-3x>x-2; \end{cases}$

Витебский государственный технологический университет

Задание 5. Построить поверхность (см. таблицу 5.5):

Таблица 5.5

Вариант	Условие	Вариант	Условие
1	f = 2·sin(*xy*), при x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi	6	f = Sin(x^2+(y - 1)^2) при x=-2..2, y=-1..3
2	f = cos(x+y)$^{-1}$ при x=-4..4, y=-4..4	7	f=(e^{xy})^{xy} при x=-1..1,y=-1..1
3	f = Cos(*tx*)·sin(*ty*) при x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi, t=1..4	8	f = sin((*x+2*)*t*) при x=-10..10, t=1..20,n=1..50
4	f = Sin(*xy*) при x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi	9	f=sin(x)·cos(x)·tan(x·y) при x=-4..4, y=-4..4
5	f=$\frac{\sin(x+t\pi}{x+11}$ при x = -10..10, y = =-Pi..Pi, t=1..4	10	f=$\frac{\ln(x+y)}{\cos(x+y)}$ при x=-4..4, y=-4..4

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ: ВЕКТОРА И МАТРИЦЫ

Цель работы: приобрести практические навыки работы с матричными функциями СКМ MAPLE.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная часть команд для решения задач линейной алгебры содержится в библиотеках `linalg` и `LinearAlgebra`. Поэтому перед решением задач с матрицами и векторами следует загрузить одну из этих библиотек командой `with(linalg)` и/или `with(LinearAlgebra)`.

В таблице 6.1 приведены основные функции СКМ MAPLE для работы с векторами и матрицами.

Таблица 6.1. Функции для работы с матрицами

Функция	Назначение
`addcol(A,c1,c2,m)`	Формирует линейные комбинации из столбцов матрицы
`addrow(A,r1,r2,m)`	Формирует линейные комбинации из строк матрицы
`adj(M)` или `adjoint(M)`	Возвращает матрицу, умножение которой на исходную квадратную матрицу дает единичную матрицу
`array(1..n,1..n,[])`	Создает массив или вектор
`col(M,j)`	Извлекает j-ый столбец матрицы как вектор
`coldim(M)`	Возвращает число столбцов матрицы
`concat(M1,M2)`	Возвращает объединенную матрицу с горизонтальным слиянием матриц M1 и M2
`delcols(M,n1,n2)`	Удаляет столбцы матрицы с n1 по n2
`delrows(V,m1,m2)`	Удаляет строки матрицы с m1 по m2
`det(A)`	Вычисляет определитель матрицы
`diag(A1,A2,…,An)`	Создает блок-диагональную матрицу
`evalm(A&*B)`	Умножает матрицу A на матрицу B
`evalm(A)`	Выводит массив или вектор на экран
`evalm(A^n)`	Умножает матрицу A саму на себя n раз
`evalm(A+B)`	Складывает матрицы A и B
`genmatrix(eqns,vars,flag)`	Генерирует матрицу из коэффициентов

Витебский государственный технологический университет

	уравнения
inverse(A) или evalm(1/A)	Возвращает обратную матрицу
matadd(A,B)	Складывает матрицы A и B
matadd(A,B,c,d)	Складывает две матрицы или возвращает (c*A+d*B)
matrix(n, m, [])	Создает матрицу размера m x n
minor(M,i,j)	Вычисляет минор матрицы
multiply(A,B)	Возвращает произведение матриц
row(M,i)	Извлекает i-ую строку матрицы как вектор
rowdim(A)	Возвращает число строк матрицы
trace(A)	Возвращает след матрицы
transpose(A)	Возвращает транспонированную матрицу
vector(1..n,[])	Создает вектор длиной n

Подробнее с функциями для работы с матрицами, размещенными в библиотеках `linalg` и `LinearAlgebra`, можно ознакомиться в справочной системе СКМ MAPLE и [1, 3].

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1

Обратимся к условию из задания 3 практической части лабораторной работы №5.

По известным данным о коэффициентах прямых затрат (a_{ij}) и конечном продукте (Y) в межотраслевом балансе для трех отраслей (промышленность, строительство, сфера услуг) определить общий выпуск продукции по каждой отрасли (x_{ij}). Исходные данные приведены в таблице 6.2.

Таблица 6.2. Исходные данные для межотраслевого баланса

Отрасль-производитель / Отрасль-потребитель	Коэффициенты прямых затрат			Конечный продукт, усл. ед.
	1	2	3	
1	0,1	0,3	0,2	36
2	0,2	0,2	0,3	11
3	0,1	0,1	0,4	8

Как пояснялось выше, расчет общего выпуска продукции по каждой отрасли (x_{ij}) сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{cases} 0.9X1 - 0.3X2 - 0.2X3 = 36 \\ -0.2X1 + 0.8X2 - 0.3X3 = 11 \\ -0.1X1 - 0.1X2 + 0.6X3 = 8 \end{cases}$$

Гомельский государственный технический университет

Решим эту систему, пользуясь функциями работы с матрицами MAPLE.

Систему линейных уравнений вида AX = B с помощью матричных функций Maple можно решить тремя способами:

- по правилу Крамера (метод определителей);
- матричным методом;
- командой `linsolve`.

Кроме того, система линейных уравнений может быть решена командой `solve` (см. лабораторную работу №5).

Сеанс работы в MAPLE:

```
> restart; > with(linalg):          # Подключение библиотеки
linalg
```

```
> eq1:=0.9*x1-0.3*x2-0.2*x3=36;  # Определение 1-го уравнения
СЛАУ
```

$$eq1 := .9\,x1 - .3\,x2 - .2\,x3 = 36$$

```
> eq2:=-0.2*x1+0.8*x2-0.3*x3=11;  # Определение 2-го уравнения
СЛАУ
```

$$eq2 := -.2\,x1 + .8\,x2 - .3\,x3 = 11$$

```
> eq3:=-0.1*x1-0.1*x2+0.6*x3=8;  # Определение 3-го уравнения
СЛАУ
```

$$eq3 := -.1\,x1 - .1\,x2 + .6\,x3 = 8$$

```
> A:=genmatrix([eq1,eq2,eq3],[x1,x2,x3]); # Определение матрицы
из коэффициентов уравнений (главный определитель системы)
```

$$A := \begin{bmatrix} .9 & -.3 & -.2 \\ -.2 & .8 & -.3 \\ -.1 & -.1 & .6 \end{bmatrix}$$

Метод Крамера

```
> Delta:=det(A); # Вычисление значения главного определителя
системы
```

$$\Delta := .340$$

```
> A1:=matrix([[36,-0.3,-0.2],[11,0.8,-0.3],[8,-0.1,0.6]]);
# Матрица-определитель при X1
```

$$A1 := \begin{bmatrix} 36 & -.3 & -.2 \\ 11 & .8 & -.3 \\ 8 & -.1 & .6 \end{bmatrix}$$

```
> A2:=matrix([[0.9,36,-0.2],[-0.2,11,-0.3],[-0.1,8,0.6]]);
# Матрица-определитель при X2
```

$$A2 := \begin{bmatrix} .9 & 36 & -.2 \\ -.2 & 11 & -.3 \\ -.1 & 8 & .6 \end{bmatrix}$$

```
> A3:=matrix([[0.9,-0.3,36],[-0.2,0.8,11],[-0.1,-0.1,8]]);
```

Витебский государственный технологический университет

Матрица-определитель при X3

$$A3 := \begin{bmatrix} .9 & -.3 & 36 \\ -.2 & .8 & 11 \\ -.1 & -.1 & 8 \end{bmatrix}$$

• Delta1:=det(A1); # Вычисление значения определителя при X1

$$\Delta 1 := 20.40$$

• Delta2:=det(A2); # Вычисление значения определителя при X2

$$\Delta 2 := 13.60$$

• Delta3:=det(A3); # Вычисление значения определителя при X3

$$\Delta 3 := 10.20$$

• x1:=evalf(Delta1/Delta,3); # Вычисление значения корня X1

$$x1 := 60.0$$

• x2:=evalf(Delta2/Delta,3); # Вычисление значения корня X2

$$x2 := 40.0$$

• x3:= evalf(Delta3/Delta,3); # Вычисление значения корня X3

$$x3 := 30.0$$

Матричный метод

• AA:=inverse(A); # Вычисление значений обратной матрицы

$$AA := \begin{bmatrix} 1.323529412 & .5882352941 & .7352941176 \\ .4411764706 & 1.529411765 & .9117647059 \\ .2941176471 & .3529411765 & 1.941176471 \end{bmatrix}$$

• B:=matrix(3,1,[36,11,8]); # Определение вектора-столбца свободных членов

$$B := \begin{bmatrix} 38 \\ 10 \\ 62 \end{bmatrix}$$

• X:=evalf(multiply(AA,B),5); # Вычисление неизвестных матричным методом

$$X := \begin{bmatrix} 59.999 \\ 39.999 \\ 30.000 \end{bmatrix}$$

Команда linsolve

• X:=linsolve(A,B); # Вычисление неизвестных командой linsolve

Витебский государственный технологический университет

$$X := \begin{bmatrix} 60. \\ 40. \\ 30. \end{bmatrix}$$

Задание 2. Выполнить действия над матрицами

$$Y = 2(A + B)(2B - A), \quad \text{где} \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 10 & 5 & 2 \\ -12 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Сеанс работы в MAPLE:

```
> restart;
> with(linalg):
> A:= matrix([[5,3,1],[10,5,2],[-12,0,7]]); # Определение
матрицы A
```

$$A := \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 10 & 5 & 2 \\ -12 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

```
> B:=array([[-1,0,5],[0,1,3],[2,2,4]]); # Определение
матрицы B
```

$$B := \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

```
> Y1:=evalm(A+B);
```

$$Y1 := \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 10 & 6 & 5 \\ -10 & 2 & 11 \end{bmatrix}$$

```
> Y2:=evalm(-A+2*B);
```

$$Y2 := \begin{bmatrix} -7 & -3 & 9 \\ -10 & -3 & 4 \\ 16 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> Y:=evalm(2*Y1&*Y2);
```

$$Y := \begin{bmatrix} 76 & 6 & 108 \\ -100 & -56 & 238 \\ 452 & 136 & -142 \end{bmatrix}$$

Витебский государственный технологический университет

Задание 3. Решить матричное уравнение вида

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}.$$

Для решения этого матричного уравнения с помощью традиционных методов линейной алгебры (см. стр. 68-69) потребовалось бы последовательно решить три СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_{11} + 3x_{12} + 1x_{13} = 2 \\ -1x_{11} + 2x_{12} + 4x_{13} = -1 \\ 5x_{11} + 3x_{12} = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_{21} + 3x_{22} + 1x_{23} = 7 \\ -1x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23} = 0 \\ 5x_{21} + 3x_{22} = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_{31} + 3x_{32} + 1x_{33} = 13 \\ -1x_{31} + 2x_{32} + 4x_{33} = 5 \\ 5x_{31} + 3x_{32} = 21 \end{cases}$$

Команда `linsolve` СКМ Maple позволяет сразу решить такое уравнение и получить матрицу корней:

```
> A:= matrix([[2,3,1],[-1,2,4],[5,3,0]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> B:=matrix([[2,7,13],[-1,0,-5],[5,13,21]]);
```

$$B := \begin{bmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & -5 \\ 5 & 13 & 21 \end{bmatrix}$$

```
> x:=linsolve(A,B);
```

$$x := \begin{bmatrix} 1 & 2 & \frac{39}{23} \\ 0 & 1 & \frac{96}{23} \\ 0 & 0 & \frac{-67}{23} \end{bmatrix}$$

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. Решить систему уравнений (см. таблицу 6.3) матричным методом и методом Крамера.

Таблица 6.3

Вариант	СЛАУ	
1	$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+3x_4=1; \\ 3x_1-x_2-x_3-2x_4=-4; \\ 2x_1+3x_2-x_3-x_4=-6; \\ x_1+2x_2+3x_3-x_4=-4. \end{cases}$	$\begin{cases} 5x+8y-z=-7; \\ x+2y+3z=1; \\ 2x-3y+2z=9. \end{cases}$
2	$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-2x_4=6; \\ x_1-x_2-2x_3-3x_4=8; \\ 3x_1+2x_2-x_3+2x_4=4; \\ 2x_1-3x_2+2x_3+x_4=-8. \end{cases}$	$\begin{cases} x+2y+z=4; \\ 3x-5y+3z=1; \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=5; \\ 2x_1+x_2+2x_3+3x_4=1; \\ 3x_1+2x_2+x_3+2x_4=1; \\ 4x_1+3x_2+2x_3+x_4=-5. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+2y+z=5; \\ 2x+3y+z=1; \\ 2x+y+3z=11. \end{cases}$
4	$\begin{cases} x_2-3x_3+4x_4=-5; \\ x_1-2x_3+3x_4=-4; \\ 3x_1+2x_2-5x_4=12; \\ 4x_1+3x_2-5x_3=5. \end{cases}$	$\begin{cases} x+2y+4z=31; \\ 5x+y+2z=29; \\ 3x-y+z=10. \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_1+3x_2+5x_3+7x_4=12; \\ 3x_1+5x_2+7x_3+x_4=0; \\ 5x_1+7x_2+x_3+3x_4=4; \\ 7x_1+x_2+3x_3+5x_4=16. \end{cases}$	$\begin{cases} 4x-3y+2z=9; \\ 2x+5y-3z=4; \\ 5x+6y-2z=18. \end{cases}$
6	$\begin{cases} x_1+5x_2+3x_3-4x_4=20; \\ 3x_1+x_2-2x_3=9; \\ 5x_1-7x_2+10x_4=-9; \\ 3x_2-5x_3=1. \end{cases}$	$\begin{cases} 2x-y-z=4; \\ 3x+4y-2z=11; \\ 3x-2y+4z=11. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2x_1+x_2-5x_3+x_4=8; \\ x_1-3x_2-6x_4=9; \\ 2x_2-x_3+2x_4=-5; \\ x_1+4x_2-7x_3+6x_4=0. \end{cases}$	$\begin{cases} x+y+2z=-1; \\ 2x-y+2z=-4; \\ 4x+y+4z=-2. \end{cases}$
8	$\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+2x_4=4; \\ 3x_1+3x_2+3x_3+2x_4=6; \\ 3x_1-x_2-x_3+2x_4=6; \\ 3x_1-x_2+3x_3-x_4=6. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-y=5; \\ -2x+y+z=0; \\ 2x-y+4z=15. \end{cases}$

Витебский государственный технологический университет

9	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8; \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5; \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1; \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - y + z = 4; \\ 2x - 5y - 3z = -17; \\ x + y - z = 0. \end{cases}$
10	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_4 = -9; \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7; \\ 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$	$\begin{cases} x + y + z = 2; \\ 2x - y - 6z = -1; \\ 3x - 2y = 8. \end{cases}$

Задания 2. Используя матричный метод, решить варианты 1-10 задания 3 раздела «Задания для самостоятельной работы» лабораторной работы №5.

Задание 3. Выполнить действия над матрицами *(см. таблицу 6.4).*:

Таблица 6.4

Вариант	Условие
1	$2(A+B)(2B-A)$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.
2	$3A - (A + 2B)B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$.
3	$2(A-B)(A^2+B)$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ -10 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
4	$(A^2-B^2)(A+B)$, где $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
5	$(A-B^2)(2A+B)$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 10 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.
6	$(A-B)A + 2B$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.
7	$2(A-0.5B)+AB$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ -3 & -2 & 0 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$.
8	$(A-B)A + 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$.
9	$2A - (A^2+B)B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -2 \\ 4 & 10 & 1 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.

Витебский государственный технологический университет

10	$3(A^2-B^2)-2AB$, где $A=\begin{pmatrix}4&2&1\\3&-2&0\\0&-1&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&0&2\\5&-7&-2\\1&0&-1\end{pmatrix}$.

Задание 4. Решить уравнение (см. таблицу 6.5):

Таблица 6.5

Вариант	Условие	Вариант	Условие
1	$\begin{pmatrix}2&3&1\\-1&2&4\\5&3&0\end{pmatrix}*X=\begin{pmatrix}2&7&13\\-1&0&5\\5&13&21\end{pmatrix}$.	**6**	$X*\begin{pmatrix}5&1&2\\-1&2&0\\1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&1&5\\-2&2&-1\\17&1&7\end{pmatrix}$.
2	$\begin{pmatrix}4&2&1\\3&-2&0\\0&-1&2\end{pmatrix}*X=\begin{pmatrix}2&0&2\\5&-7&-2\\1&0&-1\end{pmatrix}$.	**7**	$X*\begin{pmatrix}-1&-2&3\\2&3&5\\1&4&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&11&3\\1&6&1\\2&2&16\end{pmatrix}$.
3	$\begin{pmatrix}4&-2&3\\1&1&5\\3&-2&-1\end{pmatrix}*X=\begin{pmatrix}0&-2&6\\2&4&3\\0&-3&4\end{pmatrix}$.	**8**	$X*\begin{pmatrix}1&4&2\\2&1&-2\\0&1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&6&-2\\4&10&1\\2&4&-5\end{pmatrix}$.
4	$\begin{pmatrix}3&2&-5\\4&2&0\\1&1&2\end{pmatrix}*X=\begin{pmatrix}-1&2&4\\0&3&2\\-1&-3&4\end{pmatrix}$.	**9**	$X*\begin{pmatrix}2&1&3\\1&-2&0\\4&-3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}22&-14&3\\6&-7&0\\11&3&15\end{pmatrix}$.
5	$\begin{pmatrix}2&3&1\\4&-1&0\\0&1&2\end{pmatrix}*X=\begin{pmatrix}9&8&7\\2&7&3\\4&3&5\end{pmatrix}$.	**10**	$X*\begin{pmatrix}5&3&-1\\-2&0&4\\3&5&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&4&16\\-3&-2&0\\5&7&2\end{pmatrix}$.

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE. ОПЕРАЦИИ И ФУНКЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Цель работы: приобрести практические навыки решения некоторых задач математического анализа средствами **СКМ Maple.**

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Дифференцирование

Вычисление производных функции $f^n(x)=\frac{d\cdot f^n(x)}{d\cdot x^n}$ – одна из самых распространенных задач математического анализа. Для ее реализации СКМ Maple имеет следующие основные функции:

- прямого исполнения

```
diff (a, x1, x2,…, xn),      diff(a, [x1, x2, … , xn]),
```

- отложенного исполнения

```
Diff (a, x1, x2,…, xn),      Diff(a, [x1, x2, …, xn]).
```

Здесь a – дифференцируемое алгебраическое выражение, в частности функция f(x1, x2,…,xn) ряда переменных, по которым производится дифференцирование.

В простейшей форме `diff(f(x),x)` вычисляет первую производную функции `f(x)` по переменной x. При n, большем 1, вычисления производных выполняются рекурсивно, например, `Diff(diff(f(x),x),y.` Или же для вычисления производных высокого порядка можно использовать оператор `x$n`, где n – порядок производной. Например, выражение `diff(f(x),x$4)`, вычисляющее производную четвертого порядка по x, эквивалентно по записи `diff(f(x),x,x,x,x)`.

После выполнения дифференцирования полученное выражение желательно упростить. Для этого следует использовать команды `simplify factor` или `expand`, в зависимости от того, в каком виде нужен результат.

Витебский государственный технологический университет

Для вычисления производных в заданной точке можно использовать дифференциальный оператор, для определения которого используется команда `D(f)`, где `f` - функция.

Интегрирование

Вычисление неопределенного интеграла $\int f(x)dx$ обычно заключается в нахождении первообразной функции. Для вычисления неопределенных и определенных интегралов Maple представляет следующие функции:

- прямого исполнения

```
int(f, x),      int(f, x=a..b),
int(f, x = a..b, continuous);
```

- отложенного исполнения

```
Int(f, x),      Int(f, x=a..b),
Int(f, x=a..b, continuous).
```

Здесь `f` – подынтегральная функция,

`x` – переменная, по которой выполняются вычисления,

`a` и `b` –верхний и нижний пределы интегрирования,

`continuous` – необязательное дополнительное условие. Если в команде интегрирования добавить эту опцию, то Maple будет игнорировать любые возможные разрывы подынтегральной функции в диапазоне интегрирования. Это позволяет вычислять несобственные интегралы от неограниченных функций.

Для вычисления определенного интеграла необходимо использовать функцию `evalf(int(f, x=a..b),e)`, где `e` – точность вычислений (число значащих цифр результата).

Если верхним пределом интегрирования является бесконечность, то она обозначается словом `infinity`.

Если требуется вычислить интеграл, зависящий от параметра, то его значение может зависеть от знака этого параметра или каких-либо других ограничений. Для получения явного аналитического результата вычислений следует сделать какие-либо предположения о значении параметров, то есть наложить на них ограничения. Это можно сделать при помощи команды `assume(expr1)`, где `expr1` – неравенство. Дополнительные ограничения вводятся с помощью команды `additionally(expr2)`, где `expr2` – другое неравенство, ограничивающее значение параметра с другой стороны.

Витебский государственный технологический университет

После наложения ограничений на параметр *Maple* добавляет к его имени символ (~), например, параметр `a`, на который были наложены некоторые ограничения, в сроке вывода будет иметь вид: `a~`.

Описание наложенных ограничений параметра `a` можно вызвать командой `about(a)`.

Дифференциальные уравнения

Для нахождения аналитических решений дифференциальных уравнений в `Maple` применяется команда `dsolve(eq,var,options)`, где `eq` – дифференциальное уравнение, `var` – неизвестные функции, **options** – параметры. Параметры могут указывать метод решения задачи, например, по умолчанию ищется аналитическое решение: `type=exact`. При составлении дифференциальных уравнений для обозначения производной применяется команда `diff`, например, дифференциальное уравнение $y''+y=x$ записывается в виде `diff(y(x),x$2)+y(x)=x`.

Общее решение дифференциального уравнения зависит от произвольных постоянных, число которых равно порядку дифференциального уравнения. В *Maple* такие постоянные, как правило, обозначаются как *_C1*, *_C2*, и т.д.

Команда `dsolve` выдает решение дифференциального уравнения в невычисляемом формате. Для того, чтобы с решением можно было бы работать далее (например, построить график решения), следует отделить правую часть полученного решения командой `rhs(%)`.

Если, помимо дифференциального уравнения, задать начальные или краевые условия для неизвестной функции, команда `dsolve` может найти решение задачи Коши или краевой задачи Для обозначения производных в начальных или краевых условиях используется дифференциальный оператор *D*, например, условие `y''(0)=2` следует записать в виде $(D@@2)(y)(0)=2$ или условие `y'(1)=0`: $D(y)(1)=0$. Напомним, что производная *n*-го порядка записывается в виде $(D@@n)(y)$.

Команда `dsolve` может найти решение системы дифференциальных уравнений (или задачи Коши), если в ней указать: `dsolve({sys},{x(t),y(t),...})`, где `sys` – система дифференциальных уравнений, `x(t),y(t),...` – набор неизвестных функций.

Для численного решения задачи Коши, построения графиков решения и фазовых портретов в *Maple* имеется специальный пакет графического представления решений дифференциальных уравнений `Detools`.

Команда `DEplot` из пакета `DEtools` строит численными методами графики решения или фазовые портреты. Эта команда сама производит численное решение дифференциального уравнения. Формат этой команды: `DEplot: DEplot(de, vars, range, x=x1..x2, y=y1..y2, cond,`

Витебский государственный технологический университет

ptions), где de – дифференциальное уравнение или система дифференциальных уравнений; vars – список неизвестных функций; range – диапазон измерения независимой переменной; cond – начальные условия; x=x1..x2 и y=y1..y2 – диапазоны изменения функций; **options** – дополнительные параметры.

Наиболее часто используемые параметры: linecolor=цвет линии; scene=[x,y] – определяет, какие зависимости выводить на график; **iterations**=число итераций, необходимое для повышения точности вычислений (по умолчанию это число равно 1); stepsize=число, равное расстоянию между точками на графике, по умолчанию оно равно (x2-x1)/20, этот параметр необходим для вывода более гладкой кривой решения; obsrange=true/false – прерывать или нет вычисления, если график решения выходит за установленный для рисования интервал.

Для решения дифференциального уравнения *n*-ого порядка начальные условия можно задавать в более компактной форме: [x0, y0, y'0, y''0,...], где x0 – точка, в которой задаются начальные условия; y0 – значение искомой функции в точке x0; y'0, y''0,... – значения производных первой, второй и т.д. до (n-1) -ого порядка.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. Найти производные указанных порядков:
$f'(x)=ax^n$, $f'(x)=\sin(x)$, $f'(x,y)=\cos(x)y^3$, $f''(x,y)=\cos(x)y^3$, $f''''(x)=\cos(2x)^2$.

```
> Diff(a*x^n,x)=diff(a*x^n,x);
```

$$\frac{\partial}{\partial x} a x^n = \frac{a x^n n}{x}$$

```
> Diff(sin(x),x)=diff(sin(x),x);
```

$$\frac{\partial}{\partial x} \sin(x) = \cos(x)$$

```
> f(x,y):=cos(x)*y^3;
```

$$f(x,y) := \cos(x)\, y^3$$

```
> Diff(f(x,y),x)=diff(f(x,y),x);
```

$$\frac{\partial}{\partial x} \cos(x)\, y^3 = -\sin(x)\, y^3$$

Витебский государственный технологический университет

```
> Diff(f(x,y),x$2,y$2)=diff(f(x,y),x$2,y$2);
```

$$\frac{\partial^4}{\partial y^2\,\partial x^2}\cos(x)\,y^3 = -6\cos(x)\,y$$

```
> Diff(sin(x^2),x)=diff(sin(x^2),x);
```

$$\frac{\partial}{\partial x}\sin(x^2) = 2\cos(x^2)x$$

```
> Diff(cos(2*x)^2,x$4)=diff(cos(2*x)^2,x$4);
```

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4}\cos(2x)^2 = -128\sin(2x)^2 + 128\cos(2x)^2$$

Полученное выражение можно упростить двумя способами:

```
> simplify(%);
```

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4}\cos(2x)^2 = 256\cos(2x)^2 - 128$$

```
> combine(%);
```

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4}\left(\frac{1}{2}\cos(4x)+\frac{1}{2}\right)^2 = 128\cos(4x)$$

Задание 2. Вычислить вторую производную функции $f(x)=\sin^2(x)/(2+\sin(x))$ в точках $x=\pi/2$, $x=\pi$.

```
> y:=sin(x)^2/(2+sin(x)): d2:=diff(y,x$2):
> x:=Pi; d2y(x)=d2;
```

$$x:=\pi \quad d2y(\pi)=1$$

```
> x:=Pi/2;d2y(x)=d2;
```

$$x:=\frac{1}{2}\pi \qquad d2y\left(\frac{1}{2}\pi\right)=\frac{-5}{9}$$

Задание 3. Найти значения определенных интегралов

а) $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}dx$, б) $\int_0^\infty x\cdot e^{(-x)}dx$.

```
> Int(sin(x)/x,x=0..1.)=evalf(int(sin(x)/x, x=0..1),3);
```

$$\int_0^{1.} \frac{\sin(x)}{x}\,dx = .946$$

```
> Int(x*exp(-x),x=0..infinity) = evalf(int(x*exp(-x),
x=0..infinity),1);
```

Витебский государственный технологический университет

$$\int_0^{\infty} x\,\mathrm{e}^{(-x)}\,dx = 1$$

Задание 4. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \cos x \cos 2x \cos 3x dx$; б) $\int \frac{3x^4+4}{x^2(x^2+1)^3}dx$.

```
>Int(cos(x)*cos(2*x)*cos(3*x),x)=int(cos(x)*
cos(2*x)*cos(3*x),x);
```

$$\int \cos(x)\cos(2x)\cos(3x)dx = \frac{1}{8}\sin(2x) + \frac{1}{16}\sin(4x) + \frac{1}{24}\sin(6x) + \frac{1}{4}x$$

```
>Int((3*x^4+4)/(x^2*(x^2+1)^3),x)=int((3*x^4+4)/
(x^2*(x^2+1)^3),x);
```

$$\int \frac{3x^4+4}{x^2(x^2+1)^3}dx = -4\frac{1}{x} - \frac{57}{8}\arctan(x) - \frac{25}{8}\frac{x}{x^2+1} - \frac{7}{4}\frac{x}{(x^2+1)^2}$$

Задание 5. Найти определенный интеграл

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \cos x dx}{(a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x)^2}$, при условии $a>0$, $b>0$.

```
> assume (a>0); assume (b>0);
> Int(sin(x)*cos(x)/(a^2*cos(x)^2+b^2*sin(x)^2),
x=0..Pi/2)=int(sin(x)*cos(x)/(a^2*cos(x)^2+b^2*
sin(x)^2),x=0..Pi/2);
```

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)\cos(x)}{(a\sim^2 \cos(x)^2 + b\sim^2 \sin(x)^2)^2}dx = \frac{\ln(b\sim) - \ln(a\sim)}{-a\sim^2 + b\sim^2}$$

и несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-ax^2}}{xe^{x^2}}dx$, при условии $a>-1$.

```
> assume(a>-1);
>Int((1-exp(-a*x^2))/(x*exp(x^2)),x=0..+infinity)
=int((1-exp(-a*x^2))/(x*exp(x^2)), x=0..+infinity);
```

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{(-a\sim x^2)}}{xe^{x^2}}dx = \frac{1}{2}\ln(a\sim +1)$$

Задание 6. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'+y\cos x=\sin x\cos x$.

```
> restart;
> de:=diff(y(x),x)+y(x)*cos(x)=sin(x)*cos(x);
```

Витебский государственный технологический университет

$$de := \left(\frac{\partial}{\partial x} y(x)\right) + y(x)\cos(x) = \sin(x)\cos(x)$$

```
> dsolve(de,y(x));
```

$$y(x) = \sin(x) - 1 + e^{(-\sin(x))}_C1$$

Задание 7. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка $y''-2y'+y=\sin x+e^{-x}$.

```
> restart;
> deq:=diff(y(x),x$2)-2*diff(y(x),x)+y(x)
=sin(x)+exp(-x);
```

$$deq := \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x)\right) - 2\left(\frac{\partial}{\partial x} y(x)\right) + y(x) = \sin(x) + e^{(-x)}$$

```
> dsolve(deq,y(x));
```

$$y(x) = _C1e^x + _C2e^x x + \frac{1}{2}\cos(x) + \frac{1}{4}e^{(-x)}$$

Задание 8. Найти решение задачи Коши:
$y^{(4)}+y''=2\cos x,\ y(0)=-2,\ y'(0)=1,\ y''(0)=0,\ y'''(0)=0.$

```
> de:=diff(y(x),x$4)+diff(y(x),x$2)=2*cos(x);
```

$$de := \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} y(x)\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x)\right) = 2\cos(x)$$

```
> cond:=y(0)=-2, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=0,
(D@@3)(y)(0)=0;
```

$$cond := y(0)=-2,\ D(y)(0)=1,\ (D^{(2)})(y)(0)=0,\ (D^{(3)})(y)(0)=0$$

```
> dsolve({de,cond},y(x));
```

$$y(x)=-2\cos(x)-x\sin(x)+x$$

Задание 9. Найти решение краевой задачи:
$y''+y=2x-\pi,\ y(0)=0,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. Построить график решения.

```
> restart; de:=diff(y(x),x$2)+y(x)=2*x-Pi;
```

$$de := \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x)\right) + y(x) = 2x - \pi$$

```
> cond:=y(0)=0,y(Pi/2)=0;
```

$$cond := y(0) = 0,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

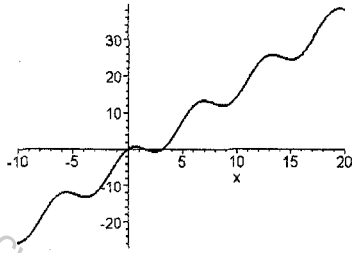
Витебский государственный технологический университет

```
> dsolve({de,cond},y(x));
```

$$y(x)=2x-\pi+\pi\cos(x)$$

Замечание: для построения графика решения предварительно следует отделить правую часть полученного выражения.

```
> y1:=rhs(%):plot(y1,x=-10..20,thickness=2);
```



Задание 10. Найти решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = -4x - 2y + \dfrac{2}{e^t - 1}, \\ y' = 6x + 3y - \dfrac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

```
> sys:=diff(x(t),t)=-4*x(t)-2*y(t)+2/(exp(t)-1),
diff(y(t),t)=6*x(t)+3*y(t)-3/(exp(t)-1):
> dsolve({sys},{x(t),y(t)});
```

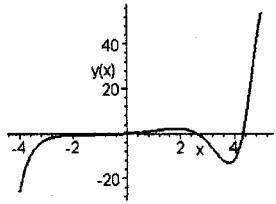
$$\{x(t) = -3_C1 + 4C1_e^{(-t)} - 2C2_ + 2C2_e^{(-t)} + 2e^{(-t)}\ln(e^t - 1),$$
$$y(t) = 6_C1 - 6_C1e^{-t} - 3_C2e^{(-t)} + 4_C2 - 3e^{(-t)}\ln(e^{(t)} - 1)\}$$

Найдены две функции $x(t)$ и $y(t)$, которые зависят от двух произвольных постоянных *_C1* и *_C2*.

Задание 11. Нарисовать график решения дифференциального уравнения:
$y''' + x\sqrt{|y'|} + x^2 y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 1$
в интервале $x \in [-4,5]$.

```
> restart; with(DEtools):
> DEplot(diff(y(x),x$3)+x*sqrt(abs(diff(y(x),x)))
+x^2*y(x)=0, {y(x)}, =-4..5, [[y(0)=0,D(y)(0)=1,
(D@@2)(y)(0)=1]], stepsize=.1, linecolor=black,
thickness=2);
```

Витебский государственный технологический университет



Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. Найти значение первой и второй производных функции f(x).

Вариант	Условие	Вариант	Условие
1	а) $f(x)=2x^4+5x^3+x^7+45$; б) $f(x)=\sin 4x^2$.	6	а) $f(x)=300x^3+500x^{11}+xy^4+7$; б) $f(x)=x\cdot\cos 2x/\sin x$.
2	а) $f(x)=42x^{0,5}+3\sqrt[3]{x}+x^2y+3$; б) $f(x)=\sin x\cdot e^{45x+4}$.	7	а) $f(x)=8x^7+6x^5+4x^3y^2+9$; б) $f(x)=ctg(45x^2+34x+5)+tg(25x)$.
3	а) $f(x)=8x^5+5x^4+3y^6+15$; б) $f(x)=\cos 87x^3$.	8	а) $f(x)=12x^4+52x^2+\frac{y^2}{x}+45x+2$; б) $f(x)=\sin 2x\cdot\cos 2x$.
4	а) $f(x)=23x^{30}+5x^{11}+x\cdot y+45x$; б) $f(x)=\sin^2 x+tg12x\cdot x$.	9	а) $f(x)=44x^4+25x^2+xy^3+4x$; б) $f(x)=\sin(4x+24)\cdot\ln(1-2x)\cdot e^{4x}$.
5	а) $f(x)=\frac{x^{27}}{27}+5x^{0,2}+5x^2y+45x$; б) $f(x)=x\sin x+x^2\cos 43x$.	10	а) $f(x)=5x^{10}+10x^5+25xy+125$; б) $f(x)=tg(2x)+tg(12x)\cdot\cos(8x)$.

Задание 2. Найти значение определенного интеграла, дать графическую интерпретацию решения.

Вариант	Условие	Вариант	Условие
1	$\int_1^4 \frac{\ln^2 x}{x}dx$	11	$\int_0^1 \frac{x\cdot arctgx}{\sqrt{1+x^2}}dx$
2	$\int_2^3 \frac{1}{x\lg x}dx$	12	$\int_0^1 \frac{1}{(3\sin x+2\cos x)^2}dx$
3	$\int_1^2 \frac{x^3}{3+x}dx$	13	$\int_{\pi/6}^{\pi/3} tg^2x+ctg^2xdx$
4	$\int_0^1 xe^x\sin xdx$	14	$\int_0^{3/4} \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}dx$

Витебский государственный технологический университет

5	$\int_1^{2.5} \frac{1}{x^2} \sin\frac{1}{x} dx$	15	$\int_0^{1.5} \frac{e^x(1+\sin x)}{1+\cos x} dx$
6	$\int_0^{2} \frac{1}{\sqrt{9+x^2}} dx$	16	$\int_0^{1} \frac{x^2-1}{(x^2+1)\sqrt{x^4+1}} dx$
7	$\int_1^{2} \frac{\sqrt{x^2-0.16}}{x} dx$	17	$\int_1^{3} x^x(1+\ln x) dx$
8	$\int_1^{1.5} \sin x \ln(tg(x)) dx$	18	$\int_0^{1.9999} x^2\sqrt{4-x^2} dx$
9	$\int_1^{3} x^x(1+\ln x) dx$	19	$\int_0^{3} \arcsin\sqrt{\frac{x}{1+x}} dx$
10	$\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1} dx$	20	$\int_1^{2} \left(\frac{\ln x}{x}\right)^3 dx$

Задание 3. Решить дифференциальное уравнение и систему дифференциальных уравнений. Проиллюстрировать решение графически.

Вариант	Условие	Условие
1	$y''(x)=x\cdot\sin(x)$ $y(0)=1,\ y'(0)=2,\ y''(0)=1$	$\begin{cases} y' = y\cdot z + x; \\ z' = x^2 - y^2. \end{cases}$ $y(0)=1,\ z(0)=2;$
2	$y'''(x)+2y'(x)=x^2;$ $y(0)=1,\ y'(0)=2,\ y''(0)=1$	$\begin{cases} y' = y\cdot x + 2\cdot z; \\ z' = y - 4\cdot z. \end{cases}$ $y(1)=1,\ z(1)=0.$
3	$y'''(x)+2y'(x)=e^{2x};$ $y(0)=1\ y'(0)=2,\ y''(0)=1$	$\begin{cases} y' = 4x^2 + y/(x+1); \\ z' = e^{-(x2+y2)} + z. \end{cases}$ $y(0)=1,\ z(0)=0.5,\ a=0,\ b=1$
4	$y'''(x)+5y'(x)=e^{2x} + \sin(4x);$ $y(0)=1,\ y'(0)=2,\ y''(0)=1$	$\begin{cases} y' = y\cdot z/x; \\ z' = x/z; \end{cases}$ $y(1)=0,\ z(1)=0.5.$
5	$10y''(x)+7y'(x)=e^{7x}$ $y(0)=1,\ y'(0)=2$	$\begin{cases} y' = \ln(2\cdot x + (9x^2 + z^2)^{1/2}); \\ z' = (9x^2 + y^2)^{1/2}) + x\cdot\sin(2\cdot x); \end{cases}$ $y(0)=0,\ z(0)=0.5.$
6	$10y''+2y'=x\cdot\sin(4x)$ $y(0)=1,\ y'(0)=2$	$\begin{cases} y' = z^2 + x; \\ z' = y\cdot x; \end{cases}$ $y(1)=0,\ z(1)=10.$
7	$5y''(x)+y'(x)=x\cdot e^{-x}$ $y(0)=1,\ y'(0)=2$	$\begin{cases} y' = y\cdot\cos(x) - z\cdot\sin(x); \\ z' = y\cdot\sin(x) + z\cdot\cos(x); \end{cases}$ $y(0)=0,\ z(0)=2.$
8	$3\cdot z''(x)+z'(x)=x\cdot\sin(x)$ $z(0)=0,\ z'(0)=1$	$\begin{cases} y' = 2\cdot\cos(3\cdot y+z); \\ z' = x/(4\cdot y+x)+x+11; \end{cases}$ $y(0)=3,\ z(0)=3.$
9	$y'''(x)+3\cdot y''(x)=x^2$ $y(0)=1,\ y'(0)=0$	$\begin{cases} y' = y + x\cdot(x+5); \\ z' = x - z^3; \end{cases}$ $y(0)=1,\ z(0)=-0.1.$
10	$4\cdot y''(x)+2\cdot y'(x)=x^2$ $y(0)=1,\ y''(0)=0$	$\begin{cases} y' = y\cdot z + x\cdot\cos(x); \\ z' = -z^2 + 10\cdot x; \end{cases}$ $y(0)=0,\ z(0)=0.2.$

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ

Цель работы: приобрести практические навыки построения и анализа корреляционно-регрессионных моделей в СКМ MAPLE.

Витебский государственный технологический университет

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Общие сведения

В настоящее время существует большое количество пакетов прикладных программ специального назначения для статистического анализа данных. Эти пакеты обладают дружественным пользователю интерфейсом и позволяют получить результаты в виде высококачественных таблиц и диаграмм.

Ключевым моментом статистического анализа является корреляционно-регрессионный анализ данных и построение математической модели, на основании которой можно выполнять прогнозы рассматриваемых процессов или явлений. Расчет модели и построение прогнозов является делом достаточно трудоемким, основанным на большом количестве вычислений. Поэтому использование стандартных функций, входящих в пакеты прикладных и специальных программ, значительно облегчает эту процедуру.

При использовании системы символьной математики Maple для построения экономико-математической модели выбор вида модели не предопределен разработчиками пакета. СКМ Maple позволяет пользователю произвольно, по своему усмотрению, задавать вид модели и при необходимости оперативно его изменять.

Как известно, по аналитической форме выделяют линейные и нелинейные модели. В практической работе наибольшее распространение получили модели линейной и полиномиальной зависимости. Достоинство линейной модели состоит в четкой экономической интерпретации ее параметров и возможности оценки параметров регрессии методом наименьших квадратов. В группе нелинейных функций выделяют класс линеаризуемых функций, которые с помощью преобразований можно привести к линейному виду. Аналитический вид основных функций представлен в таблице 8.1

Таблица 8.1. Функции, наиболее часто используемые в экономических исследованиях

Название функции	Аналитический вид функции	Преобразования переменных, приводящие функцию к линейному виду
Полулогарифмическая	$y = a+b\cdot\ln(x)$	$x_1 = \ln(x)$ $y = a + b\cdot x_1$
Степенная	$y = a\cdot x^b$	$y_1 = \ln(y)$ $x_1 = \ln(x)$ $y = \ln(a) + b\cdot x_1$
Показательная	$y = a\cdot b^x$	$y_1 = \ln(y)$ $y_1 = \ln(a) + x\cdot\ln(b)$
Параболическая	$y = a+b_1\cdot x+b_2\cdot x_2^2$	$x_1 = x$ $x_2 = x^2$ $y = a + b_1\cdot x_1 + b_2\cdot x_2$
Гиперболическая	$y = a+b/x$	$x_1 = 1/x$ $y = a + b\cdot x_1$

Построить и оценить регрессионную модель в СКМ MAPLE можно с помощью модулей и функций статистической библиотеки `stats` (таблица 8.2).

Подключение этой библиотеки осуществляется командой

```
>with(stats);
```

Таблица 8.2. Подбиблиотеки библиотеки `stats`

Подбиблиотеки	Описание
`importdata`	импорт данных из файла
`anova`	вариационный анализ
`describe`	статистические характеристики
`fit`	аппроксимация данных
`random`	случайные значения
`statevalf`	численная оценка данных
`statplots`	графика
`transform`	преобразования данных

Подбиблиотека `Fit`

Эта подбиблиотека предназначена для нахождения корреляционных отношений и для аппроксимации данных выбранными зависимостями с использованием метода наименьших квадратов.

Витебский государственный технологический университет

Формат:

```
fit[leastsquare[[x,y]]]([[dataX], [dataY]]);
```

По умолчанию система приближает зависимость к уравнению прямой линии.

Подбиблиотека `transform`

Эта подбиблиотека содержит богатые возможности выполнения преобразований над данными, что видно при рассмотрении ее содержания, приведенного ниже.

Формат:

```
stats[transform, <function>](args) или
[transform, <function>](args),
```

где `args` – список данных, а вместо

`<function>]` могут использоваться ключевые слова, например:

`apply` – замена элементов данных новыми, вычисляемыми по заданной формуле;

`multiapply` – преобразование по формуле данных, представленных списком;

`standardscore` – замена элементов данных;

`statsoft` – сортировка статистических данных и пр.

Подробнее с этой темой можно ознакомиться в [3].

Функция `describe`

Эта функция позволяет вычислять широкий спектр описательных характеристик, используемых при анализе статистических данных. Выделим некоторые наиболее употребляемые параметры этой функции (см. таблицу 8.3).

Таблица 8.3. Параметры функции `describe`

Параметры	Описание
`coefficientofvariation`	коэффициент вариации
`count`	число элементов
`covariance`	линейная ковариация
`geometricmean`	среднее геометрическое
`linearcorrelation`	линейная корреляция

Вятский государственный технологический университет

mean	среднее арифметическое
median	медиана
quadraticmean	квадратичное среднее арифметическое
standarddeviation	стандартное отклонение
variance	дисперсия

Подробнее с этой темой можно ознакомиться в [1, 3].

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧСТЬ

Для того, чтобы объединить построение и исследование экономико-математической модели в единую структуру, можно предложить методику, включающую в себя следующие элементы:

- построение модели по экспериментальному набору данных;
- проверку модели на адекватность с расчетом корреляционно - регрессионной статистики;
- графическое отражение реальной и расчетной зависимостей между зависимыми и независимыми переменными с выводом уравнения регрессии на графике.

В качестве объекта исследования используем набор исходных данных, состоящий из двух массивов: массива независимых переменных X и массива зависимых переменных Y.

Задание 1. Провести анализ зависимости среднедневной заработной платы, руб. (Y) от среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного, руб. (x). Таблица П2 с исходными данными приведена в Приложении 2.

Сеанс работы в Maple

На первом этапе массивы данных x – среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного и Y – среднедневная заработная плата следует оформить типом statsdata для возможности обработки процедурами и функциями библиотеки stats СКМ Maple:

```
> restart;
> with(stats);
```

[*anova*, *describe*, *fit*, *importdata*, *random*, *statevalf*, *statplots*, *transform*]

```
>X:=[1788,1890,2064,2158,2296,2330,2350,2440,2510,2610,2633,2688,2750,3500,3620,3800];
```

$X := [1788, 1890, 2064, 2158, 2296, 2330, 2350, 2440, 2510, 2610, 2633, 2688, 2750, 3500, 3620, 3800]$

Витебский государственный технологический университет

```
>Y:=[6000,6000,6600,6600,6800,7500,7420,7580,7550,7785,78
55,7700,7963,8500,8560,9100];
```

$$Y := [6000, 6000, 6600, 6600, 6800, 7500, 7420, 7580, 7550, 7785, 7855, 7700, 7963, 8500, 8560, 9100]$$

Для расчета функциональной зависимости между экспериментальными данными X и Y и возможности ее графического отображения определим функцию пользователя spisok=f(x) с использованием функционального оператора →:

```
> spisok:=(x,y)->[x,y];
```

Далее, задав вид модели (например, линейная), рассчитаем коэффициенты уравнения регрессии:

```
> fit[leastsquare[[x, y]]]([X,Y]);
```

$$y = \frac{319188179584}{83641319} + \frac{118019989}{83641319} x$$

и приведем полученное уравнение к численному виду

```
> evalf(%,4);
```

$$y = 3816. + 1.411\, x$$

Следует отметить, что при определенной ранее функциональной зависимости между независимой и зависимой переменными функция leastsquare[[x,y],y=f(x)] позволяет задавать вид модели по усмотрению разработчика. Если задать, например, квадратичную или кубическую зависимость, можно рассчитать и такие модели:

```
> eq:=y=z*x^2+b*x+c;
```

$$eq := y = z\, x^2 + b\, x + c$$

```
> evalf(fit[leastsquare[[x, y], eq]]([X,Y]),4);
```

$$y = -.0006551\, x^2 + 5.115\, x - 1169.$$

```
>evalf(fit[leastsquare[[x,y],y=a*x^3+b*x^2+c*x+d]]([X,Y])
,7);
```

$$y = .4493261\ 10^{-6}\, x^3 - .004330596\, x^2 + 14.79227\, x - 9393.114$$

Для того, чтобы графически отобразить экспериментальные данные и построить линию тренда, значения X и Y сначала следует сгруппировать попарно функцией zip:

```
> k:=zip(spisok,X,Y);
```

затем на основании полученного уравнения регрессии рассчитать линию тренда:

```
> fun:=rhs(f);
```

$$fun := 1.411025\, x + 3816.154$$

```
> for i from 1 to nops(X) do
```

Витебский государственный технологический университет

```
  Y1[i]:=evalf(subs({x=X[i]},fun))
end do:
> Y1:=convert(Y1,list);
```

Здесь стандартная функция rhs библиотеки stats выделяет правую часть полученной функциональной зависимости для расчета линии тренда Y1, функция nops в цикле for подсчитывает количество значений X, функция subs осуществляет подстановку значений аргумента из массива X[i] в уравнение регрессии, а функция convert преобразовывает полученный массив Y1 в данные типа list (список) для возможности использования их в функции построения графика plot:

```
> k1:=zip(spisok,X,Y1):
> plot([k,k1], thickness=2, labels=["Независимая
переменная X","Зависимая переменная Y"],
labeldirections=[horizontal, vertical], legend=["Исходные
данные", "Теоретическая модель"], title=cat("Модель
y=",convert(evalf(fun,7),string)));
```

Заданные в функции plot параметры позволяют не только построить реальную и расчетную зависимости, применив различные графические стили и комментарии, но и вывести на графике уравнение регрессии (см. рис.8.1).

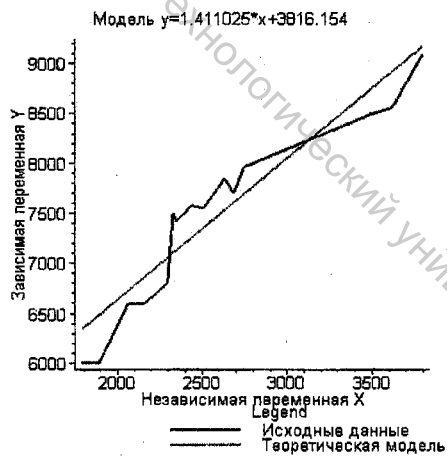


Рис.8.1 – Графическое представление модели

После расчета уравнения регрессии необходимо определить адекватность модели, для чего рассчитывается статистика по регрессии: коэффициент корреляции, коэффициент детерминированности, ошибки по X и по Y,

Витебский государственный технологический университет

остаточная сумма квадратов, регрессионная сумма квадратов, критерий Фишера и некоторые другие. Для возможности использования стандартных процедур и функций библиотеки `stats` значения `Y` и `Y1` вначале необходимо преобразовать к символьному типу (`array`) и только затем обрабатывать:

```
> y:=convert(Y,array):
> n:=nops(Y):
> sr:=evalf((sum(y[j],j=1..n)/n),7);
```

$$sr := 7469.562$$

```
  Q:=evalf((sum((y[j]-sr)^2,j=1..n)),12);
```

$$Q := .117556959375\ 10^{8}$$

```
> y1:=convert(Y1,array):
> Qe:=evalf((sum((y[j]-y1[j])^2,j=1..n)),12);
```

$$Qe := .134762402842\ 10^{7}$$

```
  Qr:=evalf(sum((y1[j]-sr)^2,j=1..n),12);
```

$$Qr := .104080724633\ 10^{8}$$

```
> R:=evalf(Qr/(Qr+Qe),4);
```

$$R := .8852$$

```
> k:=1;
```

$$k := 1$$

```
> S:=Qe/(n-k-1);
```

$$S := 96258.85914$$

```
> F:=evalf(Qr/S,4);
```

$$F := 108.1$$

Результаты выводятся функцией `printf`:

```
> printf("Коэффициент корреляции
->%20.6f\nКоэффициент детерминированности
->%18.4f\nРегрессионная сумма квадратов
->%15.1f\nОстаточная сумма квадратов      =>%15.1f\nОбщая
сумма квадратов              =>%15.1f\nКритерий Фишера,
->%16.2f\n", correl,R,Qr,Qe,Q,F);
Коэффициент корреляции          =>          .941100
Коэффициент детерминированности =>          .8852
Регрессионная сумма квадратов   =>    10408072.5
Остаточная сумма квадратов      =>     1347624.0
Общая сумма квадратов           =>    11755695.9
Критерий Фишера,                =>        108.10
```

По полученным результатам можно сделать вывод об адекватности модели (см. лабораторные работы № 2, 3).

Витебский государственный технологический университет

Чтобы сделать прогноз на последующие периоды, нужно задать новые значения X – (xn) и применить описанную выше методику:

```
> xn:=[4000,4500,5000];
> for i from 1 to nops(xn) do
  Yn[i]:=evalf(subs({x=xn[i]},fun))
  end do:
> Yn:=evalf(convert(Yn,list),5);
```

$$Yn := [9460.3, 10166., 10871.]$$

Для этой же цели можно воспользоваться подбиблиотекой `transform`:

```
> eq_fun:=unapply(rhs(f),x);
```

$$eq_fun := x \rightarrow 1.411025\,x + 3816.154$$

Так как функция `eq_fun` определена, можно выполнить преобразования над списком данных – рассчитать значения Y в соответствии с уравнением регрессии:

```
> Y_pred:=evalf(transform[apply[eq_fun]](X),4);
```

$$Y_pred := [6339., 6483., 6728., 6861., 7056., 7104., 7132., 7259., 7358., 7499., 7531., 7609., 7696., 8754., 8924., 9178.]$$

Найдем разность между соответствующими элементами данных (абсолютные ошибки прогноза):

```
> Residuals:=evalf(transform[multiapply[(x,y)-> x-y]]([Y,
Y_pred]),4);
```

$$Residuals := [-339., -483., -128., -261., -256., 396., 288., 321., 192., 286., 324., 91., 267., -254., -364., -78.]$$

```
> X_pred:=[4000,4500,5000];
```

$$X_pred := [4000, 4500, 5000]$$

Для новых значений X (X_pred) рассчитаем прогнозируемые значения Y (Y_pred):

```
> Y_pred:=evalf(transform[apply[eq_fun]](X_pred),5);
```

$$Y_pred := [9460.2, 10166., 10871.]$$

Выведем статистику по регрессии:

```
> A:=[correl,R,F,Qr,Qe];
```

Витебский государственный технологический университет

$$A := [.9411, .8852, 108.1, .104080724633\ 10^8, .134762402842\ 10^7]$$

```
> for i from 1 to nops(A) do
> printf("%14.2f  \n",A[i])end do;
          .94
          .89
       108.10
   10408072.46
    1347624.03
```

Задание 2. Рассчитать множественную регрессионную модель, отражающую зависимость производительности труда (Y) от трудоемкости единицы продукции (x_1), удельного веса комплектующих изделий (x_3), коэффициента сменности оборудования (x_4), премии и вознаграждения на одного работника (x_5), среднегодовой стоимости ОПС (x_9) и фондовооруженности труда (x_{11}). (Таблица П1 с исходными данными приведена в Приложении 1).

Предположим линейную функциональную зависимость вида

$$y = m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5 + m_6x_6 + b.$$

Введем исходные данные в виде массивов (X1,X2,X3,X4,X5,X6,Y), приняв в качестве факторов X данные из таблицы П2 приложения 2:

X1 – трудоемкость единицы продукции;
X2 – удельный вес комплектующих изделий;
X3 – коэффициент сменности оборудования;
X4 – премии и вознаграждения на одного работника;
X5 – среднегодовая стоимость ОПС;
X6 – фондовооруженность труда;
Y – производительность труда.

```
>evalf(fit[leastsquare[[x1,x2,x3,x4,x5,y]]]([X1,X2,X3,X4,X
5,Y]),4);
```

$$Y := -8.14\,X1 + 6.704\,X2 + 2.607\,X3 + .809\,X4 - .00041\,X5 + .3\,X6 + 2.57$$

Результаты расчетов примеров из заданий 1 и 2, полученные в СКМ Maple и ТП MS Excel (лабораторные работы № 2,3), совпадают, что говорит об их достоверности и возможности использования любого из этих программных продуктов для расчета регрессионных моделей.

Покажем на примерах использование функции Describe с описанными выше параметрами:

```
> restart:with(stats);
> describe[linearcorrelation](X,Y):evalf(%,4);
```

Витебск государственный технологический университет

.9411

```
> describe[coefficientofvariation](X):evalf(%,4);
```

.2208

```
> describe[count](Y);
```

16

```
> describe[covariance](X,Y):evalf(%);
```

461015.5820

```
> describe[geometricmean](X):evalf(%,5);
```

2530.9

```
> describe[mean](X):evalf(%,5);
```

2589.2

```
> describe[median](X):evalf(%,5);
```

2475.

```
> describe[quadraticmean](X):evalf(%,5);
```

2651.5

```
> describe[variance](X): evalf(%,7);
```

326723.9

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. С помощью подбиблиотек и функций библиотеки `stats` СКМ MAPLE установить связь между анализируемыми данными (см. таблицу 8.4), построить и проанализировать экономико-математическую *однофакторную* регрессионную модель, позволяющую получить прогноз результативного признака на последующие периоды. Вид модели определить самостоятельно (см. таблица 8.1) Вывести всю возможную статистическую информацию. Построить график изменения результативного признака во времени. Отразить на графике линию тренда и уравнение регрессии.

Таблица 8.4. Показатели деятельности предприятия

Номер предприятия	Выработка продукции на одного работника тыс. руб.	Новые ОПС, %	Удельный вес рабочих высокой квалификации %	Коэффициент использования оборудования
№	**Y**	**x1**	**x2**	**x3**
1	7	3,9	10	0,76
2	7	3,9	14	0,78
3	7	3,7	15	0,75
4	7	4	16	0,78

Продолжение таблицы 8.4

5	7	3,8	17	0,74
6	7	4,8	19	0,81
7	8	5,4	19	0,81
8	8	4,4	20	0,82
9	8	5,3	20	0,82
10	10	6,8	20	0,82
11	9	6	21	0,84
12	11	6,4	22	0,84
13	9	6,8	22	0,8
14	11	7,2	25	0,8
15	12	8	28	0,85
16	12	8,2	29	0,85
17	12	8,1	30	0,88
18	12	8,5	31	0,87
19	14	9,6	32	0,89
20	14	9	36	0,85

Варианты заданий

Варианты 1-4: результативный признак – Y, факторный признак – X1.
Варианты 5-7: результативный признак – Y, факторный признак – X2.
Варианты 8-10: результативный признак – Y, факторный признак – X3.

Задание 2. С помощью подбиблиотек и функций библиотеки stats СКМ MAPLE установить связь между анализируемыми данными и построить экономико-математическую *многофакторную* регрессионную модель, отражающую влияние показателей экономического роста предприятия за период 2002-2006 г.г.квартально на результативный признак (см. таблицу 8.5).

Таблица 8.5. Затраты на производство продукции ФХИ «Купава»

Период	Себестоимость, млн. руб.	Материальные затраты, млн. руб.	Оплата труда, млн. руб.	Отчисления на социальные нужды, млн. руб.	Объем продукции, млн. руб.
№	**Y**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**
I-2002	82	32	32	13	85
II-2002	94	37	32	15	98
II-2002	124	52	36	16	109
IV-2002	105	53	36	14	115
I-2003	93	32	39	14	89
II-2003	118	48	43	16	130
III-2003	112	38	48	16	98
IV-2003	106	31	36	18	124
I-2004	100	30	36	18	122
II-2004	94	28	33	18	118

Витебский государственный технологический университет

Продолжение таблицы 8.5

III-2004	88	25	30	19	95
IV-2004	82	22	28	19	90
I-2005	100	30	30	21	120
II-2005	101	30	30	21	120
III-2005	104	32	31	22	122
IV-2005	106	33	32	21	125
I-2006	111	36	35	22	130
II-2006	121	40	40	23	140
III-2006	115	38	35	22	127
IV -2006	116	38	35	22	127

Варианты заданий

Варианты 1-4: результативный признак – Y, факторные признаки – X1-X3.
Варианты 5-7: результативный признак – Y, факторные признаки – X2-X4.
Варианты 8-10: результативный признак – Y, факторные признаки – X1,X3,X4.

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE. ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Цель работы: приобрести практические навыки решения задач линейной и нелинейной оптимизации с помощью библиотек `simplex` и `Optimization` СКМ MAPLE.

Витебский государственный технологический университет

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Библиотека `Simplex`

Если требуется найти переменные, при которых линейная функция многих переменных имеет максимум (или минимум) при выполнении определенных ограничений, заданных в виде линейных равенств или неравенств, то следует использовать симплекс-метод. Этот метод реализован в библиотеке `simplex`, содержащей алгоритм линейной оптимизации. Библиотека `simplex`, как и любая другая, подключается командой `with`. Подробнее с функциями этой библиотеки можно ознакомиться в справочной системе СКМ `Maple`.

Поиск максимума (минимума) функции осуществляется командами `maximize` (`minimize`), которые используются в следующем формате:

```
maximize(expr, opt1, opt2, ..., optn)
minimize(expr, opt1, opt2, ..., optn)
```

здесь

`expr` – алгебраическое выражение,

`opt1, opt2, ..., optn` – параметры оптимизации.

В качестве параметров оптимизации можно указывать в фигурных скобках ограничительную систему неравенств. Поскольку пакет `simplex` предназначен для решения задач линейной оптимизации, после его загрузки команды `maximize` и `minimize` меняют свое действие. Теперь эти команды выдают координаты точек, при которых заданная линейная функция имеет максимум или минимум. При этом допускается дополнительная опция для поиска только неотрицательных решений `NONNEGATIVE`.

Пример 9.1

При каких значениях переменных **функция** `f(x,y,z)=-x+2y+3z` имеет максимум, если требуется выполнение **условий** `x+2y-3z<=4, 5x-6y+7z<=8, 9x+10z<=11`, а все переменные **неотрицательные**?

Сеанс работы в Maple:

```
>restart: with(simplex);
>f:=-x+2*y+3*z; # Целевая функция
```

$$f := -x+2y+3z$$

```
>ogran:={x+2*y-3*z<=4, 5*x-6*y+7*z<=8, 9*x+10*z<=11}:
                                                # Ограничения
>maximize(f, ogran, NONNEGATIVE); # Поиск решения в
данном случае максимизация функции
```

$$\left\{x=0, z=\frac{11}{10}, y=\frac{73}{20}\right\}$$

СКМ MAPLE выдает ответ в самой точной форме – символьной, более точной, чем любой из численных методов. Однако, если желателен ответ в виде числа с плавающей точкой, то его можно найти в конце символьных вычислений. Для этой цели можно использовать функцию `evalf(expr, n)`.

```
> rez:=evalf(rez,3);
```

$$rez := \{x=0., z=1.10, y=3.65\}$$

Максимум функции при заданной системе ограничений можно определить с помощью функции `subs(x=a, expr)`, которая подставит вычисленные значения переменных `x, y` и `z` (`rez`) в функцию `f`.

```
> F:=subs(rez,f);
```

$$F := 10.60$$

Таким образом, максимальное значение, равное `10,6`, в условиях заданной системы ограничений функция `F` принимает при значениях неизвестных `x=0, y=3.65, z=1.1`.

Библиотека Optimization

Эта стандартная библиотека позволяет отыскивать оптимальные решения для задач следующего вида:

- линейного программирования `LPSolve`;
- квадратического программирования `QPSolve`;
- нелинейного программирования `NLPSolve`;
- среднеквадратического отклонения `LSSolve`.

Витебский государственный технологический университет

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. Решить задачу линейного программирования, используя библиотеку `simplex` и библиотеку `Optimization`.

Фирма производит три вида продукции (A, B, C), для выпуска каждого требуется определенное время обработки на всех четырех устройствах.

Вид продукции	Время обработки, ч.				Прибыль, у.е.
	I	II	III	IV	
A	1	3	1	2	3
B	6	1	3	3	6
C	3	3	2	4	4

Рассчитать оптимальный план производства, если допустимое время работы на устройствах I, II, III, IV составляет соответственно 84, 42, 21 и 42 часа.

Экономико-математическая модель задачи имеет вид:

целевая функция: `func:=3*A+6*B+4*C;`

ограничения:

$$\begin{cases} 1\cdot A+6\cdot B+3\cdot C<=84 \\ 3\cdot A+1\cdot B+3\cdot C<=42 \\ 1\cdot A+3\cdot B+2\cdot C<=21 \\ 2\cdot A+3\cdot B+4\cdot C<=42 \\ A, B, C - \text{неотрицательные } (>=0) \\ A, B, C - \text{целочисленные.} \end{cases}$$

Здесь `A, B, C` – количество производимой продукции каждого вида.

Приведем решение в системе `Maple` с использованием библиотеки `simplex`:

```
> func:=3*A+6*B+4*C;
```

$$func := 3A + 6B + 4C$$

```
> ogran:={1*A+6*B+3*C<=84, 3*A+1*B+3*C<=42,
1*A+3*B+2*C<=21, 2*A+3*B+4*C<=42};
```

$$organ := \{A + 6B + 3C \le 84, 3A + B + 3C \le 42, A + 3B + 2C \le 21, 2A + 3B + 4C \le 42\}$$

```
> rez:=maximize(func, ogran, NONNEGATIVE);
```

$$rez := \{A = \frac{105}{8}, B = \frac{21}{8}, C = 0\}$$

```
> rez:=evalf(rez,3);
```

$$rez := \{A = 13., B = 2.6, C = 0.\}$$

```
> F:=subs(rez,func);
```

$$F := 55.02$$

Витебский государственный технологический университет

Решение в системе Maple с использованием библиотеки Optimization:

```
>restart;
>with(Optimization);
```

[ImportMPS, Interactive, LPSolve, LSSolve, Maximize, Minimize, NLPSolve, QPSolve]

```
>func:=3*A+6*B+4*C;
```

$$3A+6B+4C$$

```
>ogran:={1*A+6*B+3*C<=84, 3*A+1*B+3*C<=42,
1*A+3*B+2*C<=21, 2*A+3*B+4*C<=42};
```

$$\{1A+6B+3C<=84,\ 3A+1B+3C<=42,\ 1A+3B+2C<=21,\ 2A+3B+4C<=42\};$$

```
>LPSolve(func, ogran, assume={nonnegative, integer},
maximize);
```

$$[54., [A=12, B=3, C=0]]$$

Следует отметить, что библиотека simplex не предусматривает параметра для наложения ограничения целочисленности на переменные. Поэтому результаты оптимизации различаются. Таким образом, при необходимости получения целочисленного решения оптимизационных задач использование библиотеки Optimization предпочтительно.

Задание 2. Решить задачу нелинейного программирования, используя библиотеку Optimization.

Предприятие выпускает два вида продукции. Для изготовления продукции требуются ресурсы трех видов. С учетом брака расход ресурсов на единицу производимой продукции j-го вида определяется выражением $a_{ij}+k_{ij}x_j$, а прибыль в зависимости от объемов производства равна $p_j+l_jx_j$, где

- x_j – искомый объем производства продукции j-го вида,
- a_{ij} – норма расхода i-го ресурса на производство единицы продукции j-го вида,
- k_{ij} – коэффициент изменения расхода соответствующего ресурса с учетом выпуска бракованных изделий,
- p_j – прибыль от единицы продукции j-го вида ,
- l_j – коэффициент изменения прибыли, влияющий на объем производства продукции.

Требуется найти такие объемы производства продукции, при которых прибыль максимальна.

Исходные данные к задаче приведены в таблице 9.1.

Витебский государственный технологический университет

Таблица 9.1. Исходные данные

Ресурс(i)	Запас ресурса	Норма расхода ресурсов aij на продукцию вида j		Коэффициент изменения норм расхода ресурсов kij на продукцию вида j	
		1	2	1	2
1	1350	15	18	0,1	0,05
2	1400	12	16	0,2	0,2
3	1580	17	14	0,1	0,15
Прибыль (ден. ед.)		100	120		
Коэффициент изменения прибыли		-0,08	-0,1		

Составим математическую модель задачи.

При заданных значениях параметров целевая функция имеет вид

$f(x_1,x_2)=(100-0.8x_1)x_1+(120-0.1x_2)x_2 \rightarrow \max,$

или

$f(x_1,x_2)=100x_1-0.8x_1^2+120x_2-0.1x_2^2 \rightarrow \max.$

Ограничения по ресурсам имеют вид

$$\begin{cases} (15+0.1x_1)x_1+(18+0.05x_2)x_2 \le 1350 \\ (12+0.2x_1)x_1+(16+0.2x_2)x_2 \le 1400 \\ (17+0.1x_1)x_1+(14+0.15x_2)x_2 \le 1580 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 15x_1+0.1x_1^2+18x_2+0.05x_2^2 \le 1350 \\ 12x_1+0.2x_1^2+16x_2+0.2x_2^2 \le 1400 \\ 17x_1+0.1x_1^2+14x_2+0.15x_2^2 \le 1580 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Поскольку требуется рассчитать объемы производства продукции в усл. ед., ограничение целочисленности не накладывается.

Решение в системе Maple с использованием библиотеки `Optimization`:

```
> restart:with(Optimization);
```

[*ImportMPS*, *Interactive*, *LPSolve*, *LSSolve*, *Maximize*, *Minimize*, *NLPSolve*, *QPSolve*]

```
> func:=100*x1-0.08*x1^2+120*x2-0.1*x2^2;
```


Витебский государственный технологический университет

$$func := 100\,x1 - 0.08\,x1^2 + 120\,x2 - 0.1\,x2^2$$

```
>ogran:={15*x1+0.1*x1^2+18*x2+0.05*x2^2<=1350,12*x1+0.2*x
1^2+16*x2+0.2*x2^2<=1400,
17*x1+0.1*x1^2+14*x2+0.15*x2^2<=1580};
```

$$organ := \{15\,x1 + 0.1\,x1^2 + 18\,x2 + 0.05\,x2^2 \;?\; 1350,\ 12\,x1 + 0.2\,x1^2 + 16\,x2 + 0.2\,x2^2 \;?\; 1400,$$
$$17\,x1 + 0.1\,x1^2 + 14\,x2 + 0.15\,x2^2 \;?\; 1580\}$$

```
>rez:=NLPSolve(func,organ,assume=nonnegative,maximize);
```

$$rez := [7219.44083506937386,\ [x1 = 32.6169097098157010,\ x2 = 34.6935246081933144]]$$

```
>rez:=evalf(rez,3);
```

$$rez := [7220.,\ [x1 = 32.6,\ x2 = 34.7]]$$

Максимальная прибыль в размере 7220 ден. ед.будет получена при объеме производства продукции первого вида, составляющем 32,6 усл.ед, продукции второго вида 34,7 усл.ед.

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. Решить задачу линейного программирования, используя библиотеку simplex и библиотеку Optimization.

Для производства двух видов изделий A и B используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия A оборудование первого типа используется a_1 часов, оборудование второго типа – a_2 часов, оборудование третьего типа – a_3 часов. На производство единицы изделия B оборудование первого типа используется $в_1$ часов, оборудование второго типа – $в_2$ часов, оборудование третьего типа – $в_3$ часов.

На изготовление всех изделий администрация предприятия может предоставить оборудование первого типа не более чем на t_1 часов, оборудование второго типа не более чем на t_2 часов, оборудование третьего типа – не более чем на t_3 часов.

Прибыль от реализации единицы готового изделия A составляет α руб., а изделия B – β руб.

Составить план производства изделий A и B, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

Варианты заданий приведены в таблице 9.2.

Витебский государственный технологический университет

Таблица 9.2. Варианты заданий

Вариант	a_1	a_2	a_3	$в_1$	$в_2$	$в_3$	t_1	t_2	t_3	α	β
1	5	3	2	2	3	3	505	393	348	7	4
2	7	6	1	3	3	2	1365	1245	650	6	5
3	6	4	3	2	3	4	600	520	600	6	3
4	5	4	3	3	3	4	750	630	700	5	6
5	8	6	3	2	3	2	840	870	560	6	2
6	3	3	2	2	3	5	273	300	380	4	5
7	2	3	3	1	6	7	438	747	812	7	5
8	4	3	2	3	4	6	480	444	546	2	4
9	4	3	3	3	4	5	480	393	450	6	5
10	2	3	2	3	6	8	428	672	672	3	8

Задание 2. Решить задачу нелинейного программирования, используя библиотеку `Optimization` в соответствии с заданием, выданным преподавателем.

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

ИНТЕГРИРОВАННАЯ СИСТЕМА STATISTICA. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Цель работы: Приобрести практические навыки проведения корреляционного анализа с помощью специализированных модулей интегрированной системы (ИС) STATISTICA.

Витебский государственный технологический университет

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Общие сведения

Совокупность методов оценки корреляционных характеристик и проверка статистических гипотез о них по выборочным данным называется корреляционным анализом. В корреляционном анализе используются следующие основные приемы:

1) построение корреляционного поля (диаграммы рассеяния) для двух экономических показателей или двумерных сечений, если речь идет о большем их количестве;
2) определение выборочных коэффициентов корреляции или составление корреляционных матриц;
3) проверка статических гипотез о значимости связи между показателями.

Коэффициент корреляции оценивает тесноту связи между исследуемыми переменными и является мерой линейной зависимости величин.

Если оценивается связь между двумя любыми количественными переменными, используется парный коэффициент корреляции. Для оценки тесноты связи между результирующим показателем и совокупностью входных факторов используется множественный коэффициент корреляции. Для оценки тесноты связи между качественными (порядковыми) переменными используется ранговый коэффициент корреляции.

Этот коэффициент, всегда обозначаемый латинской буквой r, может принимать значения между -1 и +1, причём если значение находится ближе к 1, то это означает наличие сильной связи, а если ближе к 0, то слабой.

Если коэффициент корреляции отрицательный, это означает наличие противоположной связи: чем выше значение одной переменной, тем ниже значение другой. Сила связи характеризуется также и абсолютной величиной коэффициента корреляции. Для словесного описания

величины коэффициента корреляции используются следующие градации (см. таблица 10.1).

Таблица 10.1. Градации коэффициента корреляции

Значение	Интерпретация
до 0,2	Очень слабая корреляция
до 0,5	Слабая корреляция
до 0,7	Средняя корреляция
до 0,9	Высокая корреляция
свыше 0,9	Очень высокая корреляция

Ориентировочно определить величину коэффициента корреляции можно, анализируя диаграмму рассеяния. Чем теснее расположены точки относительно некоторой прямой, тем больше по абсолютной величине он стремится к единице, и наоборот, чем более расплывчата диаграмма рассеяния, тем ближе к нулю коэффициент корреляции.

Модуль Basic Statistics/Tables ИС STATISTICA

Статистические процедуры системы STATISTICA сгруппированы в нескольких специализированных статистических модулях. В каждом модуле можно выполнить определенный способ обработки данных, не обращаясь к процедурам из других модулей.

Работа в системе STATISTICA начинается обычно с модуля Basic Statistics/Tables (Основные статистики/Таблицы). С его помощью можно провести предварительную обработку данных, осуществить разведочный анализ данных, определить зависимости между ними, разбить их различными способами на группы, просмотреть эти группы визуально и определить взаимосвязи между данными. Этот статистический модуль включает в себя различные группы статистических процедур, реализующих методы разведочного статистического анализа. Система может вычислить практически все описательные статистики, включая медиану, моду, квартили, средние и стандартные отклонения, доверительные интервалы для среднего, коэффициенты асимметрии, эксцесса (с их стандартными ошибками), гармоническое и геометрическое среднее, а также многие другие описательные статистики. Широкий выбор графиков позволяет проиллюстрировать проведенный разведочный анализ данных.

Подраздел Корреляции включает большое количество средств, позволяющих исследовать зависимости между переменными. Возможно вычисление практически всех общих мер зависимости, включая коэффициент

© Московский государственный технологический университет «Станкин»

корреляции Пирсона, коэффициент ранговой корреляции Спирмена, коэффициент сопряженности признаков и многие другие. Корреляционные матрицы могут быть вычислены и для данных с пропусками, используя специальные методы обработки пропущенных значений.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. Проанализировать показатели хозяйственной деятельности предприятий легкой промышленности [7]. Построить корреляционную матрицу, дать графическую интерпретацию результатов. В качестве исходных данных использовать данные из таблицы П1 Приложения 1.

Y1 – производительность труда, млн. руб.;
X1 – трудоёмкость единицы продукции, час.;
X2 – удельный вес рабочих в составе ППП;
X3 – удельный вес комплектующих изделий;
X4 – коэффициент сменности оборудования;
X5 – премии и вознаграждения на одного работника, млн. руб.;
X6 – удельный вес потерь от брака в себестоимости продукции, %;
X7 – фондоотдача, руб.;
X8 – среднесписочная численность ППП;
X9 – среднегодовая стоимость ОПС, млрд. руб.;
X10 – фонд з/п ППП, млн. руб.;
X11 – фондовооруженность труда, млн. руб.;
X12 – оборачиваемость нормируемых оборотных средств;
X13 – оборачиваемость ненормируемых оборотных средств;
X14 – непроизводительные расходы.

Проведем корреляционный анализ переменных X1, X3, X7.

Для проведения корреляционного анализа необходимо выбрать модуль Basic Statiatics/Tables и далее пункт Correlation matrices (Корреляционные матрицы).
В появившемся окне Pearson Product-Moment Correlation (Корреляция Пирсона) (рис.10.1), нажав кнопку Two lists (Два списка), следует определить, какие переменные будут находиться в строках (First variable list) – это переменные X1, X3, X7 и в столбцах (Second variable list) – это переменная Y (рис.10.2).

Витебский государственный технологический университет

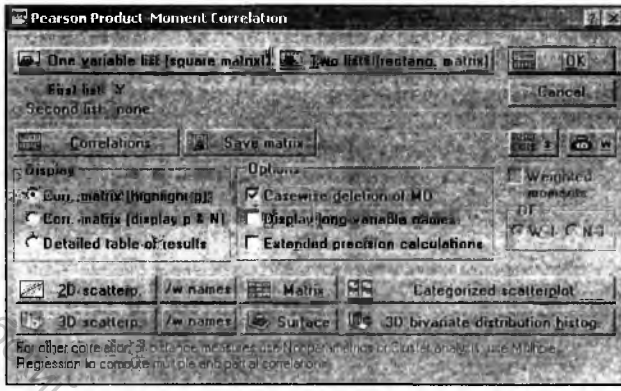


Рис. 10.1– Окно Pearson Product-Moment Correlation

Для подтверждения выбора и возврата в окно `Pearson Product-Moment Correlation` нажать ОК.

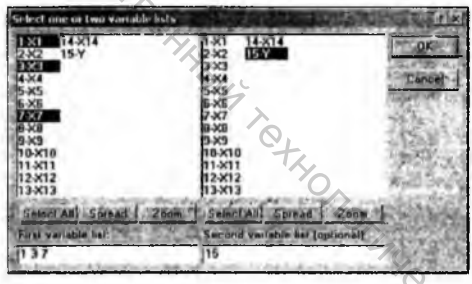


Рис.10.2 – Окно Select one or two variable list

В окне `Pearson Product-Moment Correlation` также следует нажать кнопку ОК. На экране появится корреляционная матрица (рис.10.3).

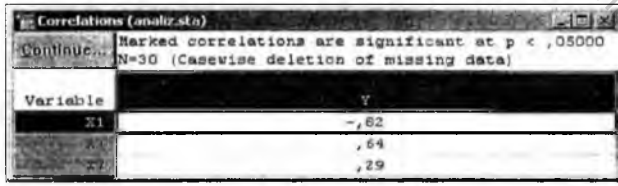


Рис.10.3 – Корреляционная матрица

В этой матрице имеется только один столбец, так как во втором списке мы выбрали только одну переменную. В столбце даны коэффициенты корреляции между переменными `Y` и `X1`, `X3`, `X7`. Красным цветом

Витебский государственный технологический университет

автоматически выделены коэффициенты, значимые на уровне p<0,05. Именно на эти коэффициенты следует обратить наибольшее внимание. В рассматриваемом примере переменная Y наиболее зависима от переменных X1 (коэффициент корреляции -0,82) и X3 (коэффициент корреляции 0,64).

Чтобы построить корреляционную матрицу, отражающую тесноту связи между всеми переменными, следует в окне Pearson Product-Moment Correlation нажать кнопку One variable list и выбрать переменные Y, X1, X3 и X7. Затем вернуться в окно Pearson Product-Moment Correlation и нажать кнопку OK. В результате на экране появится корреляционная матрица, отражающая все парные коэффициенты корреляции для рассматриваемых переменных (см. рис.10.4). Красным цветом в ней автоматически выделены коэффициенты, значимые на уровне p<0,05.

Correlations (Analiz.sta)

Marked correlations are significant at p < ,05000
N=30 (Casewise deletion of missing data)

Variable				
	1,00	-,65	-,23	-,82
	-,65	1,00	,60	,64
	-,23	,60	1,00	,29
	-,82	,64	,29	1,00

Рис.10.4 – Корреляционная матрица

Для построения графического отображения корреляционной взаимосвязи любых двух переменных необходимо нажать кнопку 2D scatterplot (диаграмма рассеяния) в окне Pearson Product-Moment Correlation и определить, какие переменные будут расположены по горизонтальной и вертикальной оси. Построим диаграмму рассеяния для переменных Y и X1 (см. рис. 10.5).

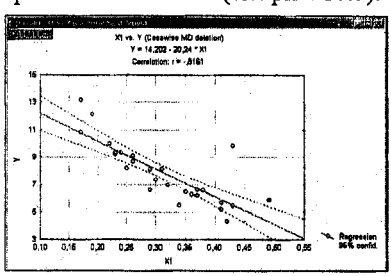


Рис. 10.5 – Диаграмма рассеяния для переменных Y и X1

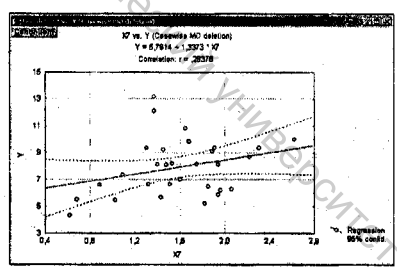


Рис.10.6 – Диаграмма рассеяния для переменных Y и X7

Для сравнения аналогичным образом построим диаграмму рассеяния для переменных Y и X7 (см. рис. 10.6).

В этом случае из графика видно, что зависимость нельзя признать

Высший государственный педагогический университет

линейной. Можно попробовать графически подобрать вид зависимости. Для этого в меню `Graphs` следует выбрать команду `Stats 2D Graph`, затем команду `Scatterplots`, после чего в окне `Scatterplots` (см. рис. 10.7) кнопкой `Variables` определить исследуемые переменные и выбрать вид зависимости, например полиномиальную.

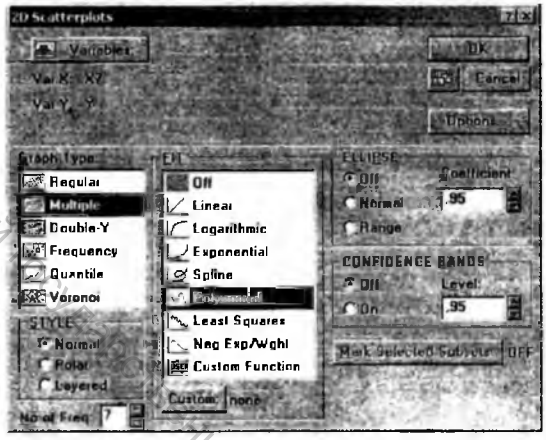


Рис.10.7 – Окно Scatterplots

В результате на экране появится диаграмма рассеяния (см. рис. 10.8), построенная на базе полинома пятой степени. Интересным является факт, что степень полинома (максимальной является пятая степень) `STATISTICA` определяет сама в зависимости от исходного набора данных.

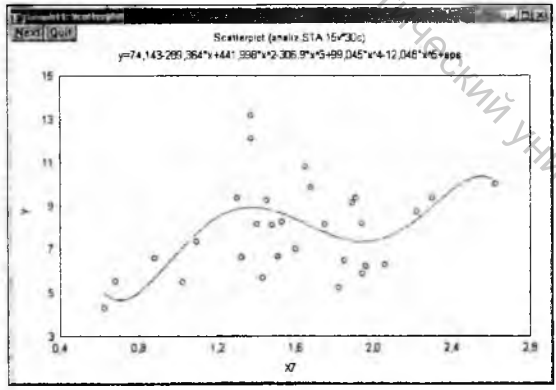


Рис. 10.8 – Диаграмма рассеяния для переменных Y и X7 при аппроксимации полиномом

Как и на рисунке 10.5, на этом графике (рис. 10.8) представлены функция,

Витебский государственный технологический университет

отражающая взаимосвязь переменных Y и X7, и корреляционное поле точек. Из графика отчетливо видно, что и полином пятой степени не описывает должным образом исходные данные. В этом случае следует воспользоваться упомянутым выше модулем Nonlinear Estimation, предоставляющим возможность пользователю создавать собственные функции для аппроксимации исследуемых данных.

Чтобы оценить все связи визуально, можно представить корреляционную матрицу в графическом виде (см. рис. 10.9). Для этого в окне Pearson Product-Moment Correlation следует нажать кнопку Matrix, затем выбрать все переменные нажатием кнопки Select All и подтвердить выбор нажатием OK.

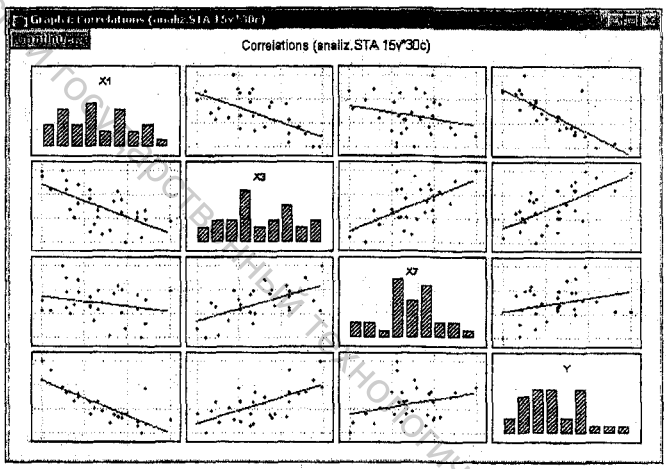


Рис. 10.9 – Корреляционная матрица в графическом представлении

Для получения числовых характеристик (описательной статистики) изучаемых признаков в стартовой панели модуля Basic Statistics необходимо выбрать раздел Decriptive Statistics и нажать OK. Кнопкой Variables выбрать переменные, для которых требуется получить числовые характеристики (рис. 10.10), затем, нажав кнопку More statistics, определить, какие характеристики должны быть рассчитаны, и нажать OK.

Белорусский государственный технологический университет

Рис. 10.10 – Окно Decriptive Satistics

Выберем числовые характеристики, характеризующие распределение переменных: среднее значение (Mean), медиану (Median), дисперсию (Variance), коэффициенты асимметрии (Skewness) и эксцесса (Kurtosis). Далее следует нажать кнопку Detailed decriptive statistics и получить результат (см. рис. 10.11).

Descriptive Statistics (analiz.sta)

Continue...	Valid N	Mean	Median	Minimum	Maximum	Variance	Skewness	Kurtosis
X1	30	,310667	,305000	,170000	,49000	,007110	,177709	-,755800
X3	30	,282667	,255000	,020000	,54000	,020579	,071751	-,861896
X7	30	1,586000	1,565000	,620000	2,62000	,211037	-,130824	,159484
Y	30	7,915000	8,125000	4,320000	13,17000	4,372612	,571071	,108261

Рис.10.11– Описательная статистика переменных X1, X3, X7 и Y

Как видно из таблицы на рис. 10.11, распределение переменных близко к нормальному.

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. По выборочным данным (таблица 10.2) исследовать влияние факторов X1, X2 и X3 на результативный признак Y.

Построив корреляционное поле, сделать предположение о наличии и типе связи между исследуемыми факторами.

Витебский государственный технологический университет

Таблица 10.2. Показатели деятельности предприятия

Номер предприятия	Выработка продукции на одного работника тыс. руб.	Новые ОПФ, %	Удельный вес рабочих высокой квалификации %	Коэффициент использования оборудования
№	**Y**	**x1**	**x2**	**x3**
1	7	3,9	10	0,76
2	7	3,9	14	0,78
3	7	3,7	15	0,75
4	7	4	16	0,78
5	7	3,8	17	0,74
6	7	4,8	19	0,81
7	8	5,4	19	0,81
8	8	4,4	20	0,82
9	8	5,3	20	0,82
10	10	6,8	20	0,82
11	9	6	21	0,84
12	11	6,4	22	0,84
13	9	6,8	22	0,8
14	11	7,2	25	0,8
15	12	8	28	0,85
16	12	8,2	29	0,85
17	12	8,1	30	0,88
18	12	8,5	31	0,87
19	14	9,6	32	0,89
20	14	9	36	0,85

Варианты заданий

Варианты 1-4: результативный признак – Y, факторный признак – X1.
Варианты 5-7: результативный признак – Y, факторный признак – X2 .
Варианты 8-10: результативный признак – Y, факторный признак – X3 .

Задание 2. На основании данных из таблицы П1 Приложения 1

- Для переменных, соответствующих Вашему варианту (таблица 10.3), постройте корреляционную матрицу (в качестве первого списка переменных возьмите переменные X_i, в качестве второго списка – переменную Y).
- Произведите графический анализ наиболее коррелированных переменных. Удалите случаи, негативно влияющие на коррелированность величин. Пересчитайте корреляционную матрицу. Сделайте вывод о том, как изменилась матрица после удаления данных.
- Просмотрите корреляционную матрицу графически.

Витебский государственный технологический университет

Таблица 10.3. Варианты заданий

№ варианта	Переменные	№ варианта	Переменные
1	Y1, Y2, X4, X5	6	Y2, Y3, X10, X11
2	Y1, Y2, X6, X7	7	Y2, Y3, X12, X13,
3	Y1, Y2, X8, X9	8	Y2, Y3, X8, X9
4	Y1, Y2, X10, X11	9	Y1, Y3, X4,X5
5	Y1, Y2, X12, X13	10	Y1, Y3, X1, X4

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11

ИНТЕГРИРОВАННАЯ СИСТЕМА STATISTICA. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ. ОДНОФАКТОРНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ

Витебский государственный технологический университет

Цель работы: приобрести практические навыки построения и анализа качества однофакторных регрессионных моделей линейной и нелинейной структуры с помощью специализированных модулей интегрированной системы (ИС) STATISTICA.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

При исследовании экономических процессов часто возникает необходимость установить связь и определить количественную зависимость между анализируемыми факторами. При этом одна из величин выделяется как зависимая Y, остальные – как независимые (x_1, x_2, . . . x_n) .

Если расчёт корреляции характеризует силу связи между двумя переменными, то регрессионный анализ служит для определения вида этой связи и дает возможность для прогнозирования значения одной (зависимой) переменной, отталкиваясь от значения другой (независимой) переменной.

Методы регрессионного анализа, позволяющие моделировать статистические зависимости между двумя или несколькими переменными, представлены в *STATISTICA* модулем Multiple Regression (Множественная регрессия). В нем реализованы различные методы множественной линейной, пошаговой и фиксированной нелинейной регрессии (в частности, полиномиальной, экспоненциальной, логарифмической). *STATISTICA* позволяет вычислить все необходимые статистики и оценить адекватность построенной модели. Анализ остатков и выбросов может быть проведен при помощи широкого набора графиков, включая разнообразные точечные графики, графики частичных корреляций и многие другие. Система прогноза позволяет пользователю выполнять анализ "что - если".

При изучении линейного регрессионного анализа проведем различие между простым анализом (одна независимая переменная) и множественным анализом (несколько независимых переменных). Собственно говоря, никаких принципиальных отличий между этими видами регрессии нет, однако простая линейная регрессия является простейшей и применяется чаще всех остальных видов.

В практической работе наибольшее распространение получили модели

линейной зависимости. Этот вид регрессии лучше всего подходит для того, чтобы продемонстрировать основополагающие принципы регрессионного анализа.

Напомним, что линейная *однофакторная* модель (11.1) – это уравнение прямой на плоскости:

$$Y = m \cdot x + b, \qquad (11.1)$$

где m – коэффициент уравнения регрессии, представляющий собой тангенс угла наклона прямой Y = f(x) к оси OX;

b – свободный член, равный значению точки пересечения прямой Y=f(x) с осью OY.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. В таблице П2 Приложения 2 приведены показатели уровня жизни по территориям регионов Республики Беларусь за 200Хг. Провести анализ зависимости среднедневной заработной платы, руб. (Y) от среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного, руб. (*x*).

Последовательность проведения регрессионного анализа:

1) открыть модуль Multiple regression (Множественная регрессия);

2) создать или открыть файл данных (*zarplata.sta)*;

3)идентифицировать переменные – выбрать список зависимых и независимых переменных;

4) выбрать вид модели;

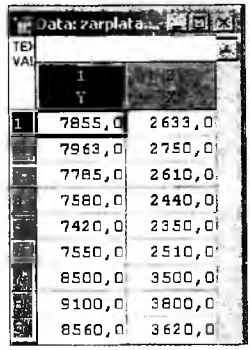
4) провести оценивание параметров модели;

5) проверить качество полученных оценок параметров;

6) провести анализ адекватности модели.

В пакете *STATISTICA* откройте модуль Multiple regression (Множественная регрессия). В стартовой панели модуля нажмите кнопку Open Data (Открыть данные) и откройте файл данных *zarplata.sta*, в котором находятся исходные данные, либо выполните команду File/New Data и введите исходные данные для переменных X, Y в столбцы Var1 и Var2. При этом лишние столбцы Var3-Var10 можно удалить командой Variables→ Delete меню Edit, строки – добавить командой Cases→ Add меню Edit (см. рис.11.1).

Витебский государственный технологический университет



	Y	X
1	7855,0	2633,0
	7963,0	2750,0
	7785,0	2610,0
	7580,0	2440,0
	7420,0	2350,0
	7550,0	2510,0
	8500,0	3500,0
	9100,0	3800,0
	8560,0	3620,0

Рис.11.1 – Исходные данные для построения модели

Сделайте активным окно с таблицей данных и в меню Analisis выберите команду Resume Analisis. На экране появится окно Multiple regression. Далее с помощью кнопки Variables (Переменные) перейдите в окно Select dependent and independent variable list (Выбрать списки зависимых и независимых переменных) и выберите переменные для анализа. Зависимую переменную Y – среднедневная заработная плата, руб. – внесите в строку Dependent variable list (Список зависимых переменных), независимую переменную X среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб. внесите в строку Independent variable list (Список независимых переменных) и нажмите кнопку OK. Вы вновь окажетесь в стартовой панели модуля (см.рис. 11.2).

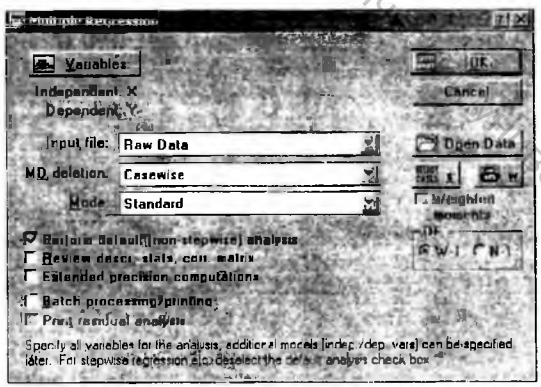


Рис.11.2 – Окно Multiple regression

Переменные для анализа выбраны. Никаких дополнительных установок и

Витебский государственный технологический университет

стартовой панели в данном случае производить не нужно. Нажмите кнопку OK. На экране перед вами появится диалоговое окно Multiple Regression Results (Результаты множественной регрессии).

В диалоговом окне Multiple Regression Results (*Результаты множественной регрессии)* можно просмотреть результаты оценивания, которые представлены в численном и графическом виде(рис. 11.3).

Окно результатов анализа имеет следующую структуру: верх окна — информационный. Он состоит из двух частей: в первой части содержится основная информация о результатах оценивания, во второй высвечиваются значимые регрессионные коэффициенты. Внизу окна Результаты множественной регрессии находятся функциональные кнопки, позволяющие всесторонне просмотреть результаты анализа.

Рассмотрим вначале информационную часть окна. В ней содержатся краткие сведения о результатах анализа, а именно:

- Dep. Var. *(Имя зависимой переменной)* - в данном случае Y;
- No. of Cases *(Число наблюдений, по которым построена регрессия)* - в примере это число равно 16;

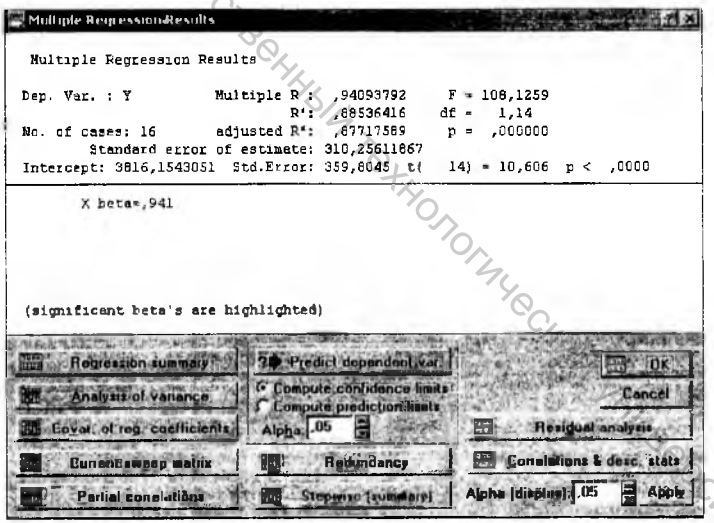


Рис. 11.3 – Окно Результаты множественной регрессии

- Multiple R *(Коэффициент множественной корреляции)*;
- R-square (R^2 - *коэффициент детерминации, квадрат коэффициента множественной корреляции*) используется для статистической оценки тесноты связи между результативным и объясняющими показателями. Он выражает долю объясненной изучаемыми факторами дисперсии результативного признака и

служит важной характеристикой качества построенной модели. Этот коэффициент может принимать значения от 0 до 1. Несмещенной оценкой R^2 служит скорректированный на потерю степеней свободы коэффициент множественной детерминации (Adjusted R^2);

- Adjusted R-square *(Скорректированный коэффициент детерминации)*, определяемый как

$$\text{Adjusted R-square} = 1 - (1 - R^{2\prime}) \cdot (n/(n-p)),$$

где n — число наблюдений в модели, p — число параметров модели (число независимых переменных плюс 1, так как в модель включен свободный член);

- Std. Error of estimate *(Стандартная ошибка оценки)* - эта статистика является мерой рассеяния наблюдаемых значений относительно регрессионной прямой;
- Intercept *(Оценка свободного члена регрессии)* - значение коэффициента B_0 в уравнении регрессии;
- Std. Error *(Стандартная ошибка оценки свободного члена)* - стандартная ошибка коэффициента B_0 в уравнении регрессии;
- t(df) and p-value *(Значение t-критерия и уровень p)* - t-критерий используется для проверки гипотезы о равенстве 0 свободного члена регрессии;
- F- критерий Фишера, определяющий значимость полученной модели. Оценивает вероятность случайного отклонения от нуля коэффициента детерминации при отсутствии связи между элементами совокупности. Желательно, чтобы полученный минимальный уровень значимости **F**-критерия **(p-level)** был меньше 0,05 ;
- df — число степеней свободы F-критерия;
- p — уровень значимости.

В информационной части посмотрим прежде всего на значения коэффициента детерминации, которые лежат в пределах от 0 до 1. В нашем примере $R^{2\prime} = 0,885$. Это значение показывает, что построенная регрессия объясняет более 88,5% разброса значений переменной Y относительно среднего.

Далее посмотрите на значение F-критерия и уровень значимости p. F-критерий используется для проверки гипотезы о значимости регрессии. В данном случае для проверки гипотезы, утверждающей, что между зависимой переменной Y и независимой переменной X нет линейной зависимости, т. е. $B_1 = 0$, против альтернативы B_1 не равен 0. В данном примере мы имеем большое значение F-критерия — 108,12, а представленный в окне уровень значимости $p = 0,00$ показывает, что построенная регрессия высоко значима.

Рассмотрим вторую часть информационного окна. В ней представлена информация о значимых и незначимых оценках регрессионных коэффициентов. При этом высвечивается строка x beta = 0,941 и приводится пояснение Significant beta's are highlighted

Библиотека Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого

(Значимые beta высвечены). Отметим, что в данном случае **beta есть** стандартизованный коэффициент B_1, т. е. коэффициент при **независимой** переменной x.

Перейдем в функциональную часть окна результатов.

Прежде всего нажмите кнопку Regression summary *(Итоговый результат регрессии)*. На экране появится Spreadsheet *(Электронная таблица вывода)*, в которой представлены итоговые результаты оценивания регрессионной модели (рис. 11.4).

Regression Summary for Dependent Variable: Y

Continue

R= ,94093792 RI= ,88536416 Adjusted RI= ,87717589
F(1,14)=108,13 p<,00000 Std.Error of estimate: 310,26

N=16	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(14)	p-level
Intercept			3816,154	359,8045	10,60619	,000000
[illegible]	,940938	,090489	1,411	,1357	10,39836	,000000

Рис. 11.4 – Итоговая таблица регрессии

В первом столбце таблицы даны значения коэффициентов *beta* (стандартизованные коэффициенты регрессионного уравнения), во втором — стандартные ошибки этих коэффициентов, в третьем — точечные оценки параметров модели:

- свободный член B_0= 3816,154;
- коэффициент B_1 (при независимой переменной X) = 1,411.

Далее представлены стандартные ошибки для B_0, B_1, значения статистик t- критерия. По итоговой таблице регрессии можно построить модель, которая имеет вид

$$Y= 1,411 \cdot X +3816.154.$$

Оценка адекватности модели - важный элемент анализа. После того как доказана адекватность модели, полученные результаты можно уверенно использовать для дальнейших действий.

Анализ адекватности основывается на анализе остатков. Остатки представляют собой разности между наблюдаемыми значениями и модельными, т.е. значениями, подсчитанными по модели с оцененными параметрами. Графики зависимости регрессионных остатков от экспериментальных значений исходных переменных позволяют проверить предположения об однородности и независимости ошибок, являющихся предпосылками применения метода наименьших квадратов, и локализовать выбросы. Если указанные допущения выполняются, графики будут представлять собой симметричное, случайное и равномерное распределения точек. Графики эмпирической функции распределения остатков на нормальной вероятностной

Витебский государственный технологический университет

бумаге (Probability plots) и гистограммы позволяют проверить справедливость предположения о нормальном распределении остатков.

Кроме этого, имеется возможность вычислить статистику Дарбина-Уотсона (Darbin-Watson Stat) для проверки наличия автокорреляции в остатках, вывести на экран (Display residuals&pred) и сохранить в файле (Save residuals) информацию о наблюдаемых и подобранных по модели значениях результативного показателя и остатках. Рекомендуется также построить график линейной зависимости предсказанных (подобранных по модели) значений зависимой переменной от наблюдаемых (Predicted & Observed), что позволяет наглядно изобразить результаты регрессионного анализа.

В модуле Множественная регрессия имеется специальное диалоговое окно, в котором проводится всесторонний анализ остатков. Нажав кнопку Residual Analysis (Анализ остатков) в окне Multiple Regression Results, можно перейти в окно анализа остатков Residual Analysis (Анализ остатков) (см. рис. 11.5).

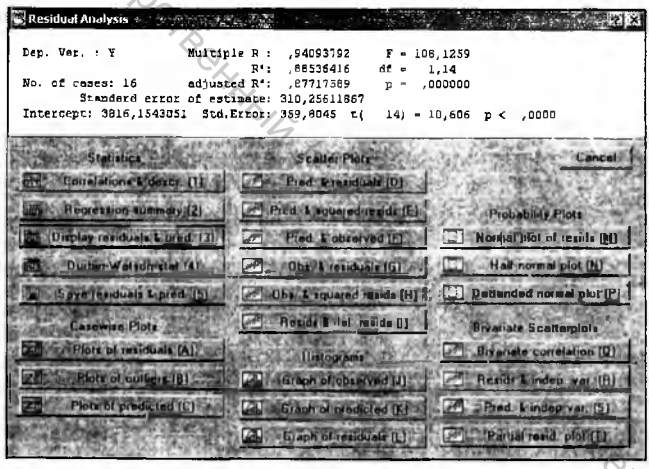


Рис. 11.5 – Окно Residual Analysis

Нажмите в этом окне, например, кнопку Obs&residuals, на экране появится график (рис.11.6), который говорит о достаточной адекватности модели.

Нажав кнопку Predicted & Observed), можно наглядно изобразить результаты регрессионного анализа: график линейной зависимости предсказанных (подобранных по модели) значений зависимой переменной от наблюдаемых (см. рис. 11.7).

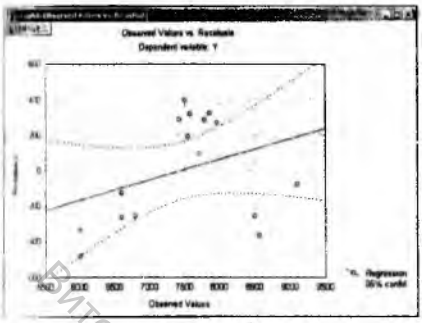


Рис.11.6 – График наблюдаемых переменных-остатков

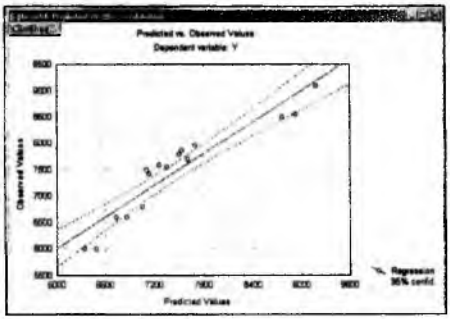


Рис. 11.7 – График наблюдаемых и предсказанных значений

Для получения описательной статистики в окне `Multiple Regression Results` нужно нажать кнопку `Correlations & desc. stats`, после чего на экране появится окно `Review Descriptive Statistics`, из которого следует выбрать необходимые для анализа статистики (см. рис. 11.8).

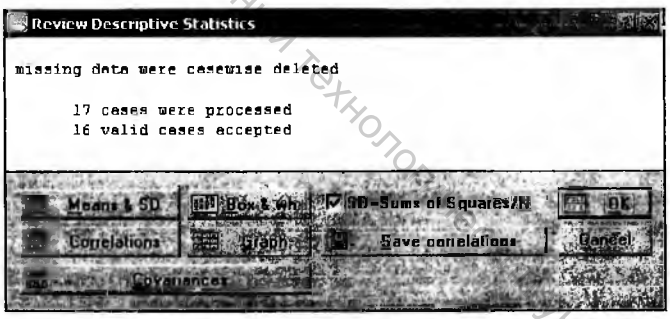


Рис. 11.8 – Окно Review Descriptive Statistics

Чтобы получить прогноз значения зависимой переменной Y, в окне `Multiple Regression Results` следует нажать кнопку `Predict dependent var` и в появившееся на экране окно `Specify values for indep. vars` ввести новое значение *X*, например `5000` (см. рис. 11.9), и нажать ОК. В результате в окне `Predicting values for` (см. рис.11.10) на основании полученного ранее уравнения регрессии

$$Y = 1{,}411 \cdot X + 3816.154$$

будет рассчитано прогнозируемое значение Y (в данном случае `10871,28`).

Витебский государственный технологический университет

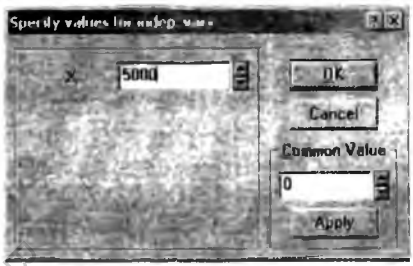


Рис.11.9 – Окно Specify values for indep. vars

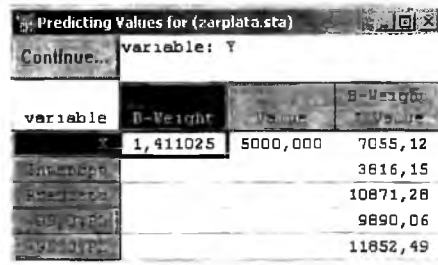


Рис.11.10 – Окно Predicting values for

Кроме аналитического расчета регрессионной модели, STATISTICA позволяет построить модель графическим способом.

Задание 2. В соответствии с условием задания 1 (см. выше) построить и представить однофакторную линейную и нелинейную регрессионную модель зависимости среднедневной заработной платы, руб. (Y) от среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного, руб. (x).

Для расчета модели графическим способом необходимо в стартовой панели программы STATISTICA выбрать модуль «Основные статистики» («Basic Statistica»). В меню Graphs → Stats 2D Graphs выбрать команду Scatterplots (диаграммы рассеяния). На экране появится диалоговое окно для построения **2D** диаграмм рассеяния разного вида (линейного, логарифмического, экспоненциального, полиномиального и т.д.), отражающих зависимость переменных X и Y (см. рис.11.11).

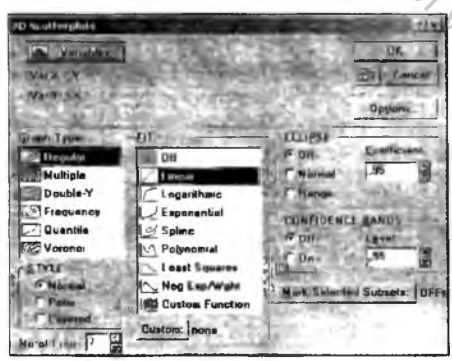


Рис.11.11 – Окно 2D Scatterplots.

Витебский государственный технологический университет

Если выбрать Линейную (Linear) зависимость и нажать OK, на экране появится окно диаграммы рассеяния (рис.11.12) для выбранных переменных, причем в верхней части окна будет представлено уравнение регрессии.

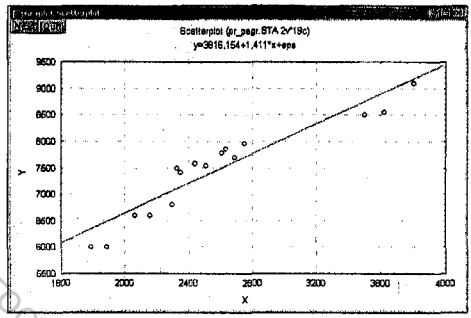


Рис.11.12 – Диаграмма рассеяния. Линейная зависимость

Из окна **2D** Scatterplots щелчком правой клавиши мыши по линии тренда можно легко построить диаграмму рассеяния любого из перечисленных видов, причем в верхней части окна будет выводиться и соответствующее уравнение регрессии (рис. 11.13 и рис.11.14). Если выбрать полиномиальную зависимость, то очевидно, что, чем выше степень полинома, тем точнее линия тренда «ложится» на данные.

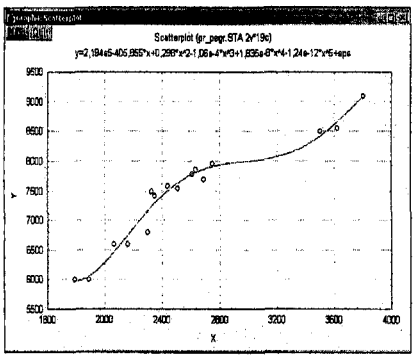


Рис.11.13– Диаграмма рассеяния. Полиномиальная зависимость

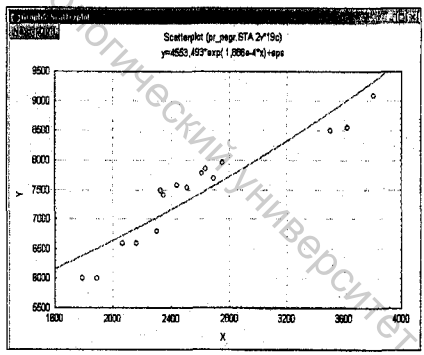


Рис.11.14– Диаграмма рассеяния. Экспоненциальная зависимость

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание1. Средствами модуля Multiple Regression установить связь между анализируемыми данными (см. таблицу 11.1), построить и проанализировать экономико-математическую однофакторную регрессионную модель, позволяющую получить прогноз результативного признака на последующие периоды. Вывести всю возможную статистическую информацию. Построить график наблюдаемых и предсказанных значений. Аналитически и графически оценить качество модели.

Таблица 11.1. Показатели деятельности предприятия

Номер предприятия	Выработка продукции на одного работника тыс. руб.	Новые ОПФ, %	Удельный вес рабочих высокой квалификации %	Коэффициент использования оборудования
№	Y	x1	x2	x3
1	7	3,9	10	0,76
2	7	3,9	14	0,78
3	7	3,7	15	0,75
4	7	4	16	0,78
5	7	3,8	17	0,74
6	7	4,8	19	0,81
7	8	5,4	19	0,81
8	8	4,4	20	0,82
9	8	5,3	20	0,82
10	10	6,8	20	0,82
11	9	6	21	0,84
12	11	6,4	22	0,84
13	9	6,8	22	0,8
14	11	7,2	25	0,8
15	12	8	28	0,85
16	12	8,2	29	0,85
17	12	8,1	30	0,88
18	12	8,5	31	0,87
19	14	9,6	32	0,89
20	14	9	36	0,85

Варианты заданий

Варианты 1-4: результативный признак – Y, факторный признак – X1.
Варианты 5-7 : результативный признак – Y, факторный признак – X2 .
Варианты 8-10: результативный признак – Y, факторный признак – X3 .

Витебский государственный технологический университет

Задание 2

По выборочным данным исследовать влияние факторов X1, X2 и X3 на результативный признак Y.

Для каждого фактора X1, X2 и X3 построить линейную регрессионную модель вида Y=mX + b.

Оценить:

а) адекватность уравнения регрессии по значению коэффициента детерминированности R^2 ;

б) значимость коэффициентов уравнения регрессии по t- критерию Стьюдента при заданном уровне доверительной вероятности p=0,05;

в) степень случайности связи между каждым факторам X и признаком Y (критерий Фишера);

г) на основании выполненной оценки из трех уравнений регрессии выбрать наилучшее.

Зависимость между показателями X_1, X_2, X_3 реализованной продукции и балансовой прибылью Y предприятий одной из отраслей промышленности характеризуется данными, представленными ниже согласно варианту.

Вариант 1

X_1	2	3	4	3	2	6	5	7	8	12	9
X_2	1.2	1.8	2.0	2.5	3.0	3.2	3.5	4.9	5.0	6.2	7.3
X_3	1.7	2.2	8.6	1.3	3.4	3.9	4.7	5.8	3.6	6.4	7.2
Y	20	75	41	82	106	129	145	180	210	250	262

Вариант 2

X_1	5.5	10.5	12.6	15.3	16.0	17.2	18.9	19.4	20.1	21.6	22.0
X_2	9	10	12	13	15	17	19	21	25	27	29
X_3	1.2	1.8	2.0	2.5	3.0	3.2	3.5	4.9	5.0	6.2	7.3
Y	20	25	34	30	36	37	40	46	58	69	80

Вариант 3

X_1	1.2	2.8	3.4	4.6	5.2	6.4	7.8	8.3	9.1	9.9	10.5
X_2	1.2	1.8	2.0	2.5	3.0	3.2	3.5	4.9	5.0	6.2	7.3
X_3	2	3	4	3	2	6	5	7	8	12	9
Y	20	50	57	63	22	75	60	81	87	102	95

Витебский государственный технологический университет

Зависимость между показателями X_1, X_2, X_3 основных фондов и объемом валовой продукции Y предприятия одной из отраслей промышленности характеризуется следующими данными.

Вариант 4

X_1	1.1	2.3	3.5	4.1	5.7	6.6	7.3	8.5	9.8	10.1	12.0
X_2	1.2	2.8	3.4	4.6	5.2	6.4	7.8	8.3	9.1	9.9	10.5
X_3	1.4	2.6	3.2	4.8	5.6	6.3	7.7	8.1	9.5	10.2	11.3
Y	20	25	31	32	40	56	52	60	61	70	75

Вариант 5

X_1	1.5	2.6	3.5	4.8	5.9	6.3	7.2	8.9	9.5	11.1	15.0
X_2	10.2	15.3	18.4	20.5	24.7	25.6	27.3	28.3	29.6	30.1	31.0
X_3	1.1	2.3	3.5	4.1	5.7	6.6	7.3	8.5	9.8	10.1	12.0
Y	21	26	30	31	39	54	51	63	65	72	78

Вариант 6

X_1	1.4	2.6	3.2	4.8	5.6	6.3	7.7	8.1	9.5	10.2	11.3
X_2	1.1	2.3	3.5	4.1	5.7	6.6	7.3	8.5	9.8	10.1	12.0
X_3	1.5	2.6	3.5	4.8	5.9	6.3	7.2	8.9	9.5	11.1	15.0
Y	30	35	41	43	50	61	68	73	79	81	93

Вариант 7

X_1	25	30	32	37	41	53	59	63	71	69	80
X_2	11.4	16.8	17.2	21.5	25.8	27.9	28.4	30.1	31.6	34.8	37.2
X_3	1.2	2.8	3.4	4.6	5.2	6.4	7.8	8.3	9.1	9.9	10.5
Y	25	30	32	37	41	53	59	63	71	69	80

Зависимость между показателями X_1, X_2, X_3 располагаемого дохода и объемом частного потребления Y в определенном периоде одной из стран характеризуется данными, представленными ниже.

Вариант 8

X_1	7.0	7.9	8.2	8.9	9.4	9.9	10.7	11.2	12.1	15.7	16.0
X_2	5.5	10.5	12.6	15.3	16.0	17.2	18.9	19.4	20.1	21.6	22.0

Витебский государственный технологический университет

X_3	10.2	15.3	18.4	20.5	24.7	25.6	27.3	28.3	29.6	30.1	31.0
Y	11.4	16.8	17.2	21.5	25.8	27.9	28.4	30.1	31.6	34.8	37.2

Вариант 9

X_1	5.5	10.5	12.6	15.3	16.0	17.2	18.9	19.4	20.1	21.6	22.0
X_2	1.5	2.6	3.5	4.8	5.9	6.3	7.2	8.9	9.5	11.1	15.0
X_3	9	10	12	13	15	17	19	21	25	27	29
Y	13	15	14	17	16	19	20	22	28	30	32

Вариант 10

X_1	9	10	12	13	15	17	19	21	25	27	29
X_2	1.2	2.8	3.4	4.6	5.2	6.4	7.8	8.3	9.1	9.9	10.5
X_3	5.5	10.5	12.6	15.3	16.0	17.2	18.9	19.4	20.1	21.6	22.0
Y	7.1	7.9	8.3	10.6	13.6	15.2	17.8	16.3	17.9	18.9	20.6

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

ИНТЕГРИРОВАННАЯ СИСТЕМА STATISTICA. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ. МНОГОФАКТОРНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ

Витебский государственный технологический университет

Цель работы: приобрести практические навыки построения и анализа качества многофакторных регрессионных моделей линейной и нелинейной структуры с помощью специализированных модулей интегрированной системы (ИС) STATISTICA.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В общем случае в регрессионный анализ вовлекаются несколько независимых переменных. Это, конечно же, наносит ущерб наглядности получаемых результатов, так как подобные множественные связи в конце концов становится невозможно представить графически.

Для построения и анализа многофакторных регрессионных моделей линейной структуры, как уже говорилось в лабораторной работе №11, ИС STATISTICA предлагает модуль «Множественная регрессия» (Multiple Regression). Основное назначение данного модуля — построение зависимостей между многомерными переменными, подбор простой линейной модели и оценка ее адекватности.

Линейная *многофакторная* модель (12.1) представляет собой уравнение прямой в многомерном пространстве и имеет вид

$$Y = b + m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots + m_nx_n, \qquad (12.1)$$

где $x_1, \ldots, x_n$ – независимые переменные (факторы);

Y – зависимая переменная;

$m_0, \ldots, m_n$ – коэффициенты уравнения регрессии;

n — количество независимых переменных.

По сравнению с простым регрессионным анализом в случае множественного регрессионного анализа необходимо оценить коэффициенты уравнения множественной регрессии $m_0, \ldots, m_n$.

Кроме того, при работе с моделями множественной регрессии необходимо провести предварительный анализ целесообразности включения выбранных переменных в регрессионную модель, поскольку переменные, объявленные независимыми, могут сами коррелировать между собой. Этот факт, называемый мультиколлинеарностью, необходимо обязательно учитывать при

определении коэффициентов уравнения регрессии для того, чтобы избежать ложных корреляций. Не рекомендуется включать в модель переменные, слабо связанные с результативным признаком, а также переменные, тесно связанные друг с другом. В этом случае решение становится неустойчивым, незначительное изменение состава выборки (значений признаков) или состава объясняемых переменных может вызвать кардинальное изменение модели, что делает ее использование малопригодным в практических целях. Наиболее распространенные в таких случаях приемы: исключение одной из двух сильно связанных переменных, использование гребневой регрессии, переход от первоначальных переменных к их главным компонентам.

Установка флажка в поле `Review descr. stats, corr. Matrix` *(Обзор описательных статистик, корреляционная матрица)* позволит провести предварительный анализ исходных переменных и построить корреляционную матрицу, анализ которой дает возможность сделать важные выводы о структуре связей между выбранными переменными.

Если сбросить флажок в поле `Perform default analysis` (Метод анализа по умолчанию), то появляется доступ к диалоговому окну `Model Definition`, открывающему возможность дополнительного выбора методов анализа, среди которых имеются методы пошаговой (`Stepwise`) и гребневой (`Ridge`) регрессии.

Методы пошаговой регрессии позволяют из множества независимых переменных отобрать только те, которые наиболее значимы для адекватного описания многопараметрической регрессии. В модуле реализованы две процедуры отбора переменных, каждая из которых может давать различный конечный набор переменных: последовательное включение (`Forward stepwise`) и последовательное исключение (`Backward stepwise`).

Гребневая регрессия используется для получения более устойчивых оценок параметров регрессионной модели в условиях мультиколлинеарности переменных.

Кроме линейного регрессионного анализа, *STATISTICA* предоставляет возможность проведения нелинейного регрессионного анализа. Для этой цели служит модуль `Nonlinear Estimation` (Нелинейное оценивание). Он позволяет строить произвольную регрессионную модель, задаваемую некоторой алгебраической формулой, которая может быть нелинейной как по переменным, так и по параметрам. Для расчета модели могут использоваться различные итерационные алгоритмы минимизации. Программа осуществляет полный контроль за всеми аспектами вычислительных процедур (начальное значение, размер шага, критерий сходимости и т.д.). Большинство обычных нелинейных регрессионных моделей задано в модуле и может быть просто выбрано из меню.

Электронный архив библиотеки МГУ имени А.А. Кулешова

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. Используя данные из таблицы П1 Приложения 1 (файл *analiz.sta*), построить линейную многофакторную регрессионную модель и провести анализ зависимости производительности труда (Y) от трудоемкости единицы продукции (X1), удельного веса комплектующих изделий (X3) и фондоотдачи (X7).

Основные действия те же, что и при построении однофакторной регрессионной модели (см. Лабораторная работа №11). В данном примере независимой переменной является Y — производительности труда, зависимыми – трудоемкость единицы продукции (X1), удельный вес комплектующих изделий (X3) и фондоотдача (X7).

Сначала следует открыть файл исходных данных *(analiz.sta)*, затем переключиться в модуль Multiple Regression, сделать соответствующие установки в окне Select dependent and independent variable list и установить флажок в поле Review descr. stats, corr. Matrix (Обзор описательных статистик, корреляционная матрица), что позволит провести предварительный анализ исходных переменных и построить корреляционную матрицу, анализ которой дает возможность сделать важные выводы о структуре связей между выбранными переменными (см. рис. 12.1).

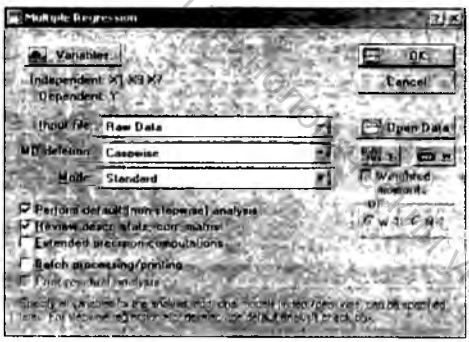
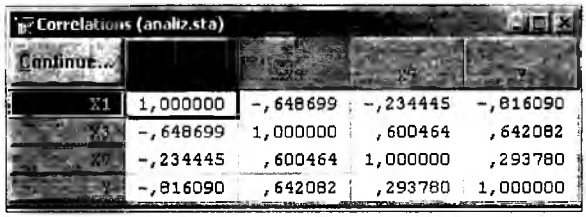


Рис. 12.1 – Окно Multiple Regression

После того, как будет нажата кнопка OK, на экране появится окно Correlations (рис.12.2), в котором представлены значения коэффициентов парной корреляции. Не рекомендуется включать в модель переменные, слабо связанные с результативным признаком – это фактор X7 (r_{yx7}=0.293).

Наиболее тесную связь с результирующим признаком Y имеют факторы X1 (r_{yx1}=0,816) и X3 (r_{yx3}=0,64). Их и нужно оставить для построения модели (см. рис. 12.2).

Витебский государственный технологический университет



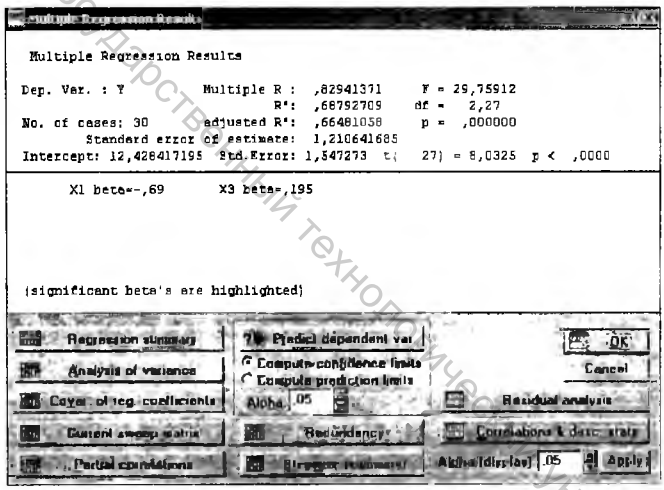
Correlations (analiz.sta)

Continue...

X1	1,000000	-,648699	-,234445	-,816090
X3	-,648699	1,000000	,600464	,642082
X2	-,234445	,600464	1,000000	,293780
Y	-,816090	,642082	,293780	1,000000

Рис.12.2 – Окно Correlations

Далее следует вернуться в окно `Select dependent and independent variable list`, определить в качестве независимых переменных факторы X1 и X3 и нажать кнопку OK. Система произведет вычисления, и на экране появится следующее окно результатов (см. рис. 12.3).



Multiple Regression Results

Multiple Regression Results

Dep. Var. : Y Multiple R : ,82941371 F = 29,75912
R²: ,68752709 df = 2,27
No. of cases: 30 adjusted R²: ,66481058 p = ,000000
Standard error of estimate: 1,210641685
Intercept: 12,42841719 Std.Error: 1,547273 t(27) = 8,0325 p < ,0000

X1 beta=-,69 X3 beta=,195

(significant beta's are highlighted)

Regression summary | Predict dependent var | OK
Analysis of variance | Compute confidence limits | Cancel
Compute prediction limits
Coef. of reg. coefficients | Alpha .05 | Residual analysis
Correl. matrix | Redundancy | Correlations & desc. stats
Partial correlations | Stepwise regression | Alpha (display) .05 | Apply

Рис.12.3 – Окно Multiple Regression Results

В информационной части окна содержатся краткие сведения о результатах анализа, а именно:

коэффициент детерминации R^2 = 0,688. Это значение показывает, что построенная регрессия объясняет более 68,8% разброса значений переменной Y относительно среднего;

значение *F*-критерия Фишера и уровень значимости p. В данном примере мы имеем достаточно высокое значение F-критерия – 29,795, а представленный в окне уровень значимости p = 0,00 показывает, что построенная регрессия высоко значима.

Витебский государственный технологический университет

Рассмотрим вторую часть информационного окна. В ней представлена информация о значимых и незначимых оценках регрессионных коэффициентов. При этом высвечивается строка

x1 beta = -0,69, x3 beta = 0.195

и приводится пояснение Significant beta's are highlighted *(Значимые* beta *высвечены)*. Отметим, что в данном случае beta есть стандартизованные коэффициенты B_1, т. е. коэффициент при независимой переменной X1 и B3, т. е. коэффициент при независимой переменной *X3*.

Перейдем в функциональную часть окна результатов.

Нажав кнопку Regression summary *(Итоговый результат регрессии)*, получим на экране Spreadsheet *(Электронная таблица вывода)* электронную таблицу с численными результатами оценивания регрессионной модели (см. рис. 12.4).

Regression Summary for Dependent Variable: Y

Continue...

R= ,82941371 RI= ,68792709 Adjusted RI= ,66481058
F(2,27)=29,759 p<,00000 Std.Error of estimate: 1,2106

N=30	BETA	Std.Err. of BETA	B	Std.Err. of B	t(27)	p-level
Intercpt			12,4284	1,547273	8,03246	,000000
X1	-,689881	,141265	-17,1086	3,503282	-4,88358	,000042
X3	,194557	,141265	2,8360	2,059187	1,37724	,179748

Рис.12.4 – Параметры модели множественной регрессии

Верхняя часть окна – информационная, в нижней части находятся параметры модели. В столбце B, например, коэффициенты b_0 = 12,428, b_1 =-17,108, b3 =2,836.

Таким образом, полученное уравнение множественной регрессии имеет вид

$$Y = -17{,}108 \cdot X_1 + 2{,}836 \cdot X_3 + 12{,}428.$$

Значения критериев Стьюдента (**t**) позволяют оценить значимость коэффициентов уравнения регрессии, критерий Фишера (F=29,759) и скорректированный коэффициент детерминации (Adjusted R1=0,6648) – значимость построенной модели.

Для получения описательной статистики следует вернуться в окно Multiple Regression Results, нажать кнопку Correlations & desc. stats, после чего на экране появится окно Review Descriptive Statistics (см. рис. 12.3), из которого следует выбрать необходимые для анализа статистики:

кнопкой Means & SD (поставив флажок в поле SD=Sums of Squares/N) смещенные среднеквадратичные отклонения;

кнопкой Correlations – коэффициенты корреляции.

ВитГОШ Витебский государственный технологический университет

Из окна `Multiple Regression Results`, нажав кнопку `Analysis of variance`, можно получить таблицу адекватности – значения общей суммы квадратов, регрессионной суммы квадратов, сумму квадратов остатков, критерий Фишера, число степеней свободы, уровень значимости (см. рис.12.5).

Analysis of Variance; DV: Y (analiz.sta)

MULTIPLE REGRESS.	Sums Of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	87,2331	2	43,61656	29,75912	,000000
Residual	39,5726	27	1,46565		
Total	126,8058				

Рис.12.5 – Таблица адекватности

Чтобы посмотреть, как связаны остатки с наблюдаемыми значениями, в окне `Multiple Regression Results` следует нажать кнопку *`Residual Analysis (Анализ остатков)`* и в появившемся окне выбрать команду *`Obs & Residuals`* (см. рис.12.6).

Чтобы посмотреть, как наблюдаемые значения связаны с предсказанными с помощью построенной модели, следует нажать кнопку *`Pred & observed(F)`* (см. рис. 12.7).

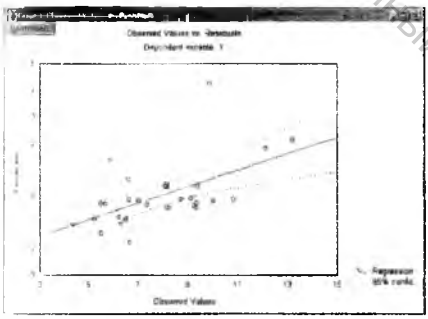


Рис.12.6 – График наблюдаемых переменных остатков

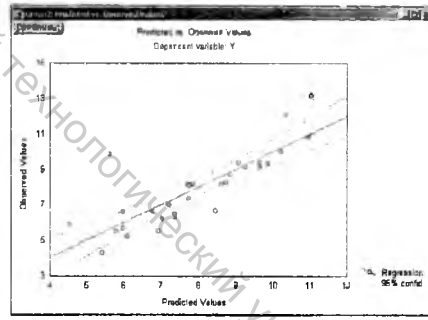


Рис.12.7 – График наблюдаемых и предсказанных значений

Из графиков на рис. 12.6 и рис. 12.7 видно, что модель достаточно адекватно описывает данные. Следовательно, с ее помощью можно делать достаточно точные выводы о зависимости производительности труда от трудоемкости единицы продукции и удельного веса комплектующих изделий.

Чтобы получить прогноз значения зависимой переменной Y, в окне `Multiple Regression Results` следует нажать кнопку `Predict dependent var` и в появившееся на экране окно `Specify values for indep. vars`

Витебский государственный технологический университет

ввести новые значения *X1*, например 0,18, и X3, например 0,55, и нажать OK (см. рис. 12.8).

В результате в окне Predicting values for (см. рис.12.9) на основании полученного ранее уравнения регрессии $Y = -17,108 \cdot X_1 + 2,836 \cdot X_3 + 12,428$ будет рассчитано прогнозируемое значение производительности труда Y (10,908) при снижении трудоемкости единицы продукции X1 до 0,18 и уровне удельного веса комплектующих изделий X3, равном значению 0,55.

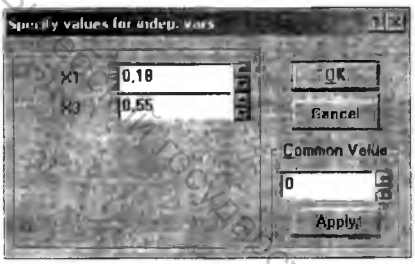


Рис. 12.8 –Окно Specify values for indep. Vars

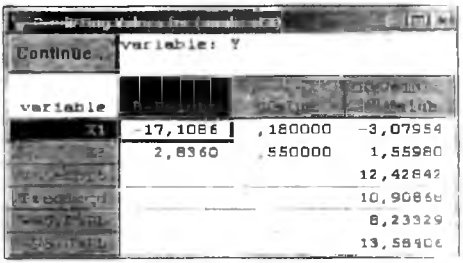


Рис.12.9 – Окно Predicting values for

Задание 2. на основании условия **Задания 1** (см. выше) построить нелинейную модель, отражающую зависимость производительности труда Y от трудоемкости единицы продукции X1 и удельного веса комплектующих изделий X3.

Для переключения в этот модуль следует в переключателе разделов (Statistica Module Switcher) выбрать раздел Nonlinear Estimation, после чего на экране появится окно с перечнем доступных пользователю нелинейных функций для построения регрессионной модели (см. рис. 12.10). Особый интерес вызывает раздел «Функции, определенные пользователем» (User-specified regression). Здесь пользователь сам может математически задать вид уравнения регрессии и рассчитать и оценить его.

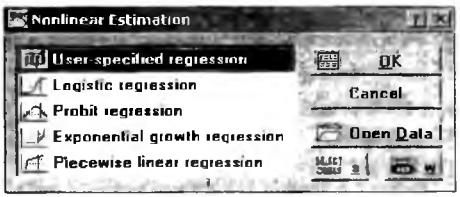


Рис.12.10 – Окно Nonlinear Estimation

Высший государственный технологический университет

Для этого в окне User-Specified Regression Function (рис.12.11) нужно нажать Function to be estimated & loss function.

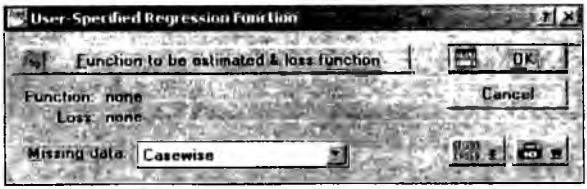


Рис.12.11 – Окно User-Specified Regression Function

и в поле Estimated function (рис. 12.12) определить уравнение регрессии, которое требуется рассчитать и оценить.

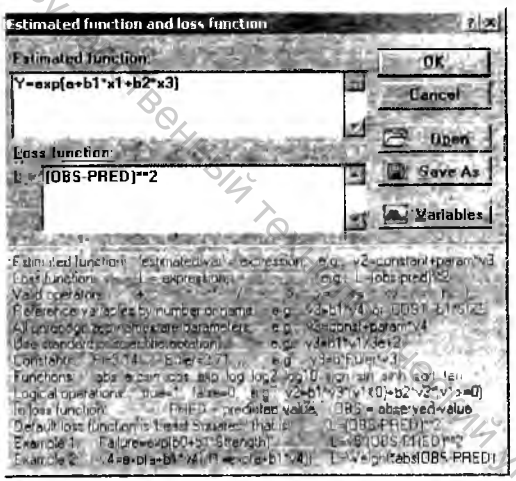


Рис.12.12 – Окно Estimated function & loss function

В нижней части окна приведены допускаемые в формулах арифметические операторы и стандартные функции, а также примеры их использования для записи выражений.

Созданную функцию можно сохранить для дальнейшего использования, для чего следует нажать Save As.

Для оценки отклонений между расчетным и фактическим значениями результирующего параметра (Y) в поле Loss function по умолчанию находится функция (OBS-PRED)**2 . Сюда также при необходимости можно ввести другую функцию.

Витебский государственный технологический университет

Далее следует нажать OK, перейти в окно `Model estimation` (см. рис.12.13), определить метод `(Estimation metod)`, при помощи которого будут рассчитываться коэффициенты уравнения регрессии, число итераций и точность вычислений. Кроме того, обозначить флажком поле `Asymptotic standart errors` для включения в итоговый отчет оценок стандартных ошибок и уровней значимости.

После проведения расчетов результаты, по которым можно оценить адекватность модели по описанной выше методике, будут находиться в таблице окна `Model` (см. рис.12.14).

Витебский государственный технологический университет

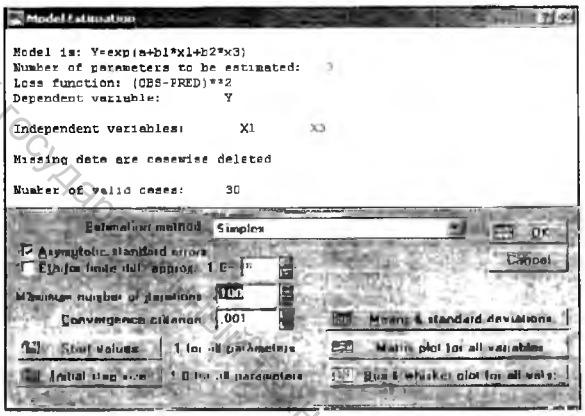


Рис.12.13 – Окно Model estimation

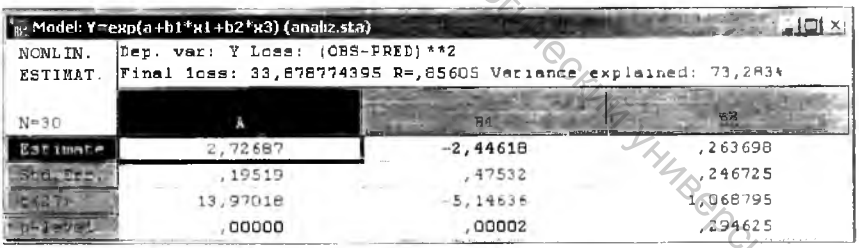


Рис.12.14 – Окно Model

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. Исследовать влияние факторов x1, x2, ... , x_n на результативный признак Y [6]. Построив матрицу коэффициентов парной корреляции и корреляционное поле, сделать предположение о наличии и типе

связи между исследуемыми факторами и рассчитать экономико-математическую многофакторную регрессионную модель, отражающую влияние показателей экономического роста предприятия за период 1997 – 2002 г.г. x1, x2, ... , x_n на результативный признак Y. (см. таблицу 12.1). Оценить адекватность модели. Построить график наблюдаемых переменных остатков и график наблюдаемых и предсказанных значений.

Использовать модуль Multiple Regression.

Таблица 12.1. Показатели экономического роста предприятия

Период	ИПЦ	Выручка	Себестоимость	Прибыль от реализации	Балансовая прибыль	Стоимость основных фондов	Рентабельность общая	Рентабельность собственная
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1-1997	132,2	201840	200120	1720	1906	156120	1,2	4,7
2-1997	130,3	206151	204134	2017	2102	188200	1,1	4,3
3-1997	126,6	248842	245620	3222	2117	190264	1,1	4,3
4-1997	115,4	243189	240136	2940	1084	202404	0,5	1,8
1-1998	107,3	440531	400111	40420	30245	755344	4	19,5
2-1998	105,6	484255	422133	62122	36780	880112	4,2	20,4
3-1998	105,7	508470	445050	63420	45246	814466	5,6	27,1
4-1998	104,5	554502	484438	67918	52047	915842	5,7	28,2
1-1999	104	552753	522333	30420	41222	2015612	2	12,8
2-1999	103,5	564299	522177	42122	46780	2055388	2,3	14,2
3-1999	103,3	675642	632222	43420	43444	2091426	2,1	13
4-1999	100,5	700213	637123	48678	39395	2163830	1,8	11,3
1-2000	107,6	1272210	1229765	42445	78236	1461204	5,4	21
2-2000	109,5	1493449	1432173	61276	76883	1582006	4,9	19,1
3-2000	120,8	1858141	1792262	65879	73245	1902642	3,8	15,1
4-2000	118	2029936	1941401	74123	60158	1928648	3,1	10,7
1-2001	113,2	2931555	2529111	402444	367200	7156120	5,1	22,6
2-2001	111,4	3333699	2932444	401255	375400	7388200	5,1	22,4
3-2001	111,7	4148223	3732344	415879	386250	7614264	5,1	22,4
4-2001	100,2	4229238	3821512	393314	429608	7842968	5,5	24,2
1-2002	105,1	4812096	4440203	582420	486620	10156144	4,8	20,6
2-2002	105,6	5513465	4532222	581111	532300	10188248	5,2	22,4
3-2002	106,1	5757577	4511107	625233	588100	10114246	5,8	25
4-2002	107,2	6562879	4633225	655719	652725	10233682	6,4	27,4
1-2003	106,1	10433333	4742424	690234	686111	10156144	6,8	22,1
2-2003	105	10462269	4755577	703846	702300	10188248	6,9	22,4
3-2003	103,4	10400553	4727524	710246	708100	10114246	7	25,4
4-2003	103,4	10609859	4822663	724964	712725	14294322	5	26,2
1-2004	103,9	10625287	4829676	721400	712344	10156144	7	22,6
2-2004	103,8	10631179	4832354	736800	732106	10188248	7,2	22,5
3-2004	103,8	10631157	4832344	740277	738212	10114246	7,3	25,1
4-2004	103,7	10984046	4992748	764333	752566	22440110	3,4	25,2

Витебский государственный технологический университет

Варианты заданий

№ варианта	Результативный признак	Номера факторных признаков
1	x_0	x_1, x_2, x_3, x_4
2	x_0	x_2, x_3, x_4, x_5
3	x_0	x_3, x_4, x_5, x_6
4	x_0	x_4, x_5, x_6, x_7
5	x_5	x_1, x_2, x_3, x_4
6	x_5	x_1, x_2, x_3, x_7
7	x_5	x_2, x_3, x_6, x_7
8	x_7	x_2, x_3, x_4, x_5
9	x_7	x_3, x_4, x_5, x_6
10	x_7	x_1, x_2, x_5, x_6

Задание 2. Поскольку не все показатели экономического роста предприятия x1, x2, ... , x_n имеют тесную корреляционную связь с результирующим признаком Y (см. таблицу 12.1), по данным своего варианта построить многофакторную регрессионную модель нелинейной структуры, наиболее адекватно описывающую исходные данные. Использовать модуль Nonlinear Estimation.

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13-14

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ДЛЯ ИНТЕРНЕТ. ОСНОВЫ ЯЗЫКА РАЗМЕТКИ ГИПЕРТЕКСТОВ HTML

Цель работы: приобрести практические навыки разработки простейших HTML-документов.

Витебский государственный технологический университет

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

HTML – это язык, который позволяет с помощью управляющих символов (тэгов) определять структуру и внешний вид документа при отображении его в браузере.

Основные этапы создания документа HTML:

- набор содержимого в любом из текстовых редакторов и сохранение обычного текстового файла.
- логическое и физическое форматирование текста (разбивка на абзацы, блоки, заголовки и пр., внешнее их оформление) при помощи тэгов и сохранение текстового файла с расширением .htm или .html.
- организация переходов по гиперссылкам документа при помощи элемента < A > - основного связующего элемента языка HTML.
- внедрение в документ необходимых объектов: рисунков, таблиц, видео клипов, аудио файлов, апплетов Java, скриптов и т.п. опять же при помощи тэгов языка HTML.

Для того, чтобы браузер мог отличить тэги от обычного текста, они заключаются в угловые скобки. Все теги HTML по их назначению и области действия можно разделить на следующие основные группы:

- определяющие структуру документа;
- оформление блоков гипертекста (параграфы, списки, таблицы, картинки);
- гипертекстовые ссылки и закладки;
- формы для организации диалога;
- вызов программ.

Основные структурные тэги

- <HTML> ... </HTML> – определяет границы документа HTML. Между этими двумя тэгами располагается весь документ;

- <HEAD> ... </HEAD> – тег, определяющий заголовок, в котором указывается служебная информация обо всей странице;
- <BODY> ... </BODY> – тег, определяющий тело документа, в котором описывается содержимое страницы вместе с правилами отображения;
- <TITLE> ... </TITLE> –этот тег создает краткое однострочное название страницы, которое выводится в заголовке окна браузера, рядом с названием самого браузера.

Оформление блоков гипертекста

- <Hn></Hn> – тэг, обозначающий заголовок начала раздела документа. В стандарте определено 6 уровней заголовков: от H1 до H6, следовательно n может принимать значения от 1 до 6.
- < P >... </P> – тег, разбивающий текст на абзацы.
  - ALIGN - параметр выравнивания абзацев текста (left – по левому краю, right – по правому краю, center – по центру, justify – по ширине).
-
 – принудительное разбиение строки.
- <FONT> ... </FONT> –ограничение текста для оформления внешнего вида шрифта средствами набора следующих параметров:
  - size – размер шрифта (1...7);
  - color – цвет шрифта;
  - face – тип шрифта.
- <OL> ... <OL> – упорядоченный нумерованный список;
- <UL> ... <UL> – упорядоченный маркированный список;
- <LI> – объявление элемента списка:
  - type – тип маркера для отображения элементов списка (disk, circle, square).
- <TABLE> ... </TABLE> – внедрение таблиц в Web-страницу;
- <CAPTION> – задает заголовок вне рамки таблицы;
- <TR> – создает ряд элементов определяющих начало строки, а внутри этих элементов размещаются элементы;
- <TD> описывающие ячейки;
- <TH> описывающие заглавные ячейки.

Элемент <TABLE> может иметь параметры:

- bgcolor –задает фоновый цвет ячейкам, которые не обладают собственным атрибутом bgcolor или background.;
- background –задает фоновый рисунок ячейкам, которые не обладают собственным атрибутом bgcolor или background;

Учебный Государственный технологический университет

- bordercolor – задает цвет рамки, используется только с атрибутом border;
- align – задает режим горизонтального выравнивания таблицы на странице, он может принимать значения left, center и right;
- width – задает ширину таблицы в пикселях или процентах от всего окна;
- border – задает ширину внешнего обрамления таблицы в пикселях;
- cellspacing – атрибут задает ширину внутреннего обрамления в пикселях;
- cellpadding – задает отступ между содержимым ячейки и обрамлением таблицы в пикселях.

- <IMG> – используется для вставки в тело документа графического изображения.
- <MAP> – применяется для представления графического изображения в виде карты с активными областями. Он поддерживает атрибут name, который задает его имя, и включает внутри себя элемент <AREA>, который, собственно, и задает активные области карты, связанные ссылками с прочими ресурсами.

  Синтаксис: <MAP name=" имя "> <AREA атрибуты > </MAP>

- <MARQUEE> – используется с целью создания в документе бегущей строки.

- Синтаксис: <MARQUEE атрибуты> Текст строки </MARQUEE>

  Он может иметь атрибуты:
  - direction – задает направление движения бегущей строки: left – влево, right – вправо, up – вверх, down – вниз. behavior – задает поведение бегущей строки, либо scroll- прокрутка, либо slide – прокрутка с остановкой, либо alternate – движение от края к краю;
  - Loop – задает количество проходов бегущей строки;
  - Scrollamount – задает скорость движения бегущей строки, если его значение равно 1, то она будет еле ползти, если его значение больше 10, то она будет двигаться очень быстро. scrolldelay – задает временной интервал между шагами бегущей строки, с помощью него можно заставить строку двигаться рывками.

Витебский государственный технологический университет

Гипертекстовые ссылки и закладки

- <A>... </A> – создание гиперссылки. Этот тег используется с параметрами:
  - name – задает привязку ссылки в тексте, на которую и будет производиться ссылка.

    Синтаксис: <A name=имя> необязательный текст </A >

  - href – задает адрес ссылки. Он может указывать или на имя ссылки в тексте, или на URL и имя файла. Синтаксис: <A href="URL"> текст, для щелчка </A > или же в тексте:
    <A href="#имя"> текст для щелчка
  - id – идентичен параметру name с той разницей, что он может вставляться в другие тэги, отличные от тэга <A> .

Подробнее с конструкциями языка HTML можно ознакомиться в специальной литературе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Наберите в блокноте текст заданий 1-7, сохраните каждый файл с расширением .html (z1.html, z2.html, ... , z7.html) и просмотрите результат через браузер.

Задание 1. Структура документа.

```
<HTML>
<HEAD>
    <TITLE>
        Заголовок - Первая страница
    </TITLE>
</HEAD>
<BODY>
    Информация для отображения в браузере
</BODY>
</HTML>
```

Задание 2. Нумерованные списки.

```
<BODY>
Что я хочу на День рождения
<OL>
```

Витебский государственный технологический университет

```
<LI> Большой красный зонт
<LI> Новую куклу с длинными волосами
<LI> Книгу рецептов
<LI> Сюрприз
</OL>
</BODY>
```

Задание 3. Маркированные списки.

```
<BODY>
Что я хочу на День рождения
<UL>
<LI> Большой красный зонт
<LI> Новую куклу с длинными волосами
<LI> Книгу рецептов
<LI> Сюрприз
</UL>
</BODY>
```

Задание 4. Списки определений.

```
<BODY>
<DL>
<DT> <B> 1 Сентября </B>
<DD> В этот день все студенты и преподаватели собрались в актовом зале университета, где их поздравили с Днем знаний и началом учебного года.
</DL>
</BODY>
```

Задание 5. Гиперссылки.

```
<HTML>
<HEAD>
    <TITLE> Гиперссылки </TITLE>
</HEAD>
<BODY>
<P><A HREF="#metka1">Локальная гиперссылка m1</A></P>
        <P>Информация для отображения в браузере </P>
<P><A NAME="#metka1">Текст, на который осуществляется переход по локальной гиперссылке m1 </A></P>
</BODY>
</HTML>
```

Витебский государственный технологический университет

Задание 6. Таблицы.

```
<TABLE border=4 cellpacing=3>
<CAPTION> Заголовок таблицы </CAPTION>
<TR> <TH bgcolor = "white"> Заголовок1
     <TH bgcolor = "white"> Заголовок2
<TR> <TD> Ячейка 1 <TD> Ячейка 2
<TR> <TD> Ячейка 3 <TD> Ячейка 4 </TABLE>
```

```
<TABLE border=4 cellpacing=3>
<CAPTION> Заголовок таблицы </CAPTION>
<TR> <TH bgcolor = "white">
     <TH bgcolor = "white"> Заголовок1
     <TH bgcolor = "white"> Заголовок2
<TR> <TH bgcolor = "white"> Заголовок3
      <TD> Ячейка 1
      <TD> Ячейка 2
<TR> <TH bgcolor = "white"> Заголовок4
      <TD> Ячейка 3
      <TD> Ячейка 4
</TABLE>
```

Просмотрите результаты и добавьте по желанию элементы оформления (цвет фона, начертание, цвет шрифта, способ выравнивания текста).

Задание 7. Бегущая строка.

```
<MARQUEE direction=left behavior="scroll">ПРИВЕТ,
ВЕСНА!!!</MARQUEE>
```

Задайте цвет и начертание шрифта текста бегущей строки.

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

Задание 1. Создать HTML-документ следующего вида:

Вариант 1

An image XHTML School in the text

An image XHTML School in the text

An image XHTML School in the text

Вариант 6

An image XHTML School in the text

XHTML School An image before the text

An image after the text XHTML School

Вариант 2

This text is a link to a page on this Web site.

This text is a link to a page on the World Wide Web.

Вариант 7

A Definition List:

Coffee
Black hot drink
Milk
White cold drink

Вариант 3

Each table starts with a table tag. Each table row starts with a tr tag. Each table data starts with a td tag.

One column:

100

One row and three columns:

100	200	300

Two rows and three columns:

100	200	300
400	500	600

Вариант 8

See also Chapter 4.

Chapter 1

This chapter explains ba bla bla

Chapter 2

This chapter explains ba bla bla

Chapter 3

This chapter explains ba bla bla

Chapter 4

This chapter explains ba bla bla

Витебский государственный технологический университет

Вариант 4

Circle bullets list:

- Apples
- Bananas
- Lemons
- Oranges

Square bullets list:

- Apples
- Bananas
- Lemons
- Oranges

Вариант 9

Lowercase letters list:

a. Apples
b. Bananas
c. Lemons
d. Oranges

Roman numbers list:

I. Apples
II. Bananas
III. Lemons
IV. Oranges

Вариант 5

Money spent on....	January	February
Clothes	$241.10	$50.20
Make-Up	$30.00	$44.45
Food	$730.40	$650.00
Sum	$1001.50	$744.65

Вариант 10

A nested List:

- Coffee
- Tea
  - Black tea
  - Green tea
- Milk

Задание 2. Создать web-страницу с информацией о Вашей группе, содержащую основные группы тегов (заголовки, таблицы, списки, объекты, элементы оформления: фон, шрифт, бегущие строки).

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №15

ЭЛЕКТРОННАЯ ПОЧТА

Цель работы: приобрести практические навыки работы с электронными сервисами Интернет на примере работы с программой электронной почты.

Витебский государственный технологический университет

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Электронная почта (ЭП) всегда была одной из основ Internet. Именно возможность послать письмо пользователю в другую часть света в значительной степени способствовала расширению Internet. В Internet применяется достаточно старая система ЭП, сложившаяся ещё в 70-е годы, но до сих пор она исправно выполняет свои задачи. Как и другие службы Internet, ЭП является системой клиент-сервер. Один из компьютеров выступает в роли сервера почты, получая ее из других узлов Internet и сохраняя. Для работы с почтой (её чтения, сохранения, передачи новых сообщений и т.д.) используется клиентская программа, устанавливаемая на компьютере пользователя. Система ЭП не унифицирована для конкретного вида сервера электронной почты, поэтому пользователь может использовать различные виды существующих программ-клиентов.

Почтовые адреса

Почтовый адрес пользователя состоит из имени пользователя, символа @ и почтового адреса домена. Например, **info@vstu.vitebsk.by.**

Адрес компьютера несколько более сложен. Имя (или, как его чаще называют, доменное имя) каждого входящего в Internet компьютера содержит, по крайней мере, одну точку (а может включать в себя даже 2 или 3 точки). Эти точки (.) отделяют различные части адреса друг от друга. Самая левая часть адреса – это имя компьютера, а правая часть называется доменом верхнего уровня. В Internet имена доменов верхнего уровня стандартизированы таким образом, чтобы ЭП легко маршрутизировать.

Существуют два типа имен доменов: **описательное имя домена (вид деятельности)** и **имя домена, определяющее его местонахождение (географический признак)**. Адрес компьютера может содержать один из этих типов имен (но не оба вместе).

Пример некоторых существующих имен доменов:

Имя	Описание
com	Коммерческие организации
edu	Образовательные учреждения
gov	Правительственные учреждения
int	Международные организации
mil	Военные учреждения США
org	Некоммерческие организации
net	Сетевые организации (поставщики услуг).

Имя домена, определяющее его местонахождение, всегда задаётся как двухбуквенное сокращение страны. Например, **us** означает США (USA), **ru** – Россию (Russia), **by** – Белоруссию (Belorussia) и т.д.

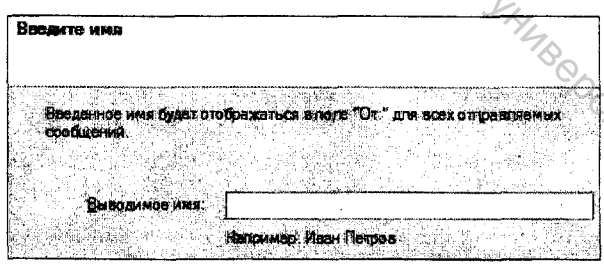
Программа ЭП (электронная почта)

В INTERNET существует много бесплатных или условно-бесплатных программ-клиентов ЭП. Обычно программы web просмотра (Microsoft Internet Explorer, Netscape Navigator, Opera и др.) включают в качестве дополнительных компонентов программы работы с ЭП – Outlook Express, Netscape Messendger и M2.

Рассмотрим настройку пакета ЭП для конкретного пользователя и работу ЭП на примере программы Outlook Express.

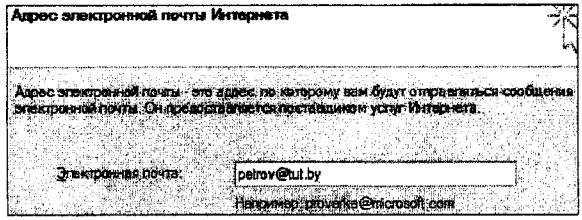
Настройка

Программа **Outlook Express** запускается из меню кнопки **Пуск** на рабочем столе. При первом запуске программы активизируется Мастер настройки программы. Перемещаясь по окнам Мастера настройки, необходимо указать имя и фамилию владельца почтового ящика:

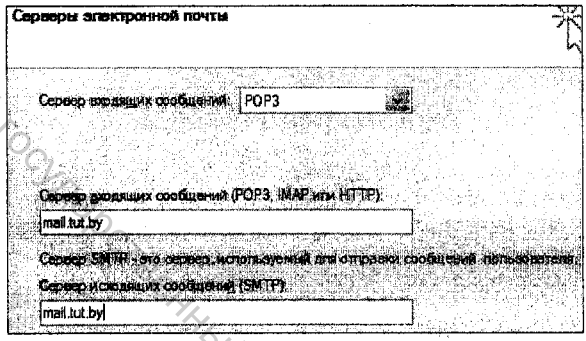


его электронный адрес:

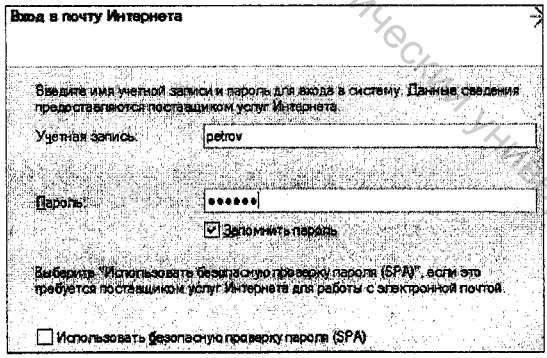
Витебский государственный технологический университет



задать имена почтовых серверов:



обеспечивающих прием и отправку писем. Эти сведения получают у провайдера Internet при открытии почтового ящика. Кроме того, необходимо указать идентификатор и пароль пользователя для подключения к почтовому серверу



и указать способ обращения Вашего компьютера к Internet.

Витебский государственный технологический университет

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Работа с программой Outlook Express

Рассмотрим рабочее поле программы. В верхней части экрана находится главное меню, включающее большинство функций работы с программой. Ниже – панель инструментов, включающая основные команды работы с почтой.

➢ *Создать сообщение* – позволяет подготовить и отправить новое письмо.

➢ *Ответить автору* – позволяет сразу ответить на полученное письмо. Адрес получателя устанавливается автоматически.

➢ *Ответить всем* – позволяет ответить группе адресатов, описанных в адресной книге.

➢ *Переслать сообщение* – пересылает полученное письмо другому пользователю.

➢ *Доставить почту* – отправляет все подготовленные письма и проверяет полученную корреспонденцию.

➢ *Удалить* – переносит выделенное письмо в папку *Удаленные*.

По умолчанию программа определяет 4 папки:

– *Входящие* – сюда поступают все полученные письма.

– *Исходящие* – здесь хранятся все подготовленные письма.

– *Отправленные* – здесь хранятся копии всех отправленных писем.

– *Удаленные* – сюда перемещаются все удаленные из других папок письма.

Пользователь может создавать дополнительные папки с помощью соответствующей функции меню файл.

Адресная книга

Прежде чем отправлять и получать корреспонденцию, пользователь может сформировать Адресную книгу, содержащую список адресатов. Адресная книга создается из меню **Сервис** опция **Адресная книга**.

Список функций Адресной книги включает:

➢ *Создать адрес* –можно внести самую разнообразную информацию об адресате. Обязательным атрибутом является электронный адрес.

➢ *Создать группу* – данная функция позволяет объединить адресатов в единую логическую группу, чтобы в дальнейшем одно временно

Витебский государственный технологический университет

отправлять сообщения всей группе.

➢ *Свойства* – позволяет изменять параметры описания отдельных адресатов и групп.-

➢ *Удалить* – используется для удаления из адресной книги записей о пользователях и группах.

➢ *Найти* – позволяет найти нужный адрес из имеющегося списка адресов.

Подготовка и отправка нового сообщения

Для подготовки нового сообщения щелкнем по кнопке <Создать сообщение> на панели инструментов. Откроется окно **Создать сообщение**.

В строку **Кому** введем адрес получателя. Если адрес нужного получателя есть в адресной книге, его можно выбрать из списка, открыв адресную книгу щелчком по кнопке, расположенной в строке **Кому**. Если адреса этого получателя нет в адресной книге, то его нужно просто набрать с клавиатуры в строке **Кому**.

В строку **Тема** введем краткое содержание письма. Сам текст введем с клавиатуры. Для форматирования текста имеются соответствующие кнопки на панели инструментов: тип, размер и вид начертания шрифта, создание списков и т. п. Перешлем в письме звуковой файл. Для этого выберем в меню Вставка пункт Вложение файла.

Найдем необходимый для пересылки файл. Для отправки письма используем кнопки <Отправить> или <Доставить почту>. Функция <Доставить почту> используется также для получения почты.

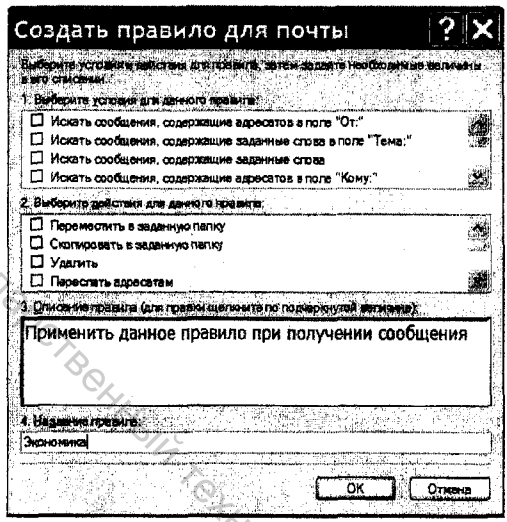
Современные почтовые программы позволяют гибко работать с поступающими сообщениями, обрабатывая их в зависимости от тематики и содержания. Такая работа основывается на различного рода условиях или,

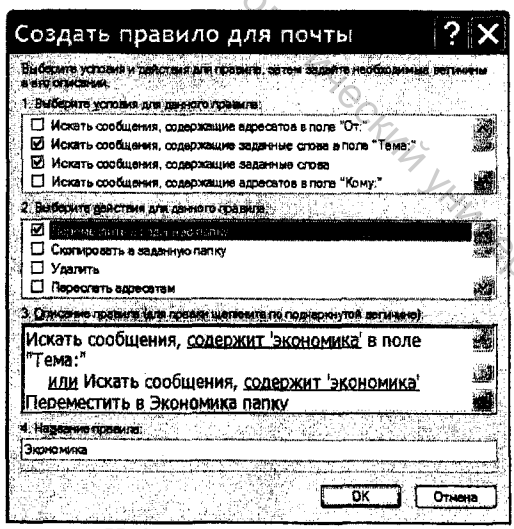
Витебский государственный технологический университет

иначе, фильтрах.

Покажем на примере Outlook Express создание условий сортировки почтовых сообщений. Отсортируем сообщения, относящиеся к разделам «Экономика», «Информатика».

Создадим правило «Экономика», которое позволяет сообщения, содержащие в теме или в тексте сообщения слово «Экономика», помещать в папку Экономика.

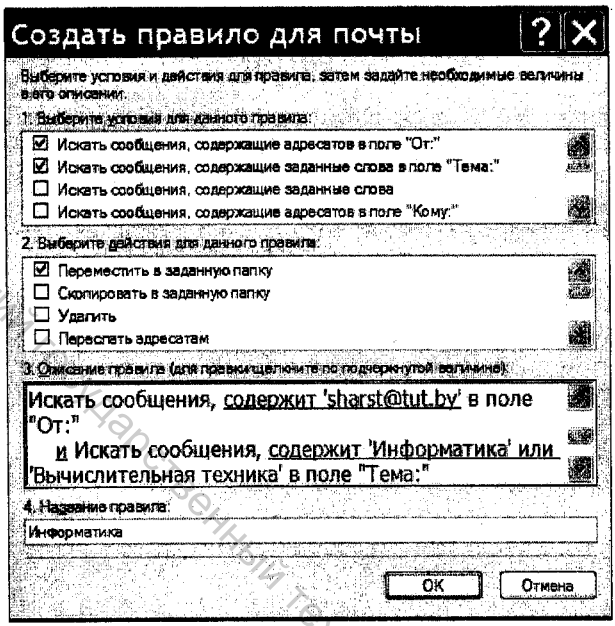




Создадим правило «Информатика», которое позволяет сообщения,

Витебский государственный технологический университет

содержащие в теме сообщения слово «Информатика» или «Вычислительная техника», а в разделе адреса - «sharst@tut.by», помещать в папку Информатика.



Задания для самостоятельной работы ➡

1. Загрузите программу Outlook Express. Сконфигурируйте программу в соответствии с предложенными Вам параметрами.
2. Создайте адресную книгу из известных Вам адресов.
3. Создайте и отправьте простое сообщение по любому из адресов, используя адрес электронной почты из адресной книги. Вставьте в своё сообщение рисунок, звуковой или текстовый файл, созданные ранее.
4. Проверьте наличие новых сообщений в данный момент времени.
5. Создайте правила для сортировки сообщений, предусмотрев нахождение ключевых слов в различных разделах. Рекомендуется воспользоваться созданной адресной книгой.

Витебский государственный технологический университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №16

ОСНОВЫ РАБОТЫ В INTERNET

Цель работы: приобрести практические навыки навигации в INTERNET.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

INTERNET – объединение транснациональных компьютерных сетей, работающих по самым разнообразным протоколам, связывающих всевозможные типы компьютеров, физически передающих данные по телефонным проводам, через спутники и радиомодемы.

Преимущества **INTERNET:**

- недорогая связь;
- постоянное обновление информации.

Подавляющее большинство компьютеров в INTERNET связано по протоколам TCP/IP. Протокол **IP** - протокол, описывающий формат пакета данных, передаваемого по сети (определяет, где адрес и прочая служебная информация, а где сами передаваемые данные). Протокол **TCP** предназначен для контроля передачи, контроля целостности передаваемой информации.

Типы сервисов INTERNET

Сервисы INTERNET классифицируются на сервисы интерактивные, прямого и отложенного действия.

Интерактивные сервисы требуют немедленной реакции на полученную информацию, т.е. получаемая информация является, по сути дела, запросом (телефон).

Сервисы прямого действия – информация по запросу возвращается немедленно. Однако от получателя информации не требуется немедленной реакции (факс).

Сервисы отложенного действия – запрос и получение информации могут быть достаточно сильно разделены по времени (электронная почта).

Сервис INTERNET

Электронная почта – очень похожа на обычную бумажную почту, обладая теми же достоинствами и недостатками.

Витебский государственный технологический университет

Сетевые новости (телеконференции) передают сообщения от одного – многим.

FTP Сервис – передача файлов между разными компьютерами, работающими в сетях TCP/IP.

WWW (World Wide Web – всемирная паутина) – самый популярный сервис **INTERNET** и самое удобное средство работы с информацией.

Некоторые термины, используемые в WWW:

HTML (язык разметки гипертекста) – это формат гипермедийных документов, описывающий его структуру и связи. Имена файлов в этом формате имеют расширение html или htm.

URL – (универсальный указатель на ресурс). Так называются ссылки на информационные ресурсы **INTERNET.**

HTTP (протокол передачи гипертекста). Это название протокола, по которому взаимодействуют клиент и сервер WWW.

Сервисы ICQ, IRC, MUD

ICQ, IRC - программы, которые позволяют переписываться с другими людьми как по локальной сети, так и через **INTERNET.** Общение происходит в реальном времени.

MUD – многопользовательские игры.

Адресация в INTERNET

В **INTERNET** каждый компьютер получает свой уникальный адрес. Принята доменная система имен. Рассмотрим принцип образования имени на примере: **vstu.vitebsk.by.** Разбор адреса идет справа налево:

by – указывает на Беларусь;

vitebsk – имя провайдера – организации-представителя услуг **INTERNET;**

vstu – организация данного адреса: Витебский государственный технологический университет.

Каждая группа, имеющая домен, может создавать и изменять адреса, находящиеся под ее контролем, достаточно добавить новое имя, например **Info**, в описание адресов своего домена.

Под Web- страницей понимается документ, который может содержать в себе, кроме текста, еще и графические изображения, звуковое сопровождение и даже видеоизображения. Кроме того, Web-страница может содержать ссылки на другие страницы или почтовые ящики. В зависимости от настройки программы такие страницы обычно выделяются в документе цветом или подчеркиванием. Указатель мыши, проходя над ссылкой, изменяет свою форму

Витебский государственный технологический университет

на изображение руки, а в строке состояния отображается адрес перехода, соответствующий ссылке.

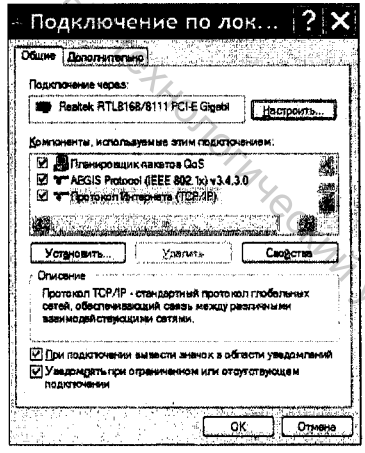
Программы для навигации по сети INTERNET

В качестве таких программ можно выделить самые популярные:

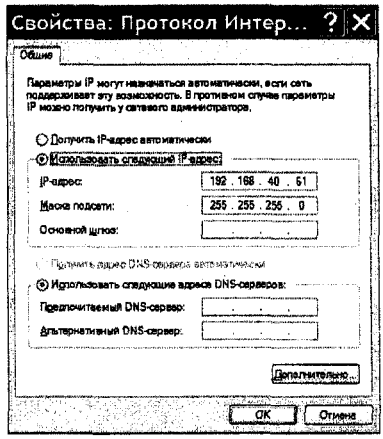
- Microsoft Internet Explorer;
- Netscape Navigator;
- Opera;
- FirePox и др.

Microsoft Internet Explorer – наиболее распространенное средство просмотра информации в INTERNET.

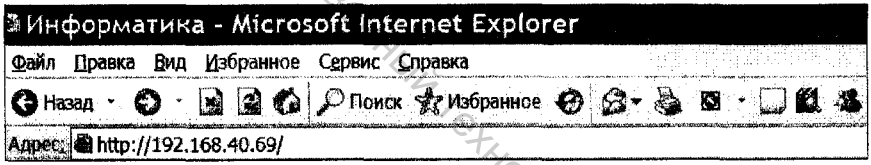
Для работы как в локальной, так и в глобальной сети необходимо настроить так называемую сетевую карту (предполагается, что компьютер находится в сети и сеть имеет единственный выход в информационное пространство). При этом необходимо, чтобы поддерживался протокол TCP/IP и сетевая карта имела динамический либо статический адрес. Настройка этих параметров осуществляется в разделе Настройка→ Сетевые подключения→ Подключение по локальной сети.



Витебский государственный технологический университет



Работа программы INTERNET начинается с загрузки на компьютер начальной страницы. В качестве начальной страницы можно задать любую Web-страницу.



В процессе работы можно прервать процесс загрузки Web-страницы, нажав кнопку Останов. Для повторной загрузки текущей Web-страницы нажать на кнопку Обновить. Для отображения других Web-страниц нужно ввести в поле Адрес новый адрес или указателем мыши выбрать наиболее интересующую ссылку в текущей Web-странице. Можно сохранить любую страницу на своем компьютере с помощью команды из меню Файл, сохранить как.

Для облегчения перемещения по бесконечной паутине ссылок на различные Web-страницы можно воспользоваться кнопками Назад и Вперед. Для перехода на начальную страницу нужно воспользоваться кнопкой Домой.

Кнопка	Название	Описание
Остано...	Останов	Прервать загрузку страницы
Домой	Домой	Загрузить стартовую страницу

Витебский государственный технологический университет

Обновить	Обновить	Повторить загрузку текущей страницы
Назад	Назад	Перейти к предыдущей странице
Вперед	Вперед	Перейти к следующей странице
Поиск	Поиск	Запуск поиска информации
Избран...	Избранное	Включение-выключение папки Избранное (создание собственных ссылок на ресурсы)
Адрес: http://192.168.40.69/	Адрес	Поле ввода адресной информации

Витебский государственный технологический университет

Поиск информации в INTERNET

Поиск нужной информации всегда был жизненно важной и одновременно достаточно сложной задачей для многих пользователей (в том числе и в INTERNET). В ту пору, когда в INTERNET еще не существовали серверы World Wide Web (WWW), поиск информации в глобальной сети уже был доступен с помощью нескольких сетевых поисковых систем. Каждая из этих систем искала в своей области:

- для поиска файлов по их именам на FTP - серверах использовалась система Archie;
- для нахождения пунктов меню Gopher - серверов, содержащих заданные ключевые слова - система Veronica;
- поиск документов по ключевым словам в сетевых базах данных индексированных документов обеспечивал сервис WAIS.

Процесс поиска довольно прост: задавая ключевые слова, характерные для искомой информации, можно найти нужный документ. В большинстве систем список включает в себя, кроме ссылок, несколько строк каждого из найденных документов, чтобы было легче выбрать нужный. В некоторых системах списки ссылок отсортированы таким образом, что в начале списка показаны ссылки на документы, наиболее удовлетворяющие запросу. Например, если в документе много раз встречаются слова запроса и несколько слов, включенных в запрос, расположены в документе рядом, то такой

документ более плотно удовлетворяет запросу. Если же слова встречаются один раз и расположены в разных концах документа, то такой документ в меньшей степени удовлетворяет запросу. Так как большинство систем осуществляет интеллектуальный поиск в INTERNET, то степень соответствия запросу, определенная поисковой системой, не всегда будет совпадать с представлениями пользователя. Следует отметить, что при выполнении запроса поисковая система не ищет документы непосредственно в INTERNET. Она обращается к своей базе данных, где в компактном виде собраны данные об информации в INTERNET.

Создание универсального поискового сервиса, позволяющего находить информацию из различных ресурсов Internet, стало возможным лишь с появлением в начале 90-х годов серверов распределенной информационной системы WWW. Сегодня в мире насчитывается примерно 15 лидирующих и активно конкурирующих между собой поисковых машин, и их общее число составляет многие десятки. Степень полноты собранной информации отличает лидирующие поисковые серверы от середняков и аутсайдеров. Первоначально поисковые машины появились и развивались как исследовательские проекты в недрах нескольких американских университетов. Например:

- Lycos (Carnegy - Mellon University);
- Web Crawler (Umversity of Washington);
- Open Text (University of Waterloo in Ontario);
- Yahoo! (Stanford University).

Ранее все они имели свои доменные имена с окончанием .edu (education). Теперь сменили на .com (commercia) и вступили на путь прямой коммерциализации деятельности.

Перечислим наиболее известные поисковые машины:

- англоязычные

№№	Название	www адрес
1.	Google	www.google.com
2.	Alta Vista	www.altavista.com
3.	Excite	www.excite.com
4.	InfoSeek	infoseek.go.com
5.	Look Smart	www.looksmart.com
6.	Lycos	www.lycos.com
7.	Yahoo	www.yahoo.com
8.	GoTo	www.goto.com

- русскоязычные

№№	Название	www адрес
1.	Atrus	www.atrus.ru

Витебский государственный технологический университет

2.	Rambler	www.rambler.ru
3.	APORT	www.aport.ru
4.	Кирилл и Мефодий	www.km.ru
5.	Яndex	yandex.ru

- поиск файлов на серверах FTP

Filez: www.filez.com

- поиск информации в группах новостей

Deja News: www.deja.com

Поиск информации на англоязычных поисковых серверах

Построение запросов для поиска необходимой информации рассмотрим на примере **Alta Vista**. Для поиска документов, содержащих некоторое слово, надо ввести это слово, а для поиска документов, содержащих искомые словосочетания, необходимо заключить несколько слов в двойные кавычки. Если слово содержит только строчные буквы, то ему сопоставляются также и слова, содержащие и заглавные буквы. Например, слову ***INTERNET*** будет поставлено в соответствие ***INTERNET***, ***INTERNET*** и ***INTERNET***. То есть, чтобы найти слово, написанное как большими, так и маленькими буквами, надо в запросе использовать только маленькие буквы (строчные).

Можно задавать только часть слова, используя для этого знак *. Использование этого знака похоже на его использование в шаблонах файлов. Вместо переменной части слова ставится данный знак, например, на запрос ***INTERNET**** будут найдены слова ***INTERNET***, ***INTERNETa***, ***INTERNETOM***, и тому подобные. Данную возможность удобно использовать для поиска однокоренных слов.

Другой удобной возможностью является использование в запросах знаков (+) и (-). Добавив такой знак перед словом или фразой, требуется обязательное их присутствие или отсутствие в документе. Если ставится знак (+) перед словом, то этим указывается, что данное слово обязательно должно присутствовать в найденном документе. Символ же (-) указывает на то, что следующее за ним слово не должно присутствовать.

Еще одним удобным средством уточнения поиска является использование специальных ключевых слов. Существуют различные ключевые слова. Рассмотрим только два наиболее полезных слова.

Ключевое слово **link:** позволяет ограничить поиск среди страниц, на которых расположены ссылки на заданную страницу. Например, для поиска страниц со ссылками на узел Microsoft необходимо в качестве запроса ввести

link:www.microsoft.com.

Витебский государственный технологический университет

Ключевое слово **url:** позволяет искать среди тех страниц, в адресе которых существует заданная в качестве аргумента часть. Если необходимо найти все страницы, в адресе которых есть название фирмы Intel, то следует ввести запрос **url:intel**. Эти ключевые слова можно использовать вместе. Например, если необходимо найти все страницы Российской части INTERNETа, на которых имеются ссылки на систему Alta Vista, следует в качестве запроса указать

link:altavista.digital.com url:ru.

Для построения сложного запроса используются логические операторы и синтаксические выражения. Синтаксические выражения - это любые слова и словосочетания, аналогичные рассмотренным в простых запросах. Логические операторы служат для выполнения операций "**И**", "**ИЛИ**", "**НЕТ**" и "**ОКОЛО**" над синтаксическими выражениями. Часто синтаксические выражения, над которыми производятся логические операции, называются аргументами. В синтаксических выражениях вы также можете использовать отдельные слова или фразы, заключая несколько слов в двойные кавычки. Главное, что отличает сложный запрос, — это использование логических операторов и круглых скобок.

Допустимые в расширенных запросах логические операторы:

— оператор **AND** для логической операции "**И**". Оператор гарантирует, что в документе присутствуют оба аргумента;

— оператор **OR** для логической операции "**ИЛИ**". Оператор гарантирует, что в документе присутствует хотя бы один из аргументов;

— оператор **NEAR** для операции "**ОКОЛО**". Данный оператор гарантирует, что аргументы отстоят друг от друга в тексте не дальше, чем на десять символов;

— оператор **NOT** для логической операции отрицания, то есть для операции "**НЕТ**". Этот оператор гарантирует, что аргумент не присутствует в документе.

Чтобы в найденном документе отсутствовало какое-либо слово, надо перед ним в запросе поставить оператор отрицания. Полезно, для удобства чтения запроса, выделить слово с отрицанием круглыми скобками: (NOT описание) или (NOT телевизор).

Для задания одновременного присутствия в искомом документе сразу нескольких слов или словосочетаний используется логическая операция "И". Например, если вы хотите, чтобы в документе было слово "провайдер" и словосочетание "очень дешево", то следует в запросе указать **провайдер AND "очень дешево".**

Если необходимо, чтобы в искомом документе находилось хотя бы одно из нужных слов, то следует воспользоваться логической операцией "ИЛИ". Например, запрос **телевизор OR радио OR видео** найдет документы, в которых есть хотя бы одно из перечисленных слов.

Операция "ОКОЛО" (NEAR) не является классической логической операцией. С ее помощью можно задать, что слова должны находиться рядом

Вологодский государственный технический университет

друг с другом. Например, **провайдер AND "очень дешево"** указывает, что данные слова просто присутствуют, однако они могут располагаться в разных концах документа. Запрос же **провайдер NEAR "очень дешево"** описывает, что слово "провайдер" и словосочетание "очень дешево" должны находиться друг от друга недалеко, то есть между ними не должно находиться более десяти слов.

Поиск информации на русскоязычных поисковых серверах

Построение запросов для поиска необходимой информации рассмотрим на примере **Rambler**.

Поисковые слова

В запросе можно использовать одно или несколько слов, разделенных пробелами. Могут быть использованы как русские, так и английские словосочетания. По умолчанию. Если не используется расширенный поиск и не отмечено в нем, что должно встретиться любое слово, считается, что в найденных документах должны содержаться все слова.

deep purple

Логические связки: And, Or, Not

Поисковые термины могут быть объединены логическими операциями посредством служебных слов **And, Or, Not.** Символы "&", "|" и "!" могут использоваться вместо или в сочетании со служебными словами.

deep and purple & fireball

Регистр

Любой поисковый термин может содержать в себе как заглавные. Так и прописные символы. Индекс базы данных строится с приведением слов к прописным символам.

Deep Or Purple

Словоформы

При необходимости нахождения документов, содержащих различные формы поискового слова (например, "аминокислота", "аминокислоты" и т.д.), сразу перед таким термином следует использовать служебный символ "#". В меню детального запроса имеется соответствующая возможность установить такой режим для всех слов запроса. Если перед термином поместить служебный символ "@", то будут найдены все однокоренные слова.

Витебский государственный технологический университет

@аминокислота and #цинк

Усечение слов

Возможно использование метасимволов "*" и "?" для обозначения произвольной части слова и произвольного символа слова. По умолчанию система ищет поисковые слова так, как их ввели, чтобы уменьшить "шум" в найденных документах..

De?p and Purp*

Весовые коэффициенты

Можно использовать "+" и "-" для увеличения/уменьшения весового значения любого слова. Возможно многократное использование данных символов.

-Deep and ++Purp*

Поиск в части документа

Для этого можно использовать специальные слова: $ALL, $URL, $Title, $Header, $Essence, $Address. Специальные слова начинаются с символа $.

$TITLE: beatles and $URL: online

Логические группы

Термины могут быть сгруппированы посредством использования символов "("and")". Возможна многократная вложенность скобок в сочетании с логическими операторами.

(Deep and Purp*) or Beatles

Язык документов

Можно определить, в каких документах искать с помощью служебных слов $RUSSIAN или $ENGLISH для русского и английского языков соответственно. Регистр слов не важен. По умолчанию считается, что следует производить поиск по всем документам.

$Russian: beatles

Сортировка результатов

Можно определить тип сортировки, отличный от обычной релевантности (соответствия запросу) результатов поиска служебными словами $YOUNG и $SOLD. В первом случае документы будут отсортированы так, что наверху будут показаны самые свежие документы, во втором - наоборот.

Вятский государственный технологический университет

$young: beatles

Расстояние между словами

При желании можно минимизировать расстояние между поисковыми терминами. Для этого используется служебное слово $NEAR, слово $RANDOM используется для отмены этого режима. Оба служебных слова можно использовать в запросе отдельно, но можно и вместе, если после комбинации слов необходимо отключить текущий режим оптимизации между словами.

$near: beatles Lennon

Все перечисленные выше правила могут быть использованы совместно друг с другом в необходимой вам последовательности. Следует отметить, что конкретная реализация построения запроса и поиск информации зависят от структуры поисковой машины. Поэтому для качественного построения запроса на конкретной поисковой машине желательно ознакомиться со справочником (Help), который всегда имеется на главной странице поисковой системы.

Витебский государственный технологический университет

Задания для самостоятельной работы ➡

1. Проверьте параметры Вашего сетевого подключения. Установите их в соответствии с указаниями преподавателя или системного администратора.
2. Запустите программу **Microsoft Internet Explorer**, выполнив двойной щелчок на значке Internet на рабочем столе или пользуясь меню кнопки **Пуск (Программы→Internet Explorer→Internet Explorer).**
3. Осуществите поиск информации на англоязычном поисковом сервере в соответствии с заданием преподавателя по вашей специальности. Используйте как простые, так и расширенные запросы на поиск. Предварительно ознакомьтесь со спецификой данной поисковой машины в разделе **Help**.
4. Осуществите поиск информации на русскоязычном поисковом сервере в соответствии с заданием преподавателя по вашей специальности. Используйте как простые, так и расширенные запросы на поиск. Предварительно ознакомьтесь со спецификой данной поисковой машины в разделе **Помощь**.
5. Перейдите на страницу информационно-поискового сервера «Весь Белорусский INTERNET» по адресу http://all.by и найдите информацию по Вашей специальности в предлагаемых разделах.
6. Создайте собственный каталог ссылок, используя раздел меню **Internet Explorer→Избранное**.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица П1. Показатели экономической деятельности предприятия легкой промышленности

	Y1	Y2	Y3	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
1	9,26	204,20	13,26	0,23	0,78	0,40	1,37	1,23	0,23	1,45	26006,00	167,69	47750,00	6,40	166,32	10,08	17,72
2	9,38	209,60	10,16	0,24	0,75	0,26	1,49	1,04	0,39	1,30	23935,00	186,10	50391,00	7,80	92,88	14,76	18,39
3	12,11	222,60	13,72	0,19	0,68	0,40	1,44	1,80	0,43	1,37	22589,00	220,45	43149,00	9,76	158,04	6,48	26,46
4	10,81	236,70	12,85	0,17	0,70	0,50	1,42	0,43	0,18	1,65	21220,00	169,30	41089,00	7,90	93,96	21,96	22,37
5	9,35	62,00	10,63	0,23	0,62	0,40	1,35	0,88	0,15	1,91	7394,00	39,53	14257,00	5,35	173,88	11,88	28,13
6	9,87	53,10	9,12	0,43	0,76	0,19	1,39	0,57	0,34	1,68	11586,00	40,41	22661,00	9,90	162,30	12,60	17,55
7	8,17	172,10	25,83	0,31	0,73	0,25	1,16	1,72	0,38	1,94	26609,00	102,96	52509,00	4,50	88,56	11,52	21,92
8	9,12	56,50	23,39	0,26	0,71	0,44	1,27	1,70	0,09	1,89	7801,00	37,02	14903,00	4,88	101,16	8,28	19,52
9	5,88	52,60	14,68	0,49	0,69	0,17	1,16	0,84	0,14	1,94	11587,00	45,74	25587,00	3,46	166,32	11,52	23,99
10	6,30	46,60	10,05	0,36	0,73	0,39	1,25	0,60	0,21	2,06	9475,00	40,07	16821,00	3,60	140,76	32,40	21,76
11	6,22	53,20	13,99	0,37	0,68	0,33	1,13	0,82	0,42	1,96	10811,00	45,44	19459,00	3,56	128,52	11,52	25,68
12	5,49	30,10	9,68	0,43	0,74	0,25	1,10	0,84	0,05	1,02	6371,00	41,08	12973,00	5,65	177,84	17,28	18,13
13	6,50	146,40	10,03	0,35	0,66	0,32	1,15	0,67	0,29	1,85	26761,00	136,14	50907,00	4,28	114,48	16,20	25,74
14	6,61	18,10	9,13	0,38	0,72	0,02	1,23	1,04	0,48	0,88	4210,00	42,39	6920,00	8,85	93,24	13,32	21,21
15	4,32	13,60	5,37	0,42	0,68	0,06	1,39	0,66	0,41	0,62	3557,00	37,39	5736,00	8,52	126,72	17,28	22,97
16	7,37	89,80	9,86	0,30	0,77	0,15	1,38	0,86	0,62	1,09	14148,00	101,78	26705,00	7,19	91,80	9,72	16,38
17	7,02	62,50	12,62	0,32	0,78	0,08	1,35	0,79	0,56	1,60	9872,00	47,55	20068,00	4,82	69,12	16,20	13,21
18	8,25	46,30	5,02	0,25	0,78	0,20	1,42	0,34	1,76	1,53	5975,00	32,61	11487,00	5,46	66,24	24,88	14,48
19	8,15	103,50	21,18	0,31	0,81	0,20	1,37	1,60	1,31	1,40	16662,00	103,25	32029,00	6,20	67,68	14,76	13,38
20	8,72	73,30	25,17	0,26	0,79	0,30	1,41	1,46	0,45	2,22	9166,00	38,95	18946,00	4,25	50,40	7,56	13,69
21	6,64	76,60	19,40	0,37	0,77	0,24	1,35	1,27	0,50	1,32	15118,00	81,32	28025,00	5,38	70,56	8,64	16,66
22	8,10	73,01	21,00	0,29	0,78	0,10	1,48	1,58	0,77	1,48	11429,00	67,26	20968,00	5,88	72,00	8,64	15,06
23	5,52	32,30	6,57	0,34	0,72	0,11	1,24	0,68	1,20	0,68	6462,00	59,92	11049,00	9,27	97,20	9,00	20,09
24	9,37	199,60	14,19	0,23	0,79	0,47	1,40	0,86	0,21	2,30	24628,00	107,34	45893,00	4,36	8028,00	14,76	15,98
25	13,17	598,10	15,81	0,17	0,77	0,53	1,45	1,98	0,25	1,37	49727,00	512,60	99400,00	10,31	51,48	10,08	18,27
26	6,67	71,20	5,23	0,29	0,80	0,34	1,40	0,33	0,15	1,51	11470,00	53,81	20719,00	4,69	105,12	14,76	14,42
27	5,68	90,80	7,99	0,41	0,71	0,20	1,28	0,45	0,66	1,43	19448,00	80,83	36813,00	4,16	128,52	10,44	22,76
28	5,22	82,10	17,50	0,41	0,79	0,24	1,33	0,74	0,74	1,82	18363,00	59,42	33956,00	3,13	94,68	14,76	15,41
29	10,02	76,20	17,16	0,22	0,76	0,54	1,22	0,03	0,32	2,62	9185,00	36,96	17016,00	4,02	85,32	20,52	19,35
30	8,16	119,5	14,54	0,29	0,78	0,4	1,28	0,99	0,89	1,75	17478	91,43	34873	5,23	76,32	14,4	16,83

Y1 – Производительность труда, млн. руб.
Y2 – Индекс снижения себестоимости продукции, %.
Y3 – Рентабельность, %.
X1 – Трудоёмкость единицы продукции, час.
X2 – Удельный вес рабочих в составе ППП.
X3 – Удельный вес комплектующих изделий.
X4 – Коэффициент сменности оборудования.
X5 – Премии и вознаграждения на одного рабочего, млн. руб.
X6 – Удельный вес потерь от брака в себестоимости продукции, %.
X7 – Фондоотдача, руб.
X8 – Среднесписочная численность ППП.
X9 – Среднегодовая стоимость ОПС, млрд. руб.
X10 – Фонд з/п ППП, млн. руб.
X11 – Фондовооруженность труда, млн. руб.
X12 – Оборачиваемость нормируемых оборотных средств.
X13 – Оборачиваемость ненормируемых оборотных средств.
X14 – Непроизводительные расходы.

Витебский государственный технологический университет

Таблица П2. Показатели уровня жизни по территориям регионов республики Беларусь за 200Хг

Номер региона	Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.	Среднедневная заработная плата, руб.
№	X	Y
1	1788	6000
2	1890	6000
3	2064	6600
4	2158	6600
5	2296	6800
6	2330	7500
7	2350	7420
8	2440	7580
9	2510	7550
10	2610	7785
11	2633	7855
12	2688	7700
13	2750	7963
14	3500	8500
15	3620	8560
16	3800	9100

Витебский государственный технологический университет

Математико-статистические таблицы

Таблица П3.1. Таблица значений F-критерия Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
1	161,5	199,5	215,7	224,6	230,2	233,9	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**

Учебно-методическое пособие

50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1

Таблица П3.2. Критические значения t-критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10, 0,05, 0,01 (двухсторонний)

Число степеней свободы d.f.	α			Число степеней свободы d.f.	α		
	00,10	0,05	0,01		00,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,5041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758

Витебский государственный технологический университет

ЛИТЕРАТУРА

1. Шарстнев, В. Компьютерные информационные технологии. Курс лекций : пособие / В.Л. Шарстнев.– Витебск: УО «ВГТУ», 2006. – 350 с.
2. Шарстнев, В. Компьютерные информационные технологии. Пакеты прикладных программ для моделирования и анализа задач экономики : пособие / В.Л. Шарстнев, Е.Ю. Вардомацкая – Витебск: УО «ВГТУ», 2007. – 138 с.
3. Вардомацкая, Е. Информатика. В двух частях. Часть I.: учебное пособие / Е.Ю. Вардомацкая, Т.Н. Окишева. – Витебск: УО «ВГТУ», 2007. – 220 с.
4. Вардомацкая, Е. Информатика. В двух частях. Часть II. Excel : учебное пособие / Е.Ю. Вардомацкая, Т.Н. Окишева. – Витебск: УО «ВГТУ», 2007. – 237 с.
5. Дьяконов, В. Maple 6 : учебный курс / В. Дьяконов. – Санкт-Петербург : Питер, 2002. – 672 с. : ил.
6. Музычина, Т. Использование пакета прикладных программ «Статистика» : Лабораторный практикум / Т.М. Музычина, С.А.Поттосина. – Мн.: БГЭУ, 2004. – 71 с.
7. Федотов, В. Нейронные сети в MS Excel : Методические указания к практическим занятиям и лабораторным работам / Сост. В.Х. Федотов. – Чувашский университет, Чебоксары, 2004. – 72 с.
8. Похабов, В. Экономико-математические методы и модели : практикум / В.И. Похабов. – Мн.: БНТУ, 2003. – 130 с.
9. Шарстнев, В. Методические указания к лабораторным работам по курсу «Компьютерные информационные технологии» / Сост. В.Л. Шарстнев, Е.Ю. Вардомацкая – Витебск: УО «ВГТУ», 2001. – 23 с.
10. Intranet – ресурс. Электронные учебные пособия кафедры «Информатика» УО ВГТУ. http://192.168.40.69
11. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2003. – 576 с.
12. Мур Дж., Уэдерфорд Л. Экономическое моделирование в Microsoft Excel, 6-е изд.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2004. – 1024 с.
13. Имитационное моделирование экономических процессов. Учебное пособие для слушателей программы eMBI. / Н.Н. Лычкина.- Академия АйТи, 2005.- 164 с.
14. Экономико–математические методы и модели. Компьютерные технологии решения: Учебн. пособие / И.Л. Акулич, Е.И. Велесько, П. Ройш, В.Ф. Стрельчонок. – Мн.: БГЭУ, 2003. – 348с.
15. Пташинский О.Г. Internet, Мн.: БГЭУ, 2000.
16. Информатика для юристов и экономистов: Учебник для вузов / Под ред. С.В. Симоновича. – СПб: Питер, 2006.
17. Ляхевич А.Г. Методический комплекс по дисциплине "Компьютерные информационные технологии". Мн.: БНТУ, 2003.

Витебский государственный технологический университет

Учебное издание

Шарстнев Владимир Леонидович,
Вардомацкая Елена Юрьевна

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Библиотека ВГТУ
0 0 0 2 4 5 5 1

Редактор Е.Е.Казаков
Технический редактор Е.П. Андрушкевич
Корректор И.П.Лабусова
Компьютерная верстка И.В. Соколов

Подписано к печати 08.01.08 . Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная №1. Гарнитура «Таймс». Усл.-печ. листов 10,6. Уч.-издат. листов 12,9. Тираж 253 экз. Зак. № 4

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет» 210035, г. Витебск, Московский пр-т, 72.

Отпечатано на ризографе учреждения образования «Витебский государственный технологический университет»
Лицензия №02330/0133005 от 1 апреля 2004 г.

Витебский государственный технологический университет