

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к практическим занятиям для студентов специальности 1-40 01 02-01
«Информационные системы и технологии (в проектировании и
производстве)»**

ВИТЕБСК
2015

УДК 621.3(07)

Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям для студентов специальности 1-40 01 02-01 «Информационные системы и технологии (в проектировании и производстве)»

Витебск: Министерство образования Республики Беларусь, УО «ВГТУ», 2014.

Составители: доц. Ильющенко А.В.,
ст. преп. Куксевич В.Ф.,
ст. преп. Клименкова С.А.

Методические указания содержат теоретический материал, необходимый для анализа цепей постоянного, однофазного и трехфазного переменного токов, расчета параметров трансформаторов и двигателей переменного и постоянного токов. Предложенные для практических занятий задачи соответствуют основным разделам дисциплины «Теоретические основы электротехники».

Одобрено кафедрой «Автоматизация технологических процессов и производств» УО «ВГТУ» 29.08.2014, протокол № 1.

Рецензент: доц. Попов Ю.В.
Редактор: доц. Новиков Ю.В.

Рекомендовано к опубликованию редакционно-издательским советом УО «ВГТУ» 27 ноября протокол № 8.

Ответственный за выпуск: Букин Ю.А.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»

Подписано к печати 10.04.15. Формат 60x90 1/16. Уч.-изд. лист. 3,6.

Печать ризографическая. Тираж 60 экз. Заказ № 126.

Отпечатано на ризографе учреждения образования «Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя-изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/172 от 12.02.2014 г.

210035, г. Витебск, Московский пр-т, 72.

Содержание

Введение	4
Тема 1. Расчет параметров простейших электрических цепей постоянного тока	5
Тема 2. Расчет параметров сложных электрических цепей постоянного тока	9
Тема 3. Расчет параметров простейших электрических цепей однофазного переменного тока	18
Тема 4. Расчет параметров электрических цепей однофазного переменного тока с помощью комплексных чисел	23
Тема 5. Расчет параметров электрических цепей трехфазного переменного тока	30
Тема 6. Расчет параметров трансформаторов	42
Тема 7. Расчет параметров асинхронных двигателей	48
Тема 8. Расчет параметров двигателей постоянного тока	54
Литература	59

Введение

Методические указания предназначены для студентов специальности 1-40 01 02-01 «Информационные системы и технологии (в проектировании и производстве)» при выполнении практических занятий по дисциплине «Теоретические основы электротехники».

Целью изучения дисциплины является формирование у студентов знаний и умений анализа и синтеза электрических цепей постоянного и переменного токов, переходных процессов, устройства и физических процессов, проходящих в различных электротехнических устройствах.

В результате изучения дисциплины студент должен знать:

- основные теоретические формулы, устанавливающие связь между электротехническими величинами;
- физические процессы, происходящие в электрических цепях постоянного и переменного токов;
- расчет цепей переменного тока с применением комплексных чисел;
- процессы, возникающие в цепях при коммутациях и их теоретический анализ;
- физические основы работы электрических фильтров;
- физические основы работы различных электротехнических устройств и машин, их характеристики и параметры.

Студент должен уметь:

- использовать методы расчета простых и сложных электрических цепей постоянного и переменного токов;
- работать с электроизмерительными приборами и оборудованием;
- исследовать экспериментально характеристики и параметры различных электрических цепей и машин;
- анализировать полученные результаты.

Изучение теоретических основ электротехники базируется в основном на учебном материале следующих дисциплин: «Высшая математика» (линейная алгебра, дифференциальное и интегральное исчисление, теория функций комплексного переменного), «Физика» (разделы электричество и магнетизм), «Вычислительная техника».

Изучение дисциплины предусматривает использование компьютерной техники при проведении практических занятий и самостоятельном решении задач.

Материал дисциплины «Теоретические основы электротехники» используется при изучении различных дисциплин: «Электронные приборы», «Технические устройства автоматизации», «Метрология, методы и приборы технических измерений».

Тема 1. Расчет параметров простейших электрических цепей постоянного тока

Теоретические сведения

Анализ простейших электрических цепей постоянного тока проводится с использованием законов Ома и Кирхгофа, а также других соотношений для нахождения действующих в данных цепях параметров.

Закон Ома для участка цепи устанавливает связь между током, протекающим в неразветвленном участке цепи, и напряжением, приложенным к данному участку:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Закон Ома для полной цепи устанавливает связь между общим током цепи и ЭДС источника электроэнергии:

$$I = \frac{E}{r + R},$$

где r – внутреннее сопротивление источника, R – сопротивление внешней части цепи.

Первый закон Кирхгофа формулируется для узлов цепи: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю. При этом токи, втекающие в узел, условно считаются положительными, вытекающие из узла – отрицательными.

$$\sum I_k = 0.$$

Второй закон Кирхгофа формулируется для контуров цепи: алгебраическая сумма ЭДС, действующих в контуре, равна алгебраической сумме падений напряжений на элементах данного контура.

$$\sum E_m = \sum I_n R_n.$$

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа выбирают направление обхода контура. При этом если направление ЭДС совпадает с направлением обхода контура, то данная ЭДС входит в уравнение со знаком «+», если не совпадает – со знаком «-». Если направление тока в элементе совпадает с направлением обхода, то падение напряжения на элементе IR входит в уравнение со знаком «+», если не совпадает – со знаком «-».

Общее сопротивление последовательно соединенных элементов:

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

Общее сопротивление параллельно соединенных элементов:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Мощность, подводимая к элементу:

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Задачи для практических занятий

Задача 1.1. ЭДС источника питания $E = 20 \text{ В}$, сопротивление нагрузки $R_n = 18 \text{ Ом}$, внутреннее сопротивление источника $r = 2 \text{ Ом}$. Определить величины тока и напряжения на нагрузке.

Решение: Согласно закону Ома для полной цепи сила тока в цепи:

$$I = \frac{E}{r + R} = \frac{20}{2 + 18} = 1 \text{ А}.$$

Напряжение на нагрузке определяют с помощью закона Ома для участка цепи:

$$U_n = IR_n = 1 \cdot 18 = 18 \text{ В}.$$

Задача 1.2. Определить токи во всех ветвях цепи, показанной на рисунке 1.1, если напряжение на входе цепи $U = 100 \text{ В}$, сопротивления элементов $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 20 \text{ Ом}$.

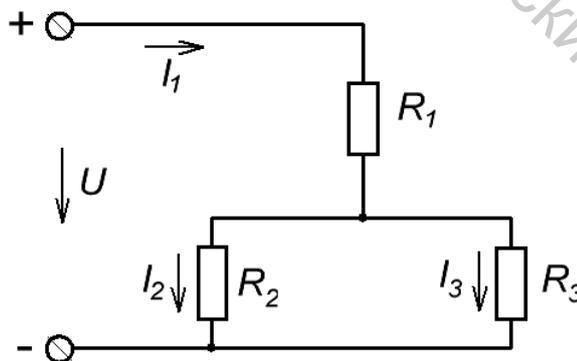


Рисунок 1.1 – Схема электрической цепи для задачи 1.2

Решение: Так как резисторы R_2 и R_3 соединены параллельно, сопротивление на данном участке

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10 \text{ Ом}.$$

Общее сопротивление цепи

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_{23} = 10 + 10 = 20 \text{ Ом}.$$

С помощью закона Ома для участка цепи определяют:

- ток в неразветвленной части цепи

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{общ}}} = \frac{100}{20} = 5 \text{ А},$$

- напряжение на участке с параллельным соединением элементов

$$U_{23} = IR_{23} = 5 \cdot 10 = 50 \text{ В},$$

- токи I_2 и I_3

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ А}.$$

Задача 1.3. Три одинаковые лампы, рассчитанные на $U_{\text{л}} = 6 \text{ В}$ и $I_{\text{л}} = 0,2 \text{ А}$, подключены параллельно к источнику с напряжением $U = 6 \text{ В}$. Как изменится потребляемая цепью мощность, если последовательно с одной из ламп включить еще одну такую же?

Задача 1.4. Ток I_2 электрической цепи, показанной на рисунке 1.2, равен 4 А , мощность P_3 в резисторе $R_3 = 5 \text{ Ом}$ равна 20 Вт . Определить напряжение, подводимое к цепи, если сопротивление R_1 в два раза больше суммы R_2 и R_3 .

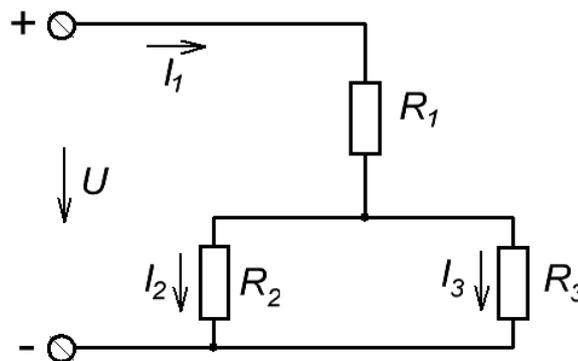


Рисунок 1.2 – Схема электрической цепи для задачи 1.4

Задача 1.5. Напряжение, подводимое к цепи, показанной на рисунке 1.3, равно 10 В . Сопротивления элементов $R_1 = 3\text{ Ом}$, $R_2 = 5\text{ Ом}$, $R_3 = 10\text{ Ом}$. Как изменится мощность, потребляемая цепью, если сопротивление R_2 уменьшить до 2 Ом ?

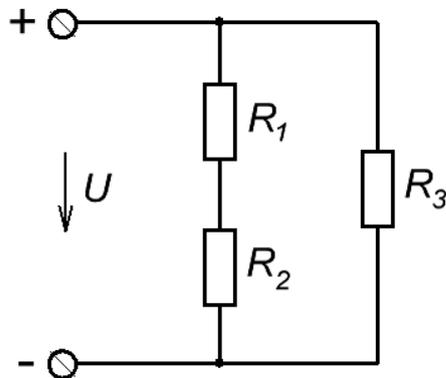


Рисунок 1.3 – Схема электрической цепи для задачи 1.5

Задача 1.6. Две лампы, рассчитанные на одно и то же напряжение $U_{\text{л}} = 15\text{ В}$, но на разные токи $I_1 = 0,3\text{ А}$ и $I_2 = 0,5\text{ А}$, подключены к источнику с напряжением $U = 20\text{ В}$. Какую мощность будет потреблять каждая из ламп при их последовательном соединении?

Задача 1.7. ЭДС источника простейшей электрической цепи $E = 8\text{ В}$. При подключении нагрузки $R_{\text{н}} = 15\text{ Ом}$ напряжение $U_{\text{н}}$ равно $7,5\text{ В}$. Определить сопротивление проводов линии $R_{\text{л}}$, если внутреннее сопротивление источника $r_0 = 0,6\text{ Ом}$.

Задача 1.8. В цепи из трех последовательно соединенных сопротивлений при напряжении на зажимах $U = 24\text{ В}$ проходит ток $I = 2\text{ А}$. При параллельном соединении тех же сопротивлений и при том же напряжении на зажимах токи в ветвях с R_2 и R_3 равны 4 и 8 А соответственно. Определить значения данных сопротивлений.

Задача 1.9. Определить внутреннее сопротивление источника ЭДС, если при токе нагрузки 5 А вольтметр показывал 100 В , а при токе 10 А – 98 В .

Задача 1.10. К цепи подключено n последовательно соединенных резисторов одинакового сопротивления. При переключении их на параллельное соединение общее сопротивление цепи уменьшилось с 1560 до $97,5\text{ Ом}$. Определить количество резисторов.

Задача 1.11. К двум последовательно включенным лампам накаливания мощностью $P_1 = 100\text{ Вт}$ и $P_2 = 50\text{ Вт}$ с номинальным напряжением 110 В

подведено напряжение 220 В . Определить напряжения на лампах и мощность, потребляемую каждой лампой.

Задача 1.12. Ток $I = 15\text{ А}$ распределяется по трем параллельным ветвям с сопротивлениями $R_1 = 3\text{ Ом}$, $R_2 = 10\text{ Ом}$ и $R_3 = 15\text{ Ом}$. Определить силу тока в каждой из параллельных ветвей и напряжение на зажимах цепи.

Задача 1.13. В параллельную цепь включены три резистора: $R_1 = 10\text{ Ом}$, $R_2 = 60\text{ Ом}$ и $R_3 = 20\text{ Ом}$. Определить ЭДС источника с внутренним сопротивлением $r_0 = 0,4\text{ Ом}$, силу тока в каждом из резисторов, если падение напряжения на резисторе R_1 равно 90 В .

Задача 1.14. Проволоку, имеющую сопротивление 200 Ом , разрезали на равные части. Когда эти части соединили параллельно, получилось сопротивление 2 Ом . На сколько частей разрезали проволоку?

Тема 2. Расчет параметров сложных электрических цепей постоянного тока

Теоретические сведения

К сложным цепям относят электрические цепи, содержащие несколько ветвей, с активными и пассивными элементами, каждая из которых имеет некоторое сопротивление и в которой протекает некоторый ток. Расчет таких цепей сводится к нахождению токов, напряжений и мощностей составляющих их участков по заданным значениям ЭДС и сопротивлений элементов. Существует несколько методов расчета сложных электрических цепей: метод непосредственного применения законов Кирхгофа, метод контурных токов, метод наложения, метод напряжения между двумя узлами, метод эквивалентного генератора.

Из всех методов универсальным является метод непосредственного применения законов Кирхгофа. При его использовании применяют следующий порядок расчета.

По возможности, упростив расчетную схему, указывают на ней известные направления ЭДС и произвольно положительные направления токов в ветвях. Если цепь содержит m ветвей и n узлов, то для нахождения токов необходимо составить систему из m уравнений. По первому закону Кирхгофа составляется $n - 1$ уравнение. Остальные $m - (n - 1)$ уравнений составляются по второму закону Кирхгофа. Решив полученную систему уравнений, определяют искомые токи в ветвях. Если в результате решения какие-то токи получились отрицательными, это означает, что их истинное направление противоположно выбранному.

Метод контурных токов условно разделяет цепь на независимые контуры. Независимым называется контур, содержащий хотя бы одну ветвь, не входящую в остальные контуры. Считается, что в каждом таком контуре протекает какой-то свой контурный ток. Составляется система уравнений по второму закону Кирхгофа, число которых равно числу независимых контуров, и рассчитываются контурные токи. Истинный ток ветви, принадлежащей только одному независимому контуру, равен контурному току данного контура. Истинный ток ветви, являющейся общей для двух независимых контуров, равен алгебраической сумме контурных токов смежных контуров.

Метод напряжения между двумя узлами используется, если цепь состоит из соединенных параллельно активных и пассивных ветвей. Рассчитав напряжение U между узлами:

$$U = \frac{\sum E_k g_k}{\sum g_m}$$

и используя законы Кирхгофа, определяют токи ветвей.

Проверкой правильности решения любым методом является расчет баланса мощностей:

$$\sum E_i I_i = \sum I_k^2 R_k .$$

Т.е. мощность, развиваемая источниками, должна быть равна мощности, потребляемой всеми нагрузками. При этом необходимо учесть, что если в ветви направления ЭДС и тока совпадают, то произведение EI входит в уравнение со знаком «+», если не совпадают – со знаком «-».

Задачи для практических занятий

Задача 2.1. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 2.1, с параметрами $E_1 = 12 \text{ В}$, $E_2 = 36 \text{ В}$, $E_3 = 12 \text{ В}$, $r_{02} = 0,4 \text{ Ом}$, $r_{03} = 1,2 \text{ Ом}$, $R_1 = 3,5 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$, $R_4 = 5 \text{ Ом}$, $R_5 = 6 \text{ Ом}$, $R_6 = 9 \text{ Ом}$ составить систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму законам Кирхгофа; определить токи во всех ветвях методом контурных токов; преобразовав треугольник резисторов в эквивалентную звезду, произвести расчет токов методом напряжения между двумя узлами; определить показание вольтметра и составить баланс мощностей.

Решение: 1. Данная цепь содержит 6 ветвей ($m = 6$) и 4 узла ($n = 4$). Произвольно указывают направления токов во всех ветвях и составляют систему из m уравнений по первому и второму законам Кирхгофа. По первому закону Кирхгофа составляют ($n - 1 = 3$) уравнения, оставшиеся ($m - (n - 1) = 3$) уравнения составляют по второму закону Кирхгофа, выбрав произвольно положительные направления обхода каждого контура, (например, против часовой стрелки).

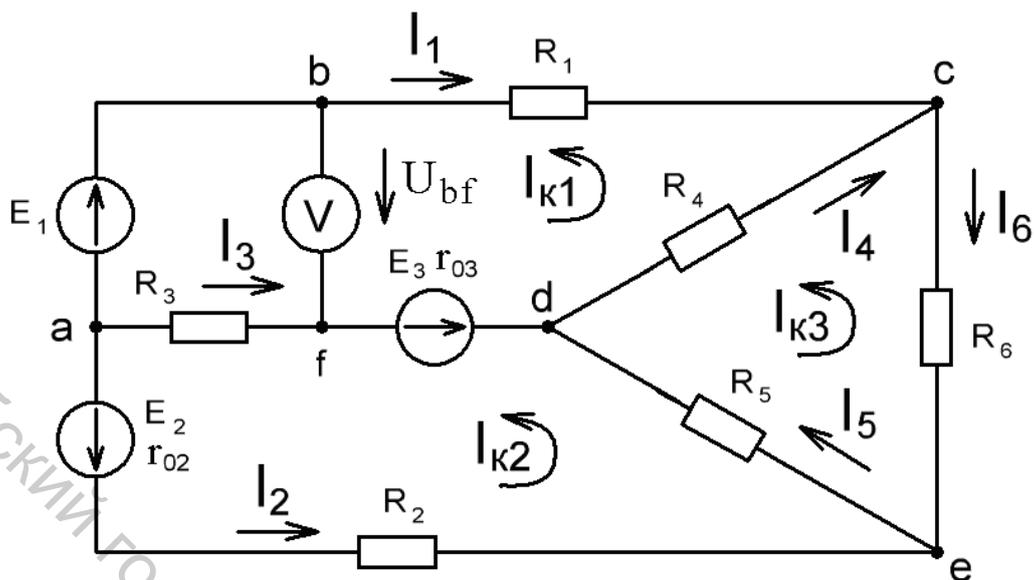


Рисунок 2.1 – Схема электрической цепи для задачи 2.1

$$\begin{cases}
 I_1 + I_2 + I_3 = 0 & (\text{узел } a) \\
 I_1 + I_4 - I_6 = 0 & (\text{узел } c) \\
 I_3 + I_5 - I_4 = 0 & (\text{узел } d) \\
 E_3 - E_1 = I_3(R_3 + r_{03}) + I_4 R_4 - I_1 R_1 & (\text{контур } adca) \\
 E_2 - E_3 = I_2(R_2 + r_{02}) + I_5 R_5 - I_3(R_3 + r_{03}) & (\text{контур } aeda) \\
 0 = -I_5 R_5 - I_6 R_6 - I_4 R_4 & (\text{контур } decd)
 \end{cases}$$

2. Определяют все токи, используя метод контурных токов. Выбирают произвольно положительные направления контурных токов (например, против часовой стрелки). Так как схема цепи содержит 3 независимых контура, составляют 3 уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{cases}
 E_3 - E_1 = I_{k1}(R_1 + R_3 + R_4 + r_{03}) - I_{k2}(R_3 + r_{03}) - I_{k3}R_4 \\
 E_2 - E_3 = -I_{k1}(R_3 + r_{03}) + I_{k2}(R_3 + R_2 + R_5 + r_{02} + r_{03}) - I_{k3}R_5 \\
 0 = -I_{k1}R_4 - I_{k2}R_5 + I_{k3}(R_4 + R_5 + R_6)
 \end{cases}$$

Подставляют в систему исходные данные:

$$\begin{cases}
 12 - 12 = I_{k1}(3,5 + 1 + 5 + 1,2) - I_{k2}(1 + 1,2) - I_{k3}5 \\
 36 - 12 = -I_{k1}(1 + 1,2) + I_{k2}(1 + 5 + 6 + 0,4 + 1,2) - I_{k3}6 \\
 0 = -I_{k1}5 - I_{k2}6 + I_{k3}(5 + 6 + 9)
 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = I_{k1} 10,7 - I_{k2} 2,2 - I_{k3} 5 \\ 24 = -I_{k1} 2,2 + I_{k2} 13,6 - I_{k3} 6 \\ 0 = -I_{k1} 5 - I_{k2} 6 + I_{k3} 20 \end{cases}$$

Решают систему, рассчитав определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10,7 & -2,2 & -5 \\ -2,2 & 13,6 & -6 \\ -5 & -6 & 20 \end{vmatrix} = 1956,4$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -2,2 & -5 \\ 24 & 13,6 & -6 \\ 0 & -6 & 20 \end{vmatrix} = 1776$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10,7 & 0 & -5 \\ -2,2 & 24 & -6 \\ -5 & 0 & 20 \end{vmatrix} = 4536$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 10,7 & -2,2 & 0 \\ -2,2 & 13,6 & 24 \\ -5 & -6 & 0 \end{vmatrix} = 1804,8$$

Тогда $I_{k1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0,908 \text{ A}$; $I_{k2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 2,319 \text{ A}$; $I_{k3} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0,923 \text{ A}$.

Определяют токи в ветвях схемы:

$$I_1 = -I_{k1} = -0,908 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{k2} = 2,319 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{k1} - I_{k2} = 0,908 - 2,319 = -1,411 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{k1} - I_{k3} = 0,908 - 0,923 = -0,015 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{k2} - I_{k3} = 2,319 - 0,923 = 1,396 \text{ A};$$

$$I_6 = -I_{k3} = -0,923 \text{ A}.$$

Так как значения токов I_1 , I_3 , I_4 и I_6 получились отрицательными, это означает, что их истинные направления противоположны выбранным.

3. Производят расчет токов методом напряжения между двумя узлами. Предварительно преобразуют треугольник сопротивлений R_4 , R_5 , R_6 эквивалентной звездой с сопротивлениями:

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{5 \cdot 6}{5 + 6 + 9} = 1,5 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{6 \cdot 9}{5 + 6 + 9} = 2,7 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{5 \cdot 9}{5 + 6 + 9} = 2,25 \text{ Ом}.$$

При этом схема цепи имеет вид (рис. 2.2).

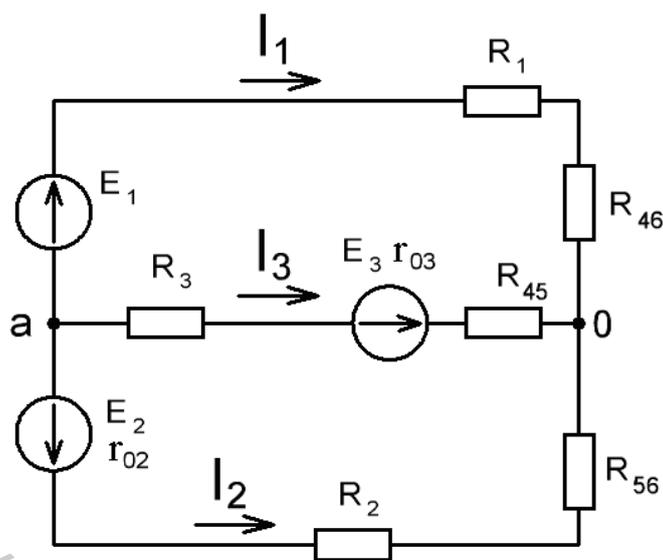


Рисунок 2.2 – Схема электрической цепи для задачи 2.1 после преобразования

Упрощают схему, заменив участки цепи с последовательным соединением резисторов на эквивалентные:

$$R'_1 = R_1 + R_{46} = 3,5 + 2,25 = 5,75 \text{ Ом};$$

$$R'_2 = R_2 + r_{02} + R_{56} = 5 + 0,4 + 2,7 = 8,1 \text{ Ом};$$

$$R'_3 = R_3 + r_{03} + R_{45} = 1 + 1,2 + 1,5 = 3,7 \text{ Ом}.$$

При этом схема имеет вид (рис. 2.3).

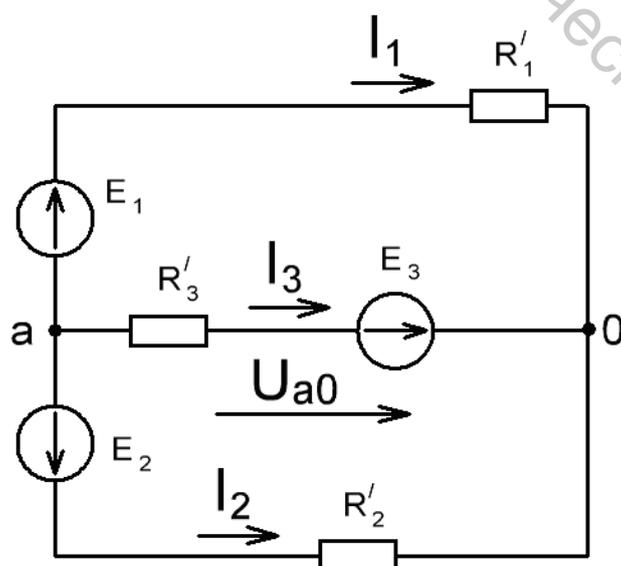


Рисунок 2.3 – Упрощенная схема электрической цепи для задачи 2.1

Так как данная схема состоит из 3 параллельных ветвей, составляют 3 уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$E_1 = I_1 R_1' - U_{a0},$$

$$E_2 = I_2 R_2' - U_{a0},$$

$$E_3 = I_3 R_3' - U_{a0}.$$

Выражают из этих уравнений неизвестные токи:

$$I_1 = \frac{E_1 + U_{a0}}{R_1'},$$

$$I_2 = \frac{E_2 + U_{a0}}{R_2'},$$

$$I_3 = \frac{E_3 + U_{a0}}{R_3'}.$$

Составляют уравнение по первому закону Кирхгофа для одного из узлов цепи (рис. 2.3):

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Подставляют в данное уравнение выражения неизвестных токов:

$$\frac{E_1 + U_{a0}}{R_1'} + \frac{E_2 + U_{a0}}{R_2'} + \frac{E_3 + U_{a0}}{R_3'} = 0$$

и рассчитывают величину узлового напряжения:

$$U_{a0} = \frac{-E_1 \cdot \frac{1}{R_1'} - E_2 \cdot \frac{1}{R_2'} - E_3 \cdot \frac{1}{R_3'}}{\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2'} + \frac{1}{R_3'}} = \frac{-12 \cdot \frac{1}{5,75} - 36 \cdot \frac{1}{8,1} - 12 \cdot \frac{1}{3,7}}{\frac{1}{5,75} + \frac{1}{8,1} + \frac{1}{3,7}} = -17,22 \text{ В.}$$

Токи в ветвях определяют из ранее записанных уравнений с учетом рассчитанного значения U_{a0} :

$$I_1 = \frac{E_1 + U_{a0}}{R_1'} = \frac{12 - 17,22}{5,75} = -0,908 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{E_2 + U_{a0}}{R_2'} = \frac{36 - 17.22}{8.1} = 2.319 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{E_3 + U_{a0}}{R_3'} = \frac{12 - 17.22}{3.7} = -1.411 \text{ A}.$$

Ток I_5 определяют из второго закона Кирхгофа:

$$I_5 = \frac{E_2 - E_3 - I_2(R_2 + r_{02}) + I_3(R_3 + r_{03})}{R_5} =$$

$$= \frac{36 - 12 - 2.319 \cdot (5 + 0.4) + (-1.411) \cdot (1 + 1.2)}{6} = 1.396 \text{ A}.$$

Токи I_4, I_6 определяют по первому закону Кирхгофа:

$$I_4 = I_5 + I_3 = 1.396 + (-1.411) = -0.015 \text{ A};$$

$$I_6 = I_1 + I_4 = (-0.908) + (-0.015) = -0.923 \text{ A}.$$

4. Определяют показания вольтметра в схеме (рис. 2.1). По второму закону Кирхгофа

$$U_{bf} = E_1 + I_3 R_3 = 12 + (-1.411) \cdot 1 = 10.589 \text{ В}.$$

5. Составляют баланс мощности для схемы (рис. 2.1).

Мощность, потребляемая нагрузками цепи:

$$P_H = I_1^2 R_1 + I_2^2 (R_2 + r_{02}) + I_3^2 (R_3 + r_{03}) + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 =$$

$$= (-0.908)^2 \cdot 3.5 + 2.319^2 \cdot (5 + 0.4) + (-1.411)^2 \cdot (1 + 1.2) + (-0.015)^2 \cdot 5 +$$

$$+ 1.396^2 \cdot 6 + (-0.923)^2 \cdot 9 = 55.667 \text{ Вт}.$$

Мощность, отдаваемая источниками в цепь:

$$P_{II} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = 12 \cdot (-0.908) + 36 \cdot 2.319 + 12 \cdot (-1.411) = 55.656 \text{ Вт}$$

Таким образом $P_{II} \approx P_H$, что соответствует правильности расчета токов схемы.

Задача 2.2. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 2.4, с параметрами $E_1 = 24 \text{ В}$, $E_2 = 9 \text{ В}$, $E_3 = 36 \text{ В}$, $r_{02} = 0.5 \text{ Ом}$, $r_{03} = 1.4 \text{ Ом}$, $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, $R_5 = 8 \text{ Ом}$, $R_6 = 14 \text{ Ом}$ составить

систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму законам Кирхгофа; определить токи во всех ветвях методом контурных токов; преобразовав треугольник резисторов в эквивалентную звезду, произвести расчет токов методом напряжения между двумя узлами; определить показание вольтметра и составить баланс мощностей.

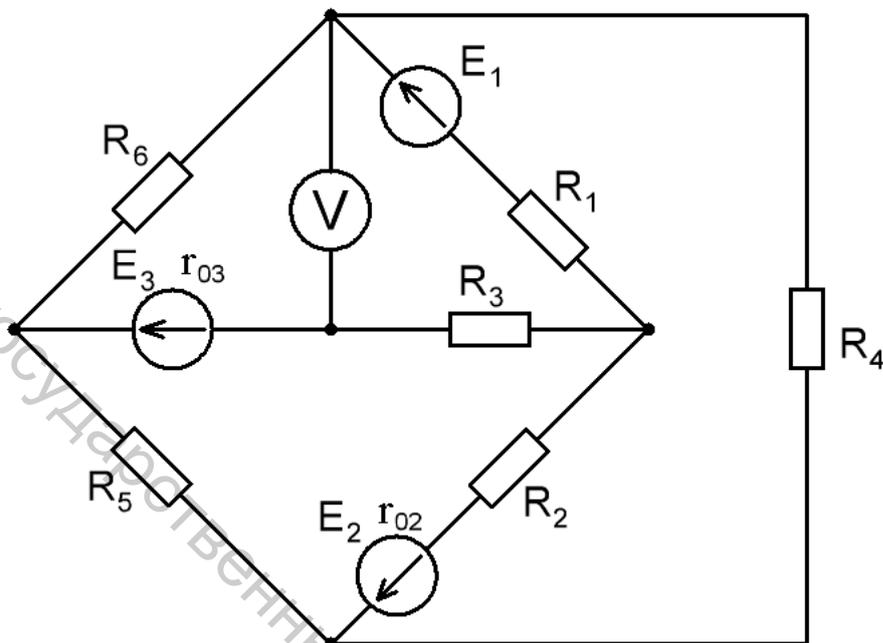


Рисунок 2.4 – Схема электрической цепи для задачи 2.2

Задача 2.3. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 2.5, с параметрами $E_1 = 10 \text{ В}$, $E_2 = 15 \text{ В}$, $E_3 = 24 \text{ В}$, $r_{01} = 0,8 \text{ Ом}$, $r_{02} = 0,4 \text{ Ом}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, $R_5 = 3 \text{ Ом}$, $R_6 = 8 \text{ Ом}$ составить систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму законам Кирхгофа; определить токи во всех ветвях методом контурных токов; преобразовав треугольник резисторов в эквивалентную звезду, произвести расчет токов методом напряжения между двумя узлами; определить показание вольтметра и составить баланс мощностей.

Задача 2.4. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 2.6, с параметрами $E_1 = 30 \text{ В}$, $E_2 = 15 \text{ В}$, $E_3 = 9 \text{ В}$, $r_{01} = 1,5 \text{ Ом}$, $r_{03} = 0,5 \text{ Ом}$, $R_1 = 15 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $R_4 = 16 \text{ Ом}$, $R_5 = 20 \text{ Ом}$, $R_6 = 15 \text{ Ом}$ составить систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму законам Кирхгофа; определить токи во всех ветвях методом контурных токов; преобразовав треугольник резисторов в эквивалентную звезду, произвести расчет токов методом напряжения между двумя узлами; определить показание вольтметра и составить баланс мощностей.

Витебский государственный технологический университет

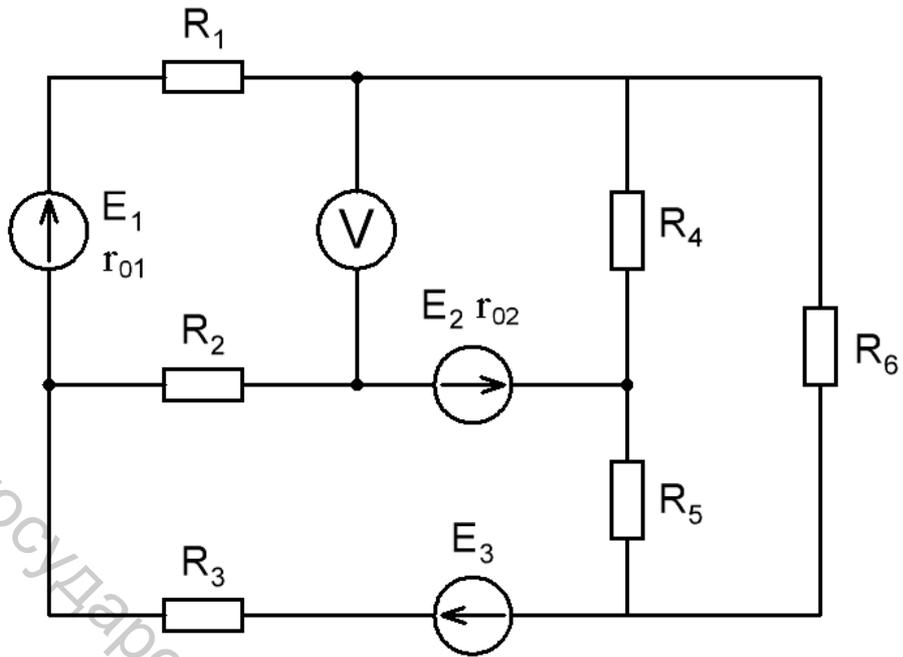


Рисунок 2.5 – Схема электрической цепи для задачи 2.3

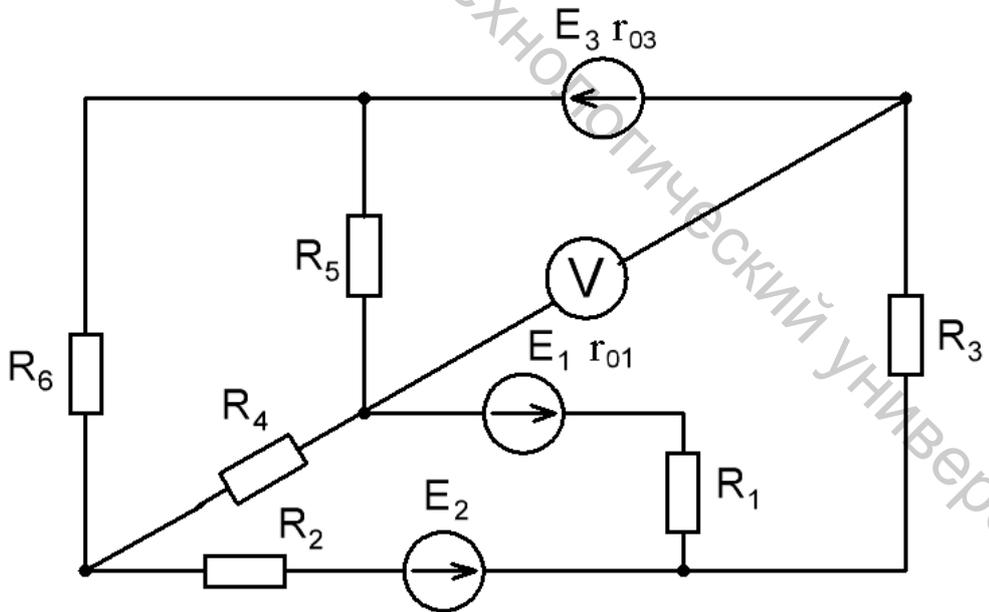


Рисунок 2.6 – Схема электрической цепи для задачи 2.4

Тема 3. Расчет параметров простейших электрических цепей однофазного переменного тока

Теоретические сведения

Переменными называются токи, величина и направление которых изменяются во времени $i = f(t)$. Значение переменного тока в любой, произвольно взятый момент времени называется мгновенным. Обозначение мгновенных значений электротехнических величин: ЭДС – e ; напряжения – u , тока – i , мощности – p . Для мгновенных значений справедливы законы Ома и Кирхгофа:

$$i = \frac{u}{r}; \quad \sum i = 0; \quad \sum e = \sum ir.$$

Наибольшее распространение в практике получил переменный ток, изменяющийся по синусоидальному закону:

$$i = I_m \sin(\omega t \pm \psi_i),$$

где I_m – амплитудное (максимальное) значение тока; ω – угловая частота тока, $\omega = 2\pi f$; f – частота тока; ψ_i – начальная фаза тока.

Аналогично записываются выражения мгновенных значений напряжения и ЭДС:

$$u = U_m \sin(\omega t \pm \psi_u), \\ e = E_m \sin(\omega t \pm \psi_e).$$

Действующие значения синусоидальных величин (показываемые большинством электроизмерительных приборов):

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Если в цепь последовательно включены R , L , C , то полное сопротивление этой цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

где R – активное сопротивление; X_L – реактивное индуктивное сопротивление; X_C – реактивное емкостное сопротивление; X – реактивное сопротивление.

Тогда закон Ома для цепи переменного тока

$$I = \frac{U}{Z}.$$

При включении в цепь реактивных элементов между напряжениями и токами возникает сдвиг фаз, что иллюстрируется векторными диаграммами.

Угол сдвига фаз векторов напряжения и тока (разность их начальных фаз):

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{X}{R}.$$

В случае присутствия в цепи только резистора с активным сопротивлением значение данного угла $\varphi = 0^\circ$, только идеальной катушки индуктивности – $\varphi = 90^\circ$, только идеального конденсатора – $\varphi = -90^\circ$.

Полная мощность всей цепи или участка определяется выражением

$$S = IU = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 Z$$

и измеряется в [ВА].

Активная мощность всей цепи или участка:

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R$$

измеряется в [Вт].

Реактивная мощность всей цепи или участка:

$$Q = UI \sin \varphi = Q_L - Q_C = I^2 X$$

измеряется в [ВАр].

Коэффициент мощности определяется выражением

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{R}{Z}.$$

Задачи для практических занятий

Задача 3.1. К индуктивному сопротивлению $X_L = 5 \text{ Ом}$ приложено напряжение $u = 10 \sin(314t - 20^\circ), \text{ В}$. Записать выражение мгновенного значения тока в цепи, построить векторную диаграмму.

Решение: Мгновенное значение тока в цепи определяется выражением

$$i = I_m \sin(\omega t \pm \psi_i).$$

Так как изменения частоты реакции цепи относительно частоты входного воздействия в линейных цепях не происходит, то значение ω остается прежним $\omega = 314 \text{ рад/с}$.

Амплитудное значение тока I_m определяется по закону Ома:

$$I_m = \frac{U}{|X|} = \frac{U}{|X_L - X_C|} = \frac{U}{|X_L|} = \frac{10}{|5|} = 2 \text{ A}.$$

Так как угол сдвига фаз векторов напряжения и тока в цепи с идеальной катушкой индуктивности $\varphi = 90^\circ$, то начальная фаза тока:

$$\psi_i = \psi_u - \varphi = -20 - 90 = -110^\circ.$$

Таким образом,

$$i = 2 \sin(314t - 110^\circ), \text{ A}.$$

Векторная диаграмма изображена на рисунке 3.1.

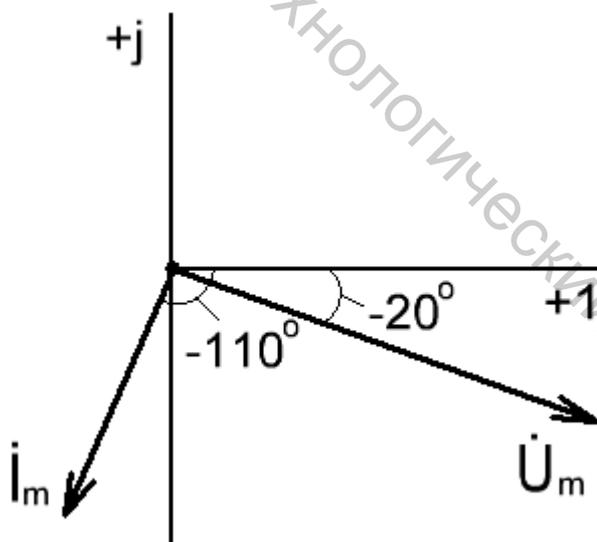


Рисунок 3.1 – Векторная диаграмма для задачи 3.1

Задача 3.2. Начальная фаза напряжения $U = 120 \text{ В}$ равна 0 . Сдвиг по фазе между этим напряжением и током $I = 2,5 \text{ А}$ составляет $\varphi = -60^\circ$. Записать в общем виде выражения мгновенных значений этих величин и построить векторную диаграмму.

Задача 3.3. К электрической цепи подведено напряжение $u = 100 \sin 314t, B$. По цепи течет ток $i = 20 \sin(314t + 45^\circ), A$. Изобразить схему цепи и определить параметры образующих ее элементов.

Задача 3.4. Определить активное сопротивление и емкость, если приборы (рис. 3.2) показывают: амперметр – $4,2 A$, вольтметр – $220 B$, ваттметр – $325 Bm$. Частота тока $f = 50 Гц$.

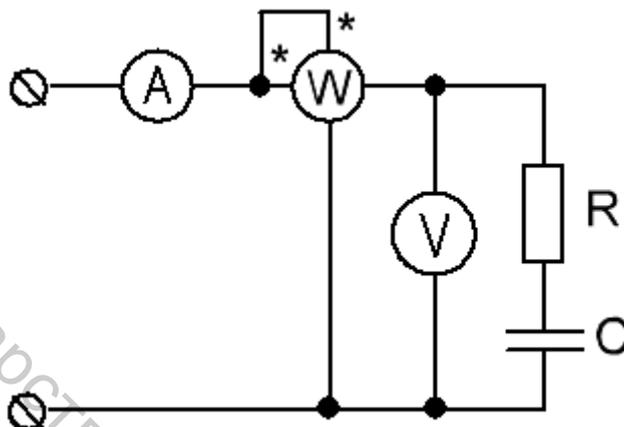


Рисунок 3.2 – Схема электрической цепи для задачи 3.4

Задача 3.5. К конденсатору емкостью $C = 15 \text{ мкФ}$ приложено напряжение переменного тока частотой $f = 200 Гц$ и действующим значением $U = 36 B$. Определить значение X_C и действующее значение тока. Записать выражение мгновенного значения тока, если $\psi_u = 0^\circ$.

Задача 3.6. К емкостному сопротивлению $X_C = -5 \text{ Ом}$ приложено напряжение $u = 15 \sin(314t - 30^\circ), B$. Записать выражение мгновенного значения тока в цепи, построить векторную диаграмму.

Задача 3.7. Какой ток проходит через катушку, имеющую индуктивность $L = 60 \text{ мГн}$, если она подключена к сети с переменным напряжением $U = 200 B$ и частотой $f = 50 Гц$.

Задача 3.8. Определить показание вольтметра (рис. 3.3), если параметры элементов цепи: $R = 6 \text{ Ом}$, $X_L = 16 \text{ Ом}$, $X_C = 8 \text{ Ом}$. Напряжение сети $U = 100 B$.

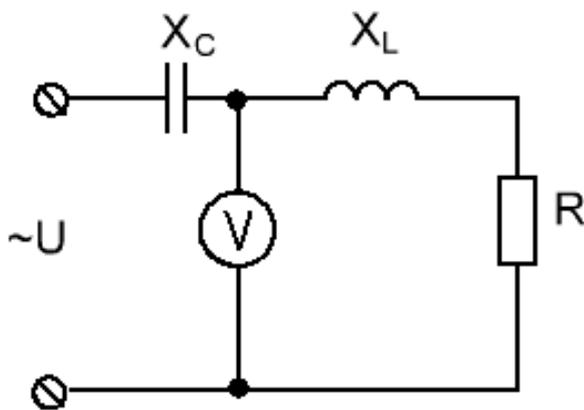


Рисунок 3.3 – Схема электрической цепи для задачи 3.8

Задача 3.9. К последовательной цепи (рис. 3.4) приложено напряжение $u = 20 \sin(628t + 10^\circ), B$. Считая $R = 1 \text{ Ом}$, $X_L = 5 \text{ Ом}$, определить мгновенное значение тока в цепи, активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму.

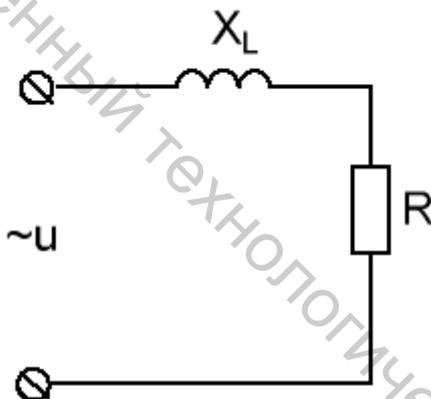


Рисунок 3.4 – Схема электрической цепи для задачи 3.9

Задача 3.10. Катушка с активным сопротивлением $R = 16 \text{ Ом}$ и индуктивностью $L = 65 \text{ мГн}$ последовательно соединена с конденсатором переменной емкости. Действующее значение напряжения на входе цепи $U = 100 \text{ В}$ при частоте $f = 100 \text{ Гц}$. Определить действующее значение тока в цепи и значение емкости конденсатора для получения резонанса напряжений.

Задача 3.11. Показания приборов в цепи (рис. 3.5): $P = 940 \text{ Вт}$, $U = 220 \text{ В}$, $I = 5 \text{ А}$. Определить величины R_2 и X_1 , если $R_1 = 16 \text{ Ом}$. Определить значение напряжения на участке KM .

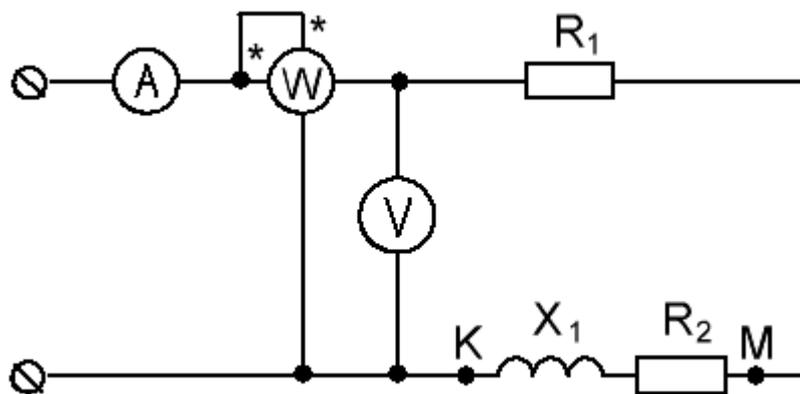


Рисунок 3.5 – Схема электрической цепи для задачи 3.11

Тема 4. Расчет параметров электрических цепей однофазного переменного тока с помощью комплексных чисел

Теоретические сведения

При анализе задач по переменному току очень широко используется представление электротехнических величин в комплексной форме. При этом чаще используется их выражение для $t \geq 0$, следовательно, учитываются только начальные фазы. Тогда

$$\dot{E} = Ee^{j\psi_e}; \quad \dot{U} = Ue^{j\psi_u}; \quad \dot{I} = Ie^{j\psi_i},$$

где E ; U ; I – действующие значения ЭДС, напряжения, тока;
 ψ_e ; ψ_u ; ψ_i – их начальные фазы.

Полное сопротивление цепи в комплексной форме определяется выражением

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z \cdot e^{j\varphi} = R + jX,$$

где R – активное сопротивление;

$X = X_L - X_C$ – реактивное сопротивление;

$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ – модуль комплексного полного сопротивления;

$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{X}{R}$ – аргумент комплексного полного

сопротивления или угол сдвига фаз векторов напряжения и тока на комплексной плоскости.

Величина, обратная комплексному сопротивлению, есть комплексная проводимость

$$\underline{Y} = \frac{I}{\underline{Z}} = \frac{I}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = g - jb = Y \cdot e^{-j\varphi},$$

где $g = \frac{R}{R^2 + X^2}$, $b = \frac{X}{R^2 + X^2}$ – активная и реактивная проводимости соответственно;

$Y = \sqrt{g^2 + b^2}$ – модуль комплексной полной проводимости;

$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{b}{g}$ – аргумент комплексной полной проводимости

или угол сдвига фаз векторов напряжения и тока на комплексной плоскости.

Полная мощность всей цепи или участка в комплексной форме определяется выражением

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = S \cdot e^{j\varphi} = P + jQ,$$

где \underline{I}^* – комплексно-сопряженный ток;

$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ – активная мощность всей цепи или участка;

$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = Q_L - Q_C$ – реактивная мощность всей цепи или участка;

$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$ – полная мощность всей цепи или участка.

Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме:

$$\underline{i} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}; \quad \sum \underline{i} = 0; \quad \sum \underline{E} = \sum \underline{iZ}.$$

Основное достоинство метода комплексных чисел заключается в возможности использования для цепей переменного тока способов расчета линейных электрических цепей постоянного тока. Все фазовые соотношения между векторами напряжений и токов при использовании метода комплексных чисел также получаются в результате расчетов.

Задачи для практических занятий

Задача 4.1. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 4.1, с параметрами $E = 220 \text{ В}$; $f = 50 \text{ Гц}$; $C_2 = 318 \text{ мкФ}$; $C_3 = 159 \text{ мкФ}$; $L_1 = 9,55 \text{ мГн}$; $L_3 = 95 \text{ мГн}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 40 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: токи ветвей и неразветвленной части цепи; напряжения на участках цепи и отдельных элементах; активную, реактивную, полную мощности, баланс

мощностей. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

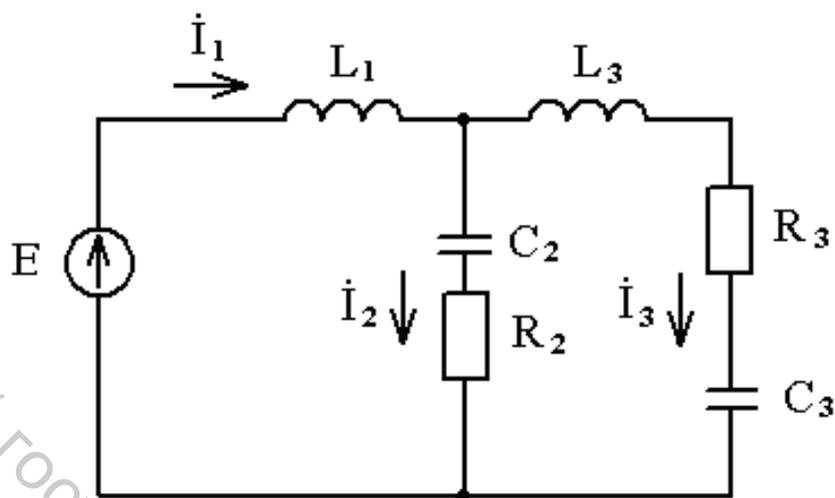


Рисунок 4.1 – Схема электрической цепи для задачи 4.1

Решение: 1. Рассчитывают угловую частоту:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14159 \cdot 50 = 314,159 \text{ рад / с.}$$

2. Определяют сопротивления ветвей цепи:

$$\underline{Z}_1 = jX_{L1} = j\omega L_1 = j314,159 \cdot 9,55 \cdot 10^{-3} = j3 = 3e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_2 &= R_2 - jX_{C2} = R_2 - j \frac{1}{\omega C_2} = 10 - j \frac{1}{314,159 \cdot 318 \cdot 10^{-6}} = 10 - j10 = \\ &= 14,142e^{-j45^\circ} \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 &= R_3 + jX_{L3} - jX_{C3} = R_3 + j\omega L_3 - j \frac{1}{\omega C_3} = 40 + j314,159 \cdot 95 \cdot 10^{-3} - \\ &- j \frac{1}{314,159 \cdot 159 \cdot 10^{-6}} = 40 + j29,845 - j20,02 = 40 + j9,825 = \\ &= 41,189e^{j13,18^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

3. Определяют полное сопротивление цепи:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = j3 + \frac{14,124e^{-j45^\circ} \cdot 41,189e^{j13,18^\circ}}{10 - j10 + 40 + j9,825} =$$

$$\begin{aligned}
 &= j3 + \frac{582,495e^{-j31,2^\circ}}{50 - j0,175} = j3 + \frac{582,495e^{-j31,2^\circ}}{50e^{-j0,2^\circ}} = j3 + 11,65e^{-j31^\circ} = \\
 &= j3 + 9,986 - j6 = 9,986 - j3 = 10,427e^{-j16,72^\circ} \text{ Ом.}
 \end{aligned}$$

4. Определяют ток в неразветвленной части цепи:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}} = \frac{220}{10,427e^{-j16,72^\circ}} = 21,099e^{j16,72^\circ} \text{ А.}$$

5. Определяют напряжение на параллельном участке:

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_{23} &= \dot{U} - \dot{U}_1 = \dot{E} - \dot{I}_1 \underline{Z}_1 = 220 - 21,099e^{j16,72^\circ} \cdot 3e^{j90^\circ} = \\
 &= 220 - 63,297e^{j106,72^\circ} = 220 + 18,21 - j60,621 = 238,21 - j60,621 = \\
 &= 245,803e^{-j14,28^\circ} \text{ В.}
 \end{aligned}$$

6. Определяют токи в ветвях цепи:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_2} = \frac{245,803e^{-j14,28^\circ}}{14,142e^{-j45^\circ}} = 17,381e^{j30,72^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_3} = \frac{245,803e^{-j14,28^\circ}}{41,189e^{j13,8^\circ}} = 5,968e^{-j28,08^\circ} \text{ А.}$$

7. Определяют напряжения на отдельных элементах цепи:

$$\dot{U}_{R2} = \dot{I}_2 \cdot R_2 = 17,381e^{j30,72^\circ} \cdot 10 = 173,81e^{j30,72^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{R3} = \dot{I}_3 \cdot R_3 = 5,968e^{-j28,08^\circ} \cdot 40 = 238,72e^{-j28,08^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{L1} = \dot{I}_1 \cdot jX_{L1} = 21,099e^{j16,72^\circ} \cdot 3e^{j90^\circ} = 63,297e^{j106,72^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{C2} = \dot{I}_2(-jX_{C2}) = 17,381e^{j30,72^\circ} \cdot 10e^{-j90^\circ} = 173,81e^{-j59,28^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{L3} = \dot{I}_3 \cdot jX_{L3} = 5,968e^{-j28,08^\circ} \cdot 29,845e^{j90^\circ} = 178,115e^{j61,92^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{C3} = \dot{I}_3(-jX_{C3}) = 5,968e^{-j28,08^\circ} \cdot 20,02e^{-j90^\circ} = 119,479e^{-j118,08^\circ} \text{ В.}$$

8. Определяют активную, реактивную и полную мощности цепи; составляют баланс активной и реактивной мощностей.

Определяют полную мощность цепи:

$$\underline{S} = \dot{E} \dot{I}_1^* = 220 \cdot 21,099 e^{-j16,72^\circ} = 4641,78 e^{-j16,72^\circ} = 4445,535 - j1335,416 \text{ ВА}.$$

Таким образом

$$\underline{S} = P + jQ = 4445,535 - j1335,416 \text{ ВА},$$

где P – активная мощность цепи; $P = 4445,535 \text{ Вт}$,

Q – реактивная мощность цепи; $Q = -1335,416 \text{ ВАр}$.

Находят активные мощности ветвей цепи:

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 21,099^2 \cdot 0 = 0 \text{ Вт};$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 17,381^2 \cdot 10 = 3020,992 \text{ Вт};$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 5,968^2 \cdot 40 = 1424,681 \text{ Вт}.$$

$$\text{Тогда } P = P_1 + P_2 + P_3 = 0 + 3020,992 + 1424,681 = 4445,673 \text{ Вт}.$$

Сравнивая полученное значение P со значением P в формуле полной мощности S , делают вывод, что баланс активных мощностей сходится (с относительной погрешностью 0,003 %).

Находят реактивные мощности ветвей цепи:

$$Q_{L1} = I_1^2 \cdot X_{L1} = 21,099^2 \cdot 3 = 1335,503 \text{ ВАр};$$

$$Q_{C2} = I_2^2 \cdot X_{C2} = 17,381^2 \cdot 10 = 3020,992 \text{ ВАр};$$

$$Q_{L3} = I_3^2 \cdot X_{L3} = 5,968^2 \cdot 29,845 = 1062,99 \text{ ВАр};$$

$$Q_{C3} = I_3^2 \cdot X_{C3} = 5,968^2 \cdot 20,02 = 713,053 \text{ ВАр}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} Q &= Q_{L1} - Q_{C2} + Q_{L3} - Q_{C3} = 1335,503 - 3020,992 + 1062,99 - 713,053 = \\ &= -1335,552 \text{ ВАр}. \end{aligned}$$

Сравнивая полученное значение Q со значением Q в формуле полной мощности S , делают вывод, что баланс реактивных мощностей сходится (с относительной погрешностью 0,01 %).

9. Строят в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и напряжений.

Из начала координат комплексной плоскости в масштабе ($M_I = 10 \text{ A/cm}$; $M_U = 40 \text{ V/cm}$) откладывают векторы токов, напряжений и ЭДС источника в соответствии с расчетными значениями, при этом положительные фазовые углы отсчитывают от оси «+1» против часовой стрелки, а отрицательные – по часовой стрелке (рис. 4.2).

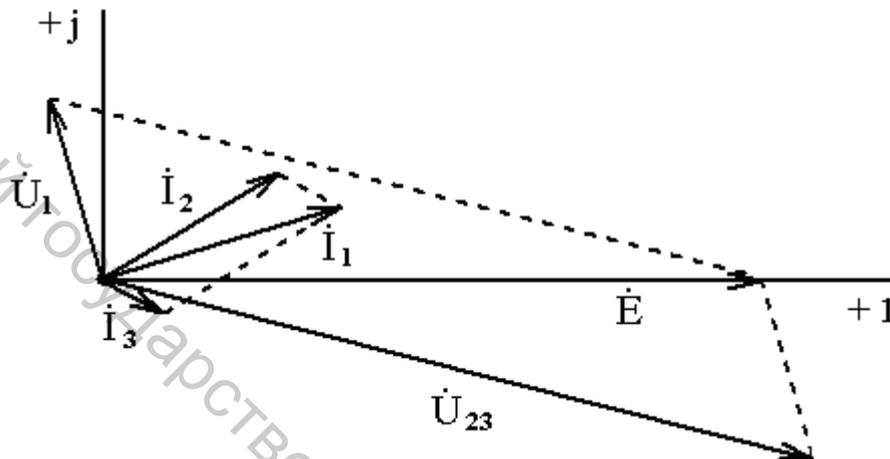


Рисунок 4.2 – Векторная диаграмма токов и напряжений для задачи 4.1

Задача 4.2. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 4.3, с параметрами $E = 200 \text{ В}$; $f = 50 \text{ Гц}$; $C_2 = 300 \text{ мкФ}$; $L_1 = 15,9 \text{ мГн}$; $L_3 = 15,9 \text{ мГн}$; $R_1 = 8 \text{ Ом}$; $R_2 = 3 \text{ Ом}$; $R_3 = 4 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: токи ветвей и неразветвленной части цепи; напряжения на участках цепи и отдельных элементах; активную, реактивную, полную мощности, баланс мощностей. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

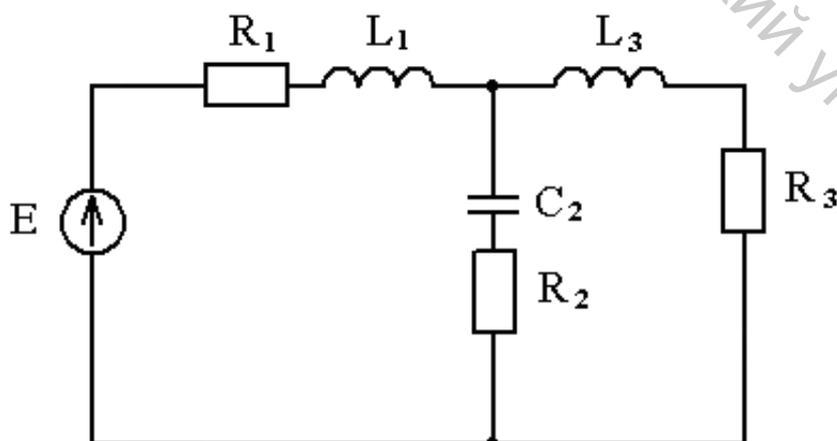


Рисунок 4.3 – Схема электрической цепи для задачи 4.2

Задача 4.3. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 4.4, с параметрами $E = 150 \text{ В}$; $f = 50 \text{ Гц}$; $C_1 = 100 \text{ мкФ}$; $C_3 = 200 \text{ мкФ}$; $L_2 = 15,9 \text{ мГн}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: токи ветвей и неразветвленной части цепи; напряжения на участках цепи и отдельных элементах; активную, реактивную, полную мощности, баланс мощностей. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

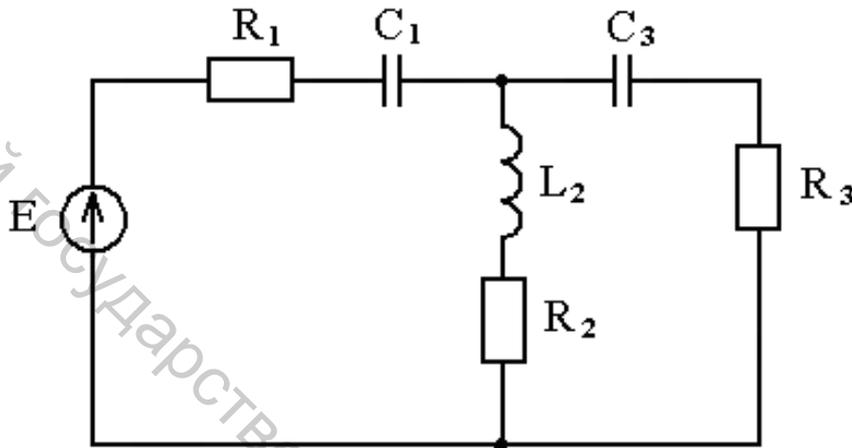


Рисунок 4.4 – Схема электрической цепи для задачи 4.3

Задача 4.4. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 4.5, с параметрами $E = 100 \text{ В}$; $f = 50 \text{ Гц}$; $C_2 = 1600 \text{ мкФ}$; $C_3 = 200 \text{ мкФ}$; $L_1 = 31,8 \text{ мГн}$; $R_2 = 8 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: токи ветвей и неразветвленной части цепи; напряжения на участках цепи и отдельных элементах; активную, реактивную, полную мощности, баланс мощностей. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

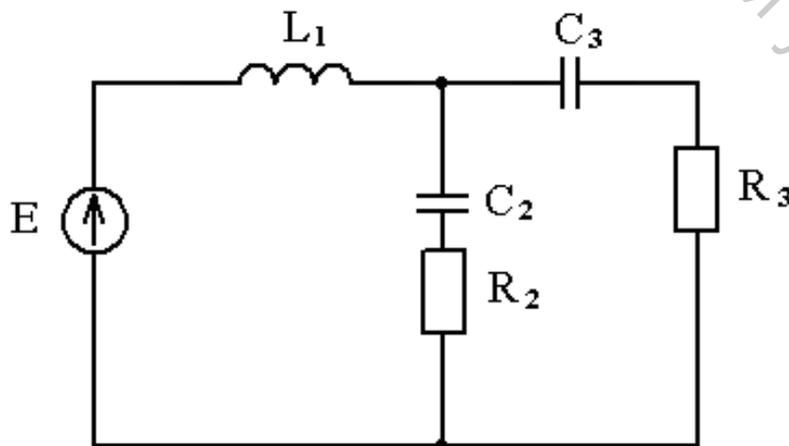


Рисунок 4.5 – Схема электрической цепи для задачи 4.4

Тема 5. Расчет параметров электрических цепей трехфазного переменного тока

Теоретические сведения

При расчете трехфазных цепей необходимо учитывать, что фазные и линейные напряжения генератора не зависят от нагрузки, равны по величине и векторы их сдвинуты относительно друг друга на угол 120° .

Напряжения на фазах нагрузки зависят от схемы соединения. В случае соединения фаз звездой и наличия нулевого провода (или при отсутствии нулевого провода, но симметричной нагрузке) фазные напряжения на нагрузках равны соответствующим фазным напряжениям генератора. При этом $U_{л} = \sqrt{3}U_{\phi}$. При отсутствии нулевого провода и несимметричной нагрузке фазные напряжения на нагрузке отличаются от фазных напряжений генератора и определяются по формулам

$$\begin{aligned}\dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{00'}; \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{00'}; \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{00'};\end{aligned}$$

где $\dot{U}_{00'}$ – напряжение между узлами 0 и $0'$, определяемое выражением

$$\dot{U}_{00'} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c},$$

где $\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c$ – полные проводимости фаз в комплексной форме.

При соединении фаз треугольником нагрузки включаются между линейными проводами и поэтому $U_{л} = U_{\phi}$.

Фазные токи независимо от схемы соединения определяются по закону Ома для каждой фазы:

$$\dot{I}_{\phi} = \frac{\dot{U}_{\phi}}{\underline{Z}_{\phi}}.$$

При этом в случае соединения фаз звездой выполняется равенство $I_{л} = I_{\phi}$, а при наличии нулевого провода ток в нем $\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$.

Линейные токи при соединении нагрузок треугольником определяются с использованием первого закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}. \end{aligned}$$

Активная и реактивная мощности рассчитываются для каждой фазы в отдельности. Активная мощность трехфазного приемника равна арифметической сумме фазных активных мощностей, а реактивная определяется алгебраической суммой фазных реактивных мощностей.

Задачи для практических занятий

Задача 5.1. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 5.1, с параметрами $U_{\text{л}} = 127 \text{ В}$; $R_{ab} = 8 \text{ Ом}$; $R_{bc} = 8 \text{ Ом}$; $R_{ca} = 8 \text{ Ом}$; $X_{ab} = 6 \text{ Ом}$; $X_{bc} = 6 \text{ Ом}$; $X_{ca} = 6 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: фазные и линейные токи; активную, реактивную и полную мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

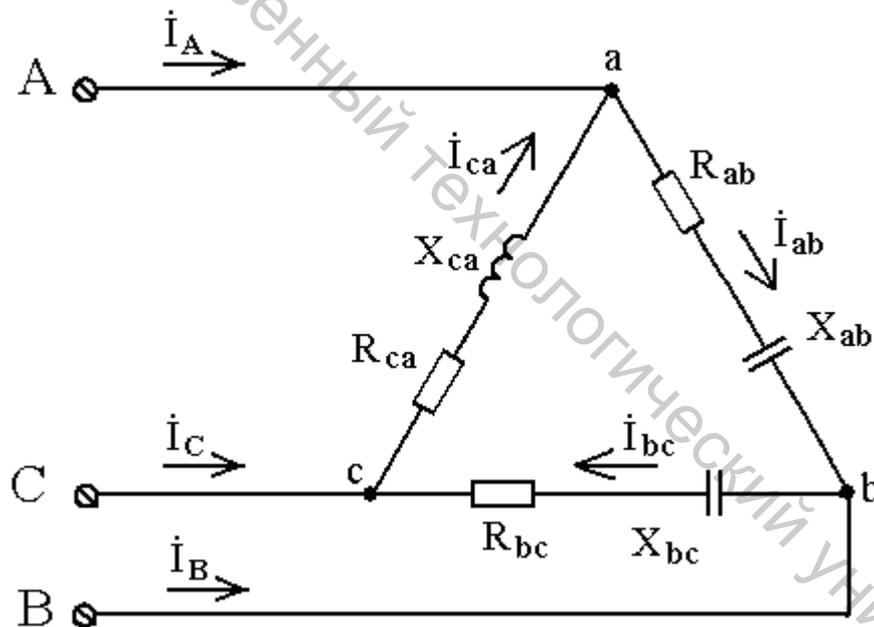


Рисунок 5.1 – Схема электрической цепи для задачи 5.1

Решение: 1. Рассчитывают полные сопротивления фаз приемника:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ab} &= R_{ab} + jX_{ab} = 8 + j6 = 10e^{j36,87^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{bc} &= R_{bc} - jX_{bc} = 8 - j6 = 10e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{ca} &= R_{ca} - jX_{ca} = 8 - j6 = 10e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

2. Принимают, что вектор линейного напряжения \dot{U}_{AB} направлен по оси действительных чисел комплексной плоскости. Тогда фазные (линейные) напряжения:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab} = 127 \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc} = 127e^{-j120^\circ} \text{ В}, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca} = 127e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

3. Находят фазные токи:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{127}{10e^{j36,87^\circ}} = 12,7e^{-j36,87^\circ} = 10,16 - j7,62 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{127e^{-j120^\circ}}{10e^{-j36,87^\circ}} = 12,7e^{-j83,13^\circ} = 1,519 - j12,609 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{127e^{j120^\circ}}{10e^{-j36,87^\circ}} = 12,7e^{j156,87^\circ} = -11,679 + j4,989 \text{ А}.$$

4. Находят линейные токи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 10,16 - j7,62 + 11,679 - j4,989 = 21,839 - j12,609 = \\ &= 25,218e^{-j30^\circ} \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 1,519 - j12,609 - 10,16 + j7,62 = -8,641 - j4,989 = \\ &= 9,978e^{-j150^\circ} \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = -11,679 + j4,989 - 1,519 + j12,609 = -13,198 + j17,598 = \\ &= 21,997e^{j126,87^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

5. Определяют активные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$P_{ab} = I_{ab}^2 \cdot R_{ab} = 12,7^2 \cdot 8 = 1290,32 \text{ Вт};$$

$$P_{bc} = I_{bc}^2 \cdot R_{bc} = 12,7^2 \cdot 8 = 1290,32 \text{ Вт};$$

$$P_{ca} = I_{ca}^2 \cdot R_{ca} = 12,7^2 \cdot 8 = 1290,32 \text{ Вт};$$

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 1290,32 + 1290,32 + 1290,32 = 3870,96 \text{ Вт}.$$

6. Определяют реактивные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$Q_{ab} = I_{ab}^2 \cdot X_{ab} = 12,7^2 \cdot 6 = 967,74 \text{ ВАр};$$

$$Q_{bc} = I_{bc}^2 \cdot X_{bc} = 12,7^2 \cdot 6 = 967,74 \text{ ВАр};$$

$$Q_{ca} = I_{ca}^2 \cdot X_{ca} = 12,7^2 \cdot 6 = 967,74 \text{ ВАр};$$

$$Q = Q_{ab} - Q_{bc} - Q_{ca} = 967,74 - 967,74 - 967,74 = -967,74 \text{ ВАр}.$$

7. Определяют полные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$\underline{S}_{ab} = P_{ab} + jQ_{ab} = 1290,32 + j967,74 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_{bc} = P_{bc} - jQ_{bc} = 1290,32 - j967,74 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_{ca} = P_{ca} - jQ_{ca} = 1290,32 - j967,74 \text{ ВА};$$

$$\underline{S} = \underline{S}_{ab} + \underline{S}_{bc} + \underline{S}_{ca} = 1290,32 + j967,74 + 1290,32 - j967,74 + 1290,32 -$$

$$- j967,74 = 3870,96 - j967,74 = 3990,094e^{-j14,04^\circ} \text{ ВА}.$$

8. Строят в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и напряжений.

В соответствии с расчетными значениями из начала координат комплексной плоскости в масштабе ($M_U = 30 \text{ В/см}$) откладывают вектор напряжения \dot{U}_{AB} . Затем откладывают векторы \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} , строя треугольник векторов напряжений. Векторы фазных токов в масштабе ($M_I = 10 \text{ А/см}$) откладывают из начал векторов соответствующих фазных напряжений, векторы линейных токов строят с использованием первого закона Кирхгофа (рис. 5.2).

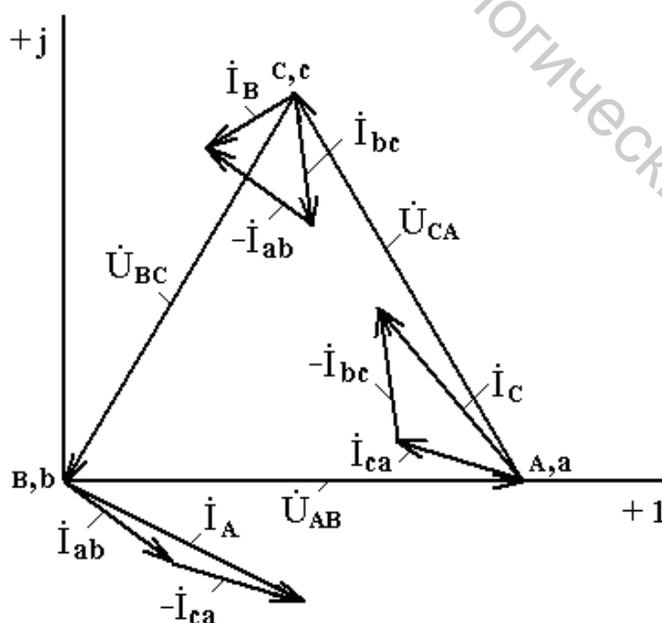


Рисунок 5.2 – Векторная диаграмма токов и напряжений для задачи 5.1

Задача 5.2. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 5.3, с параметрами $U_n = 220 \text{ В}$; $R_b = 3 \text{ Ом}$; $X_a = 15 \text{ Ом}$; $X_c = 10 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: фазные и линейные токи; активную, реактивную и полную мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

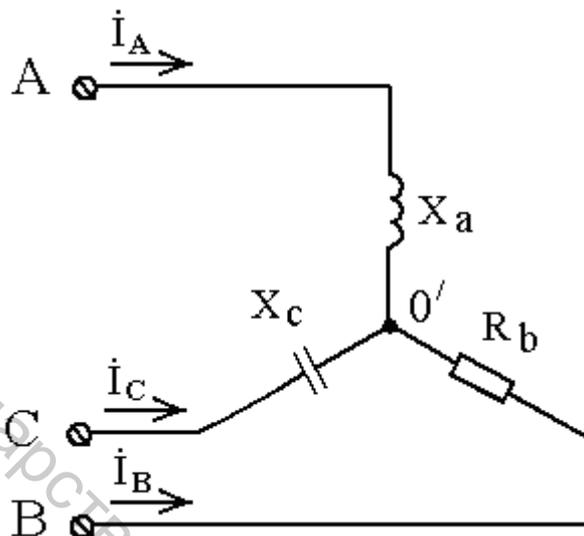


Рисунок 5.3 – Схема электрической цепи для задачи 5.2

Решение: 1. Рассчитывают полные сопротивления фаз приемника:

$$\underline{Z}_a = jX_a = j15 = 15e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_b = R_b = 3 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_c = -jX_c = -j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

2. Рассчитывают полные проводимости фаз приемника:

$$\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a} = \frac{1}{15e^{j90^\circ}} = 0,0667e^{-j90^\circ} = -j0,0667 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b} = \frac{1}{3} = 0,333 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c} = \frac{1}{10e^{-j90^\circ}} = 0,1e^{j90^\circ} = j0,1 \text{ См}.$$

3. Принимают, что вектор фазного напряжения генератора \dot{U}_A направлен по оси действительных чисел комплексной плоскости. Тогда фазные напряжения генератора:

$$\dot{U}_A = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127,017 \text{ В};$$

$$\dot{U}_B = \frac{U_n}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = \frac{220}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = 127,017 e^{-j120^\circ} = (-63,509 - j110) \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = \frac{U_n}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = \frac{220}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = 127,017 e^{j120^\circ} = (-63,509 + j110) \text{ В}.$$

4. Определяют напряжение между нейтральными точками приемника и генератора

$$\begin{aligned} \dot{U}_{00'} &= \frac{\dot{U}_A \cdot \underline{Y}_a + \dot{U}_B \cdot \underline{Y}_b + \dot{U}_C \cdot \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = \\ &= \frac{127,017 \cdot 0,0667 e^{-j90^\circ} + 127,017 e^{-j120^\circ} \cdot 0,333 + 127,017 e^{j120^\circ} \cdot 0,1 e^{j90^\circ}}{-j0,0667 + 0,333 + j0,1} = \\ &= \frac{8,472 e^{-j90^\circ} + 42,297 e^{-j120^\circ} + 12,702 e^{j210^\circ}}{0,333 + j0,0333} = \\ &= \frac{-j8,472 - 21,149 - j36,63 - 11 - j6,351}{0,335 e^{j5,71^\circ}} = \\ &= \frac{-32,149 - j51,453}{0,335 e^{j5,71^\circ}} = \frac{60,671 e^{-j122^\circ}}{0,335 e^{j5,71^\circ}} = 181,107 e^{-j127,71^\circ} = -110,777 - j143,277 \text{ В}. \end{aligned}$$

5. Определяют фазные напряжения приемника:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_{00'} = 127,017 - (-110,777 - j143,277) = 237,794 + j143,277 = \\ &= 277,623 e^{j31,07^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_{00'} = -63,509 - j110 - (-110,777 - j143,277) = \\ &= 47,268 + j33,277 = 57,807 e^{j35,15^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_{00'} = -63,509 + j110 - (-110,777 - j143,277) = \\ &= 47,268 + j253,277 = 257,65 e^{j79,43^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

6. Находят фазные токи (для соединения звездой они же являются линейными):

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{277,623e^{j31,07^\circ}}{15e^{j90^\circ}} = 18,508e^{-j58,93^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{57,807e^{j35,15^\circ}}{3} = 19,269e^{j35,15^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{257,65e^{j79,43^\circ}}{10e^{-j90^\circ}} = 25,765e^{j169,43^\circ} \text{ A}.$$

7. Определяют активные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$P_a = I_A^2 \cdot R_a = 18,508^2 \cdot 0 = 0 \text{ Вт};$$

$$P_b = I_B^2 \cdot R_b = 19,269^2 \cdot 3 = 1113,883 \text{ Вт};$$

$$P_c = I_C^2 \cdot R_c = 25,765^2 \cdot 0 = 0 \text{ Вт};$$

$$P = P_a + P_b + P_c = 0 + 1113,883 + 0 = 1113,883 \text{ Вт}.$$

8. Определяют реактивные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$Q_a = I_A^2 \cdot X_a = 18,508^2 \cdot 15 = 5138,191 \text{ ВАр};$$

$$Q_b = I_B^2 \cdot X_b = 19,269^2 \cdot 0 = 0 \text{ ВАр};$$

$$Q_c = I_C^2 \cdot X_c = 25,765^2 \cdot 10 = 6638,352 \text{ ВАр};$$

$$Q = Q_a + Q_b - Q_c = 5138,191 + 0 - 6638,352 = -1500,161 \text{ ВАр}.$$

9. Определяют полные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$\underline{S}_a = P_a + jQ_a = 0 + j5138,191 = j5138,191 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_b = P_b + jQ_b = 1113,883 + j0 = 1113,883 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_c = P_c - jQ_c = 0 - j6638,352 = -j6638,352 \text{ ВА};$$

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = j5138,191 + 1113,883 - j6638,352 = \\ &= 1113,883 - j1500,161 = 1868,48e^{-j53,41^\circ} \text{ ВА}. \end{aligned}$$

10. Строят в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и напряжений.

В соответствии с расчетными значениями из начала координат комплексной плоскости в масштабе ($M_U = 30 \text{ В/см}$) откладывают векторы фазных напряжений генератора \dot{U}_A , \dot{U}_B и \dot{U}_C , затем, соединяя их концы, —

векторы линейных напряжений \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} . Также из начала координат комплексной плоскости откладывают вектор напряжения между нейтральными точками приемника и генератора $\dot{U}_{00'}$. Из конца данного вектора откладывают векторы фазных напряжений приемника \dot{U}_a , \dot{U}_b , \dot{U}_c и в масштабе ($M_I = 10 \text{ A/cm}$) векторы фазных (линейных) токов (рис. 5.4).

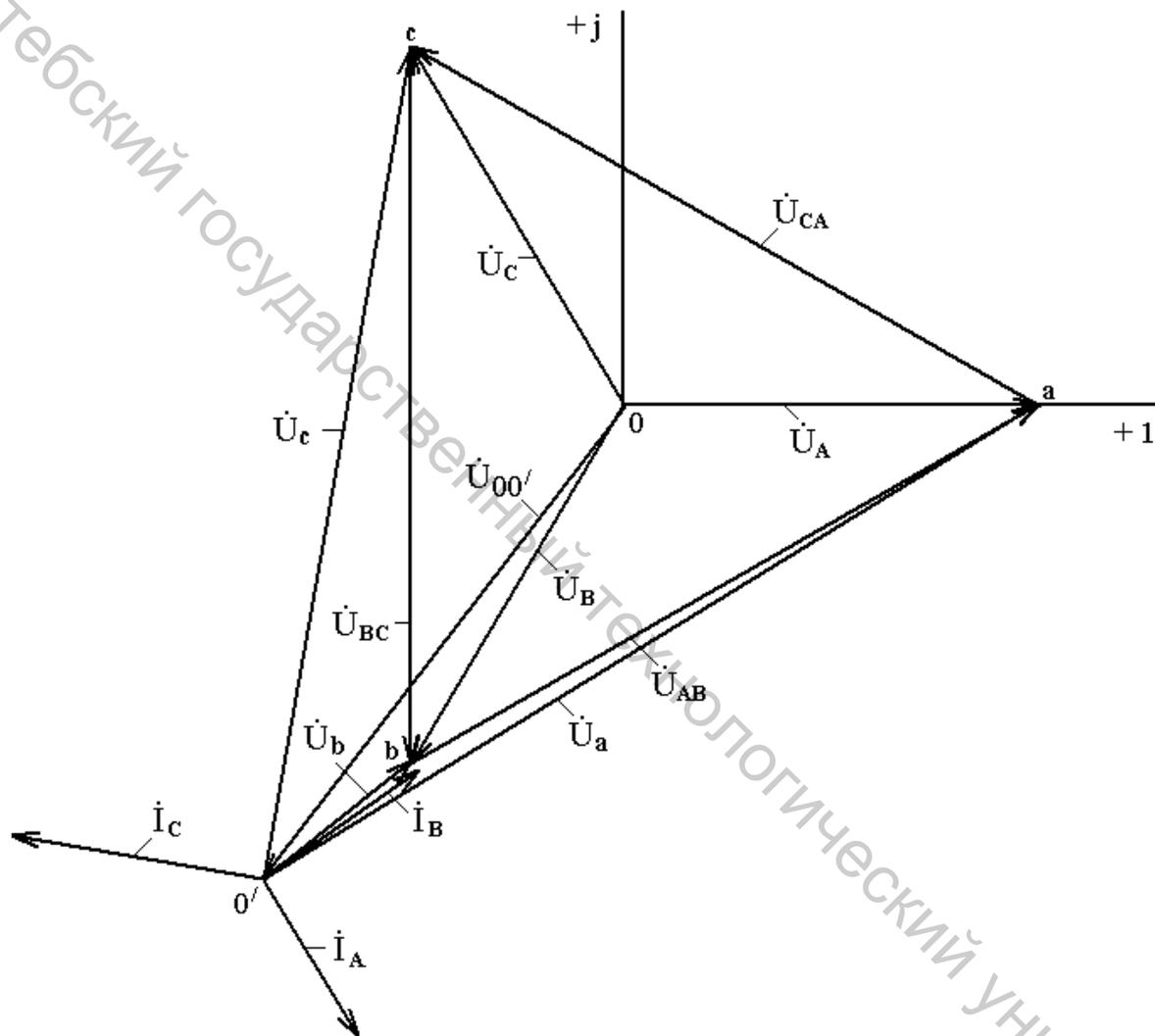


Рисунок 5.4 – Векторная диаграмма токов и напряжений для задачи 5.2

Задача 5.3. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 5.5, с параметрами $U_n = 220 \text{ В}$; $R_a = 16,8 \text{ Ом}$; $R_b = 8 \text{ Ом}$; $R_c = 8 \text{ Ом}$; $X_a = 14,2 \text{ Ом}$; $X_b = 6 \text{ Ом}$; $X_c = 4 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: фазные и линейные токи; ток в нулевом проводе; активную, реактивную и полную мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

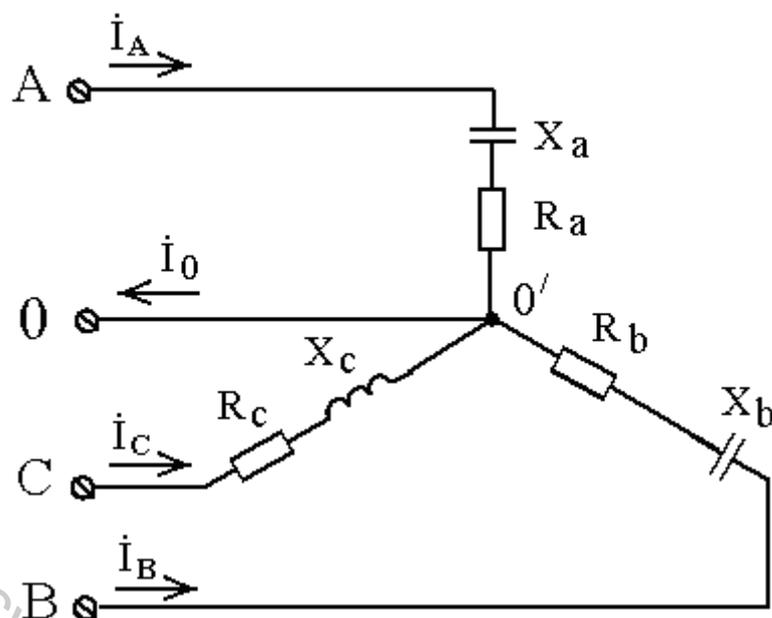


Рисунок 5.5 – Схема электрической цепи для задачи 5.3

Решение: 1. Рассчитывают полные сопротивления фаз приемника:

$$\underline{Z}_a = R_a - jX_a = 16,8 - j14,2 = 22e^{-j40,21^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_b = R_b - jX_b = 8 - j6 = 10e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_c = R_c + jX_c = 8 + j4 = 8,944e^{j26,57^\circ} \text{ Ом}.$$

2. Принимают, что вектор фазного напряжения \dot{U}_a направлен по оси действительных чисел комплексной плоскости. Тогда фазные напряжения:

$$\dot{U}_a = \frac{U_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В};$$

$$\dot{U}_b = \frac{U_\ell}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = \frac{220}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = 127 e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_c = \frac{U_\ell}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = \frac{220}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = 127 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

3. Находят фазные токи (для соединения звездой они же являются линейными):

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{127}{22e^{-j40,21^\circ}} = 5,773e^{j40,21^\circ} = 4,409 + j3,727 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{127e^{-j120^\circ}}{10e^{-j36,87^\circ}} = 12,7e^{-j83,13^\circ} = 1,519 - j12,609 \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{127e^{j120^\circ}}{8,944e^{j26,57^\circ}} = 14,199e^{j93,43^\circ} = -0,85 + j14,174 \text{ A}.$$

4. Ток в нулевом проводе определяется как геометрическая сумма линейных токов:

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 4,409 + j3,727 + 1,519 - j12,609 - 0,85 + j14,174 = \\ &= 5,078 + j5,292 = 7,334e^{j46,18^\circ} \text{ A} \end{aligned}$$

5. Определяют активные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$P_a = I_A^2 \cdot R_a = 5,773^2 \cdot 16,8 = 559,902 \text{ Вт};$$

$$P_b = I_B^2 \cdot R_b = 12,7^2 \cdot 8 = 1290,32 \text{ Вт};$$

$$P_c = I_C^2 \cdot R_c = 14,199^2 \cdot 8 = 1612,893 \text{ Вт};$$

$$P = P_a + P_b + P_c = 559,902 + 1290,32 + 1612,893 = 3463,115 \text{ Вт}.$$

6. Определяют реактивные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$Q_a = I_A^2 \cdot X_a = 5,773^2 \cdot 14,2 = 473,251 \text{ ВАр};$$

$$Q_b = I_B^2 \cdot X_b = 12,7^2 \cdot 6 = 967,74 \text{ ВАр};$$

$$Q_c = I_C^2 \cdot X_c = 14,199^2 \cdot 4 = 806,446 \text{ ВАр};$$

$$Q = Q_a + Q_b - Q_c = -473,251 - 967,74 + 806,446 = -634,545 \text{ ВАр}.$$

7. Определяют полные мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом:

$$\underline{S}_a = P_a - jQ_a = 559,902 - j473,251 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_b = P_b - jQ_b = 1290,32 - j967,74 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_c = P_c + jQ_c = 1612,893 + j806,446 \text{ ВА};$$

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 559,902 - j473,251 + 1290,32 - j967,74 +$$

$$+ 1612,893 + j806,446 = 3463,115 - j634,545 = 3520,769e^{-j10,38^\circ} \text{ ВА}.$$

8. Строят в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и напряжений.

В соответствии с расчетными значениями из начала координат комплексной плоскости в масштабе ($M_U = 30 \text{ В/см}$) откладывают векторы фазных напряжений \dot{U}_a , \dot{U}_b и \dot{U}_c , затем, соединяя их концы, – векторы линейных напряжений \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} и \dot{U}_{CA} . Векторы фазных (линейных) токов в масштабе ($M_I = 5 \text{ А/см}$) откладывают из начал векторов соответствующих фазных напряжений. Ток в нулевом проводе строят как геометрическую сумму линейных токов (рис. 5.6).

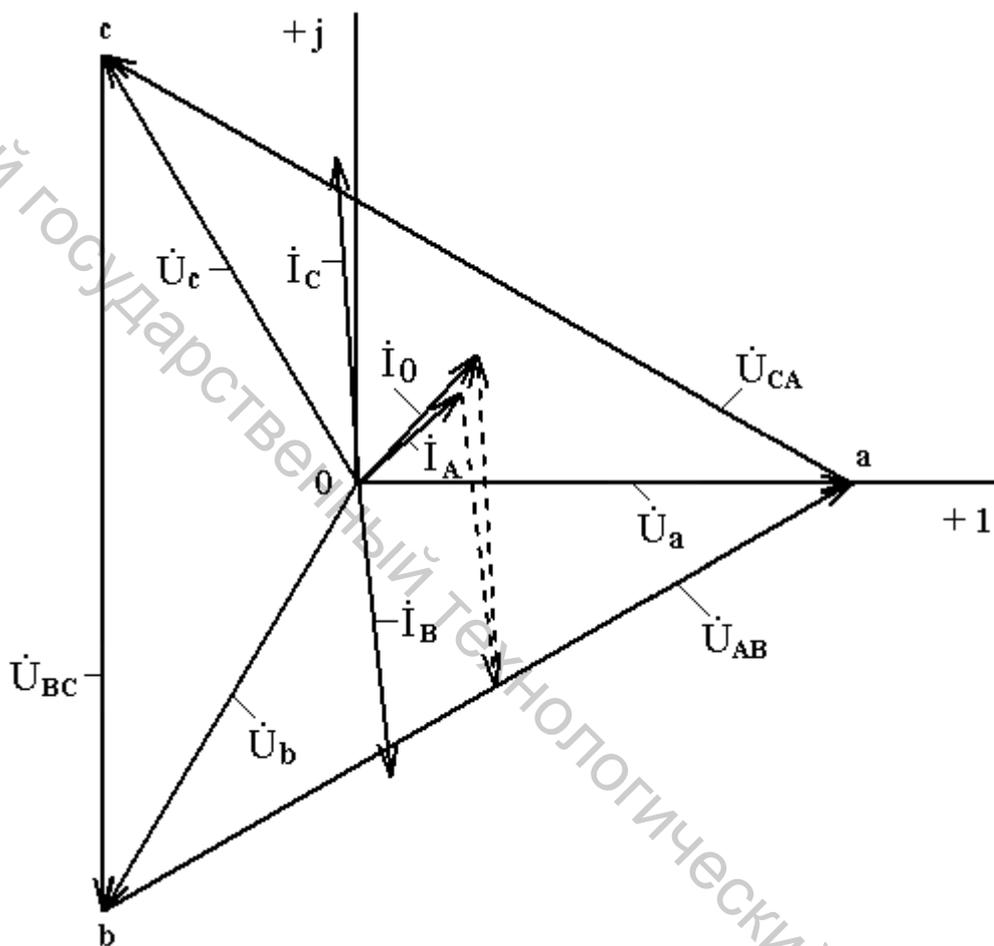


Рисунок 5.6 – Векторная диаграмма токов и напряжений для задачи 5.3

Задача 5.4. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 5.7, с параметрами $U_n = 380 \text{ В}$; $R_{ab} = 10 \text{ Ом}$; $X_{bc} = 10 \text{ Ом}$; $X_{ca} = 10 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: фазные и линейные токи; активную, реактивную и полную мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Задача 5.5. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 5.8, с параметрами $U_n = 127 \text{ В}$; $R_a = 3 \text{ Ом}$; $R_b = 4 \text{ Ом}$; $R_c = 6 \text{ Ом}$; $X_a = 4 \text{ Ом}$; $X_b = 3 \text{ Ом}$; $X_c = 8 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: фазные и линейные токи; ток в нулевом проводе; активную, реактивную и полную мощности

отдельных фаз и трехфазного приемника в целом. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Задача 5.6. Для электрической цепи, изображенной на рисунке 5.9, с параметрами $U_n = 127 \text{ В}$; $R_a = 15 \text{ Ом}$; $X_b = 5 \text{ Ом}$; $X_c = 5 \text{ Ом}$ в комплексной форме рассчитать: фазные и линейные токи; активную, реактивную и полную мощности отдельных фаз и трехфазного приемника в целом. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

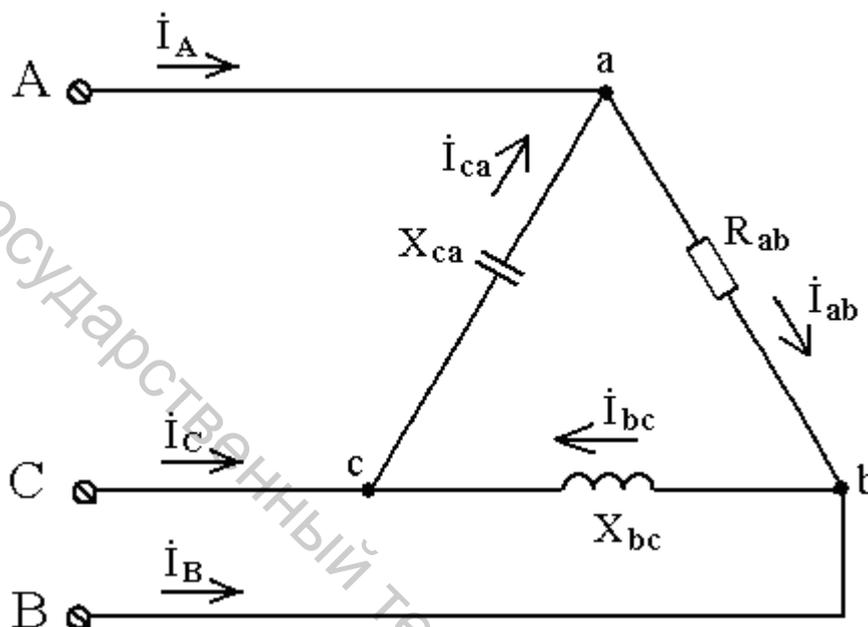


Рисунок 5.7 – Схема электрической цепи для задачи 5.4

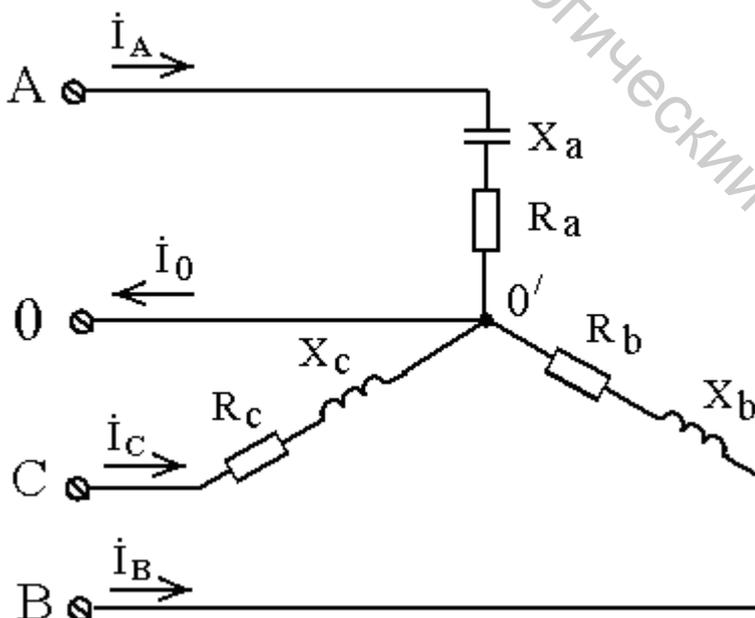


Рисунок 5.8 – Схема электрической цепи для задачи 5.5

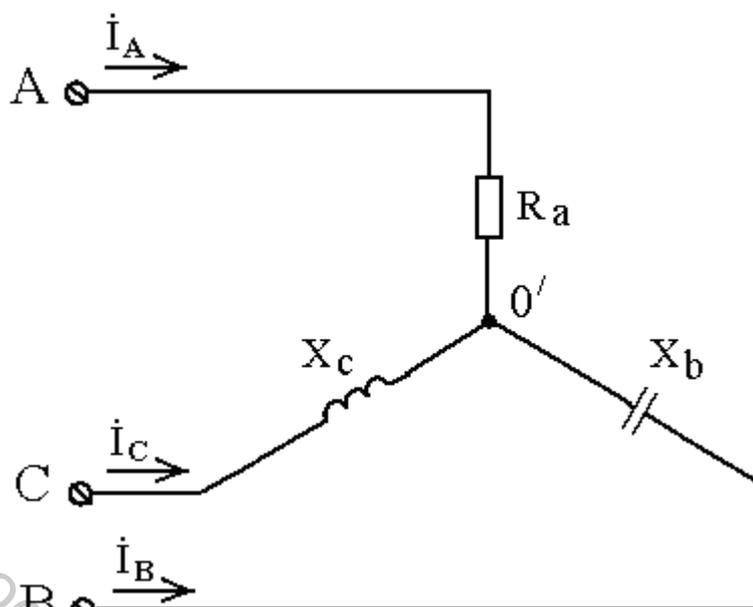


Рисунок 5.9 – Схема электрической цепи для задачи 5.6

Тема 6. Расчет параметров трансформаторов

Теоретические сведения

Трансформатор – статическое электромагнитное устройство, предназначенное для преобразования посредством магнитного поля электрической энергии переменного тока одного напряжения в электрическую энергию другого напряжения при одной и той же частоте.

Одним из наиболее важных параметров трансформатора является коэффициент трансформации:

$$K = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{U_{1x}}{U_{2x}}$$

Под номинальной мощностью трансформатора понимают его полную мощность S_n в номинальном режиме:

$$S_n = I_{1n} U_{1n} = I_{2n} U_{2n}$$

Для трехфазного трансформатора

$$S_n = \sqrt{3} I_{1n} U_{1n}$$

Для упрощения расчетов электрических цепей параметры вторичной обмотки приводят к параметрам первичной:

$$U_2' = kU_2; I_2' = \frac{1}{k}I_2; r_2' = k^2r_2; x_2' = k^2x_2; Z_n' = k^2Z_n.$$

Из опыта холостого хода трансформатора определяют параметры намагничивающей цепи:

$$Z_0 = \frac{U_{I_n}}{I_0}; r_0 = \frac{P_0}{I_0^2}; x_0 = \sqrt{Z_0^2 - r_0^2}; \cos\varphi_0 = \frac{r_0}{Z_0},$$

где P_0 – мощность, потребляемая трансформатором в режиме холостого хода (мощность магнитных потерь).

Из опыта короткого замыкания определяют параметры схемы замещения трансформатора:

$$Z_k = \frac{U_{I_k}}{I_{I_n}}; r_k = \frac{P_k}{I_{I_n}^2}; x_k = \sqrt{Z_k^2 - r_k^2}; \cos\varphi_k = \frac{r_k}{Z_k},$$

где P_k – мощность электрических потерь в обмотках трансформатора в номинальном режиме.

КПД трансформатора определяют по формуле

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos\varphi_2}{\beta S_n \cos\varphi_2 + \beta^2 P_k + P_0}, \quad (6.1)$$

где β – коэффициент загрузки трансформатора

$$\beta = \frac{I_2}{I_{2n}} = \frac{I_1}{I_{1n}}.$$

Задачи для практических занятий

Задача 6.1. Для трехфазного трансформатора с параметрами $S_n = 630 \text{ кВА}$; $U_{1n} = 3000 \text{ В}$; $U_{20} = 400 \text{ В}$; $u_k = 5 \%$; $P_k = 7600 \text{ Вт}$; $P_0 = 1680 \text{ Вт}$; $i_0 = 3,2 \%$; $\beta = 0,8$; $\cos\varphi_2 = 0,75$ и соединением обмоток $Y/Y_0 - 0$ определить коэффициент мощности холостого хода, сопротивления первичной и вторичной обмоток, сопротивления намагничивающей цепи и угол магнитных потерь; построить внешнюю характеристику и зависимость КПД от коэффициента

загрузки для $\cos\varphi_2 = 0,75$; определить, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД, изобразить T-образную схему замещения.

Решение: 1. Определяют номинальный ток первичной обмотки:

$$I_{1н} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1н}} = \frac{630000}{\sqrt{3} \cdot 3000} = 121,244 \text{ А.}$$

2. Определяют ток и коэффициент мощности холостого хода:

$$I_0 = \frac{i_0}{100} I_{1н} = \frac{3,2}{100} \cdot 121,244 = 3,88 \text{ А,}$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot U_{1н} \cdot I_0} = \frac{1680}{\sqrt{3} \cdot 3000 \cdot 3,88} = 0,083.$$

Тогда $\varphi_0 = 85,24^\circ$, а угол магнитных потерь:

$$\delta = 90^\circ - \varphi_0 = 90^\circ - 85,24^\circ = 4,76^\circ.$$

3. Определяют сопротивления обмоток:

- сопротивления короткого замыкания

$$Z_k = \frac{U_{кф}}{I_{кф}} = \frac{0,05 \cdot 3000}{\sqrt{3} \cdot 121,244} = 0,714 \text{ Ом,}$$

$$R_k = \frac{P_k}{3I_k^2} = \frac{7600}{3 \cdot 121,244^2} = 0,172 \text{ Ом,}$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{0,714^2 - 0,172^2} = 0,693 \text{ Ом.}$$

- сопротивления первичной обмотки

$$R_1 = R_2' = \frac{R_k}{2} = \frac{0,172}{2} = 0,086 \text{ Ом,}$$

$$X_{d1} = X_{d2}' = \frac{X_k}{2} = \frac{0,693}{2} = 0,347 \text{ Ом.}$$

- сопротивления вторичной обмотки

$$R_2 = \frac{R_2'}{K^2} = \frac{0,086}{7,5^2} = 0,0015 \text{ Ом,}$$

$$X_{d2} = \frac{X'_{d2}}{K^2} = \frac{0,347}{7,5^2} = 0,0062 \text{ Ом},$$

где $K = \frac{U_{1н}}{U_{20}} = \frac{3000}{400} = 7,5$ – коэффициент трансформации.

4. Определяют сопротивления намагничивающей цепи:

$$Z_0 = \frac{U_{нф}}{I_{0ф}} = \frac{3000}{\sqrt{3} \cdot 3,88} = 446,405 \text{ Ом},$$

$$R_0 = \frac{P_0}{3I_0^2} = \frac{1680}{3 \cdot 3,88^2} = 37,198 \text{ Ом},$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{446,405^2 - 37,198^2} = 444,852 \text{ Ом}.$$

5. Для построения внешней характеристики $U_2(\beta)$ находят падение напряжения во вторичной обмотке трансформатора

$$\Delta U_2 \% = \beta \cdot (u_a \% \cdot \cos \varphi_2 + u_p \% \cdot \sin \varphi_2),$$

где $u_a \%$ и $u_p \%$ – соответственно активное и реактивное падения напряжений.

Так как $u_a \% = u_k \% \cdot \cos \varphi_k$, где $\cos \varphi_k = \frac{R_k}{Z_k}$, то

$$u_a \% = 5 \cdot \frac{0,172}{0,714} = 1,204 \%,$$

$$u_p \% = \sqrt{(u_k \%)^2 - (u_a \%)^2} = \sqrt{5^2 - 1,204^2} = 4,853 \%.$$

Напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора определяют по формуле

$$U_2 = \frac{U_{20}}{100} (100 - \Delta U_2 \%).$$

Задаваясь различными значениями β от 0 до 1, определяют напряжение U_2 и заносят результаты расчета в таблицу 6.1.

Таблица 6.1

β	$\Delta U_2\%$	$U_2, В$	η
0	0	400	0
0,01	0,041	399,836	0,737617
0,025	0,103	399,588	0,875178
0,05	0,206	399,176	0,932909
0,1	0,411	398,356	0,964168
0,2	0,823	396,708	0,979437
0,3	1,234	395,064	0,983596
0,4	1,645	393,42	0,984908
0,5	2,056	391,776	0,985073
0,6	2,468	390,128	0,984662
0,7	2,879	388,484	0,983924
0,8	3,29	386,84	0,982982
0,9	3,702	385,192	0,981907
1	4,113	383,548	0,980738

Внешняя характеристика $U_2(\beta)$ изображена на рисунке 6.1.

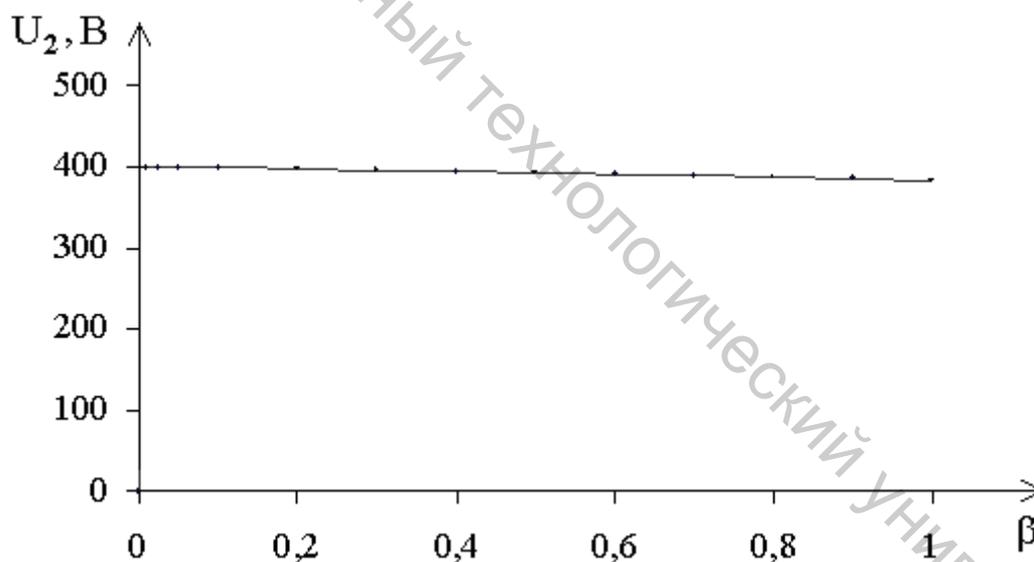


Рисунок 6.1 – Внешняя характеристика трансформатора

6. Для построения зависимости $\eta(\beta)$ производят расчет КПД по формуле (6.1), задаваясь различными значениями β от 0 до 1. Результаты расчета заносят в таблицу 6.1. Характеристика $\eta(\beta)$ изображена на рисунке 6.2.

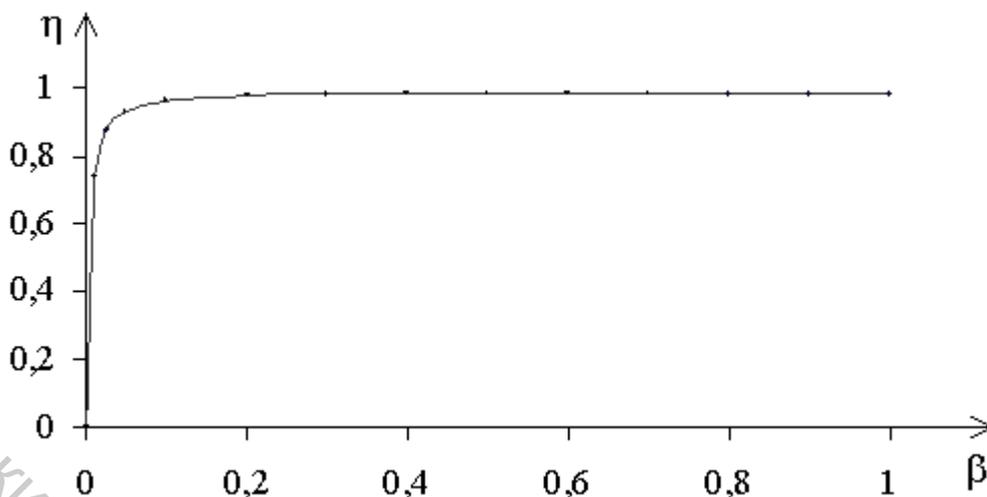


Рисунок 6.2 – Зависимость КПД от коэффициента загрузки трансформатора

7. Определяют, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД:

Так как $\beta_{max} = \sqrt{P_0 / P_k} = \sqrt{1680 / 7600} = 0,47$, то используя (6.1), определяют максимальный КПД: $\eta_{max} = 0,985101$.

8. Т-образная схема замещения трансформатора представлена на рисунке 6.3.

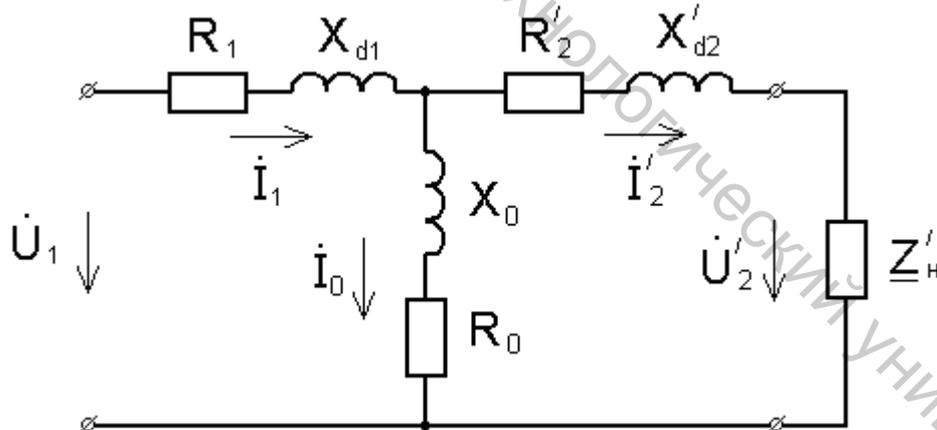


Рисунок 6.3 – Т-образная схема замещения трансформатора

Задача 6.2. Для трехфазного трансформатора с параметрами $S_n = 40 \text{ кВА}$; $U_{1н} = 6000 \text{ В}$; $U_{20} = 400 \text{ В}$; $u_k = 4,7 \%$; $P_k = 1000 \text{ Вт}$; $P_0 = 180 \text{ Вт}$; $i_0 = 3 \%$; $\beta = 0,8$; $\cos \varphi_2 = 0,75$ и соединением обмоток $Y/Y_0 - 0$ определить коэффициент мощности холостого хода, сопротивления первичной и вторичной обмоток, сопротивления намагничивающей цепи и угол магнитных потерь; построить внешнюю характеристику и зависимость КПД от коэффициента

загрузки для $\cos\varphi_2 = 0,75$; определить, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД, изобразить T-образную схему замещения.

Задача 6.3. Для трехфазного трансформатора с параметрами $S_n = 50 \text{ кВА}$; $U_{1н} = 10000 \text{ В}$; $U_{20} = 400 \text{ В}$; $u_k = 5 \%$; $P_k = 1325 \text{ Вт}$; $P_0 = 440 \text{ Вт}$; $i_0 = 8 \%$; $\beta = 0,8$; $\cos\varphi_2 = 0,75$ и соединением обмоток $Y/Y_0 - 0$ определить коэффициент мощности холостого хода, сопротивления первичной и вторичной обмоток, сопротивления намагничивающей цепи и угол магнитных потерь; построить внешнюю характеристику и зависимость КПД от коэффициента загрузки для $\cos\varphi_2 = 0,75$; определить, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД, изобразить T-образную схему замещения.

Задача 6.4. Для трехфазного трансформатора с параметрами $S_n = 630 \text{ кВА}$; $U_{1н} = 3000 \text{ В}$; $U_{20} = 400 \text{ В}$; $u_k = 5 \%$; $P_k = 7600 \text{ Вт}$; $P_0 = 2680 \text{ Вт}$; $i_0 = 3,2 \%$; $\beta = 0,8$; $\cos\varphi_2 = 0,75$ и соединением обмоток $Y/Y_0 - 0$ определить коэффициент мощности холостого хода, сопротивления первичной и вторичной обмоток, сопротивления намагничивающей цепи и угол магнитных потерь; построить внешнюю характеристику и зависимость КПД от коэффициента загрузки для $\cos\varphi_2 = 0,75$; определить, при какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД, изобразить T-образную схему замещения.

Тема 7. Расчет параметров асинхронных двигателей

Теоретические сведения

Асинхронные двигатели относятся к числу электрических машин переменного тока и представляют собой электромеханические устройства, преобразующие энергию переменного электрического тока в механическую энергию вращения вала. Наибольшее распространение в промышленности получили простые в изготовлении, долговечные трехфазные асинхронные двигатели. При подключении обмоток статора такого двигателя к сети переменного трехфазного тока с частотой f в статоре возникает магнитное поле, вращающееся с частотой:

$$n_0 = \frac{60f}{p},$$

где p – число пар полюсов статора.

Магнитное поле, пересекая витки обмотки ротора, наводит в ней ЭДС. Данная ЭДС создает в обмотке ротора токи, взаимодействие которых с магнитным полем обуславливает возникновение вращающего момента M , приводящего ротор во вращение с частотой n .

Относительная разность частот вращения магнитного поля и ротора называется скольжением:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0}.$$

В двигательном режиме $0 \leq s \leq 1$. При пуске $n = 0$ и $s = 1$, при идеальном холостом ходе $n = n_0$ и $s = 0$.

Вращающий момент, развиваемый двигателем, рассчитывается по формуле:

$$M = \frac{3pU_{\phi}^2 R_2'}{\omega_0 s \left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_{\kappa}^2 \right]}.$$

Или по упрощенной формуле

$$M = \frac{2M_{кр}}{\left(\frac{s_{кр}}{s} + \frac{s}{s_{кр}} \right)},$$

где $M_{кр}$ и $s_{кр}$ соответственно, критический момент и критическое скольжение.

Определив по каталожным данным значения $M_{кр}$, $s_{кр}$ и изменяя величину скольжения, получают данные для построения механической характеристики $M(s)$ асинхронного двигателя.

Задачи для практических занятий

Задача 7.1. Для трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором, обмотки которого соединены треугольником, имеющего параметры $U_{ном} = 220 \text{ В}$; $R_1 = 0,56 \text{ Ом}$; $R_2 = 0,045 \text{ Ом}$; $X_1 = 4,42 \text{ Ом}$; $X_2 = 0,64 \text{ Ом}$; $w_1 = 288$; $w_2 = 54$; $p = 3$; $s_{ном} = 3 \%$; $f = 50 \text{ Гц}$ определить: пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности при пуске двигателя без пускового реостата; значение сопротивления пускового реостата, обеспечивающего максимальный пусковой момент; величину максимального пускового момента и коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом. Построить естественную механическую характеристику $M(s)$.

Решение: 1. Определяют коэффициент трансформации:

$$n = \frac{w_1}{w_2} = \frac{288}{54} = 5,333.$$

2. Определяют приведенные значения сопротивлений обмотки ротора:

$$R_2' = R_2 \cdot n^2 = 0,045 \cdot 5,333^2 = 1,28 \text{ Ом},$$
$$X_2' = X_2 \cdot n^2 = 0,64 \cdot 5,333^2 = 18,202 \text{ Ом}.$$

3. Определяют сопротивления короткого замыкания:

$$R_{\kappa} = R_1 + R_2' = 0,56 + 1,28 = 1,84 \text{ Ом},$$
$$X_{\kappa} = X_1 + X_2' = 4,42 + 18,202 = 22,622 \text{ Ом},$$
$$Z_{\kappa} = \sqrt{R_{\kappa}^2 + X_{\kappa}^2} = \sqrt{1,84^2 + 22,622^2} = 22,697 \text{ Ом}.$$

4. Определяют пусковые токи при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором:

$$I_{1\text{пуск}} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\kappa}} = \frac{220}{22,697} = 9,693 \text{ А},$$
$$I_{2\text{пуск}} = n \cdot I_{1\text{пуск}} = 5,333 \cdot 9,693 = 51,693 \text{ А},$$

5. Определяют пусковой момент при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором. Для этого предварительно рассчитывают частоту вращения магнитного поля статора:

$$n_0 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об/мин},$$

а также угловую частоту вращения магнитного поля статора:

$$\Omega_0 = \frac{2\pi \cdot n_0}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1000}{60} = 104,67 \text{ с}^{-1}.$$

Тогда пусковой момент:

$$M_{\text{пуск}} = \frac{3R_2 \cdot I_{2\text{пуск}}^2}{\Omega_0} = \frac{3 \cdot 0,045 \cdot 51,693^2}{104,67} = 3,446 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

6. Определяют коэффициент мощности при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором:

$$\cos \varphi_{\text{пуск}} = \frac{R_{\kappa}}{Z_{\kappa}} = \frac{1,84}{22,697} = 0,081.$$

7. Определяют сопротивление пускового реостата из условия, что вращающий момент достигает максимального значения при $s_{\text{кр}} = (R_2' + R_p')/X_{\kappa} = 1$, где R_p' – приведенное значение сопротивления пускового реостата.

Так как

$$R_p' = X_{\kappa} - R_2' = 22,622 - 1,28 = 21,342 \text{ Ом},$$

то сопротивление пускового реостата

$$R_p = \frac{R_p'}{n^2} = \frac{21,342}{5,333^2} = 0,75 \text{ Ом}.$$

8. Определяют величину максимального пускового момента и коэффициента мощности при пуске двигателя с реостатом. Для этого предварительно находят значение пускового тока ротора $I_{2\text{пуск}}$ при пуске двигателя с реостатом, которое определяется из соотношений:

$$Z_{\text{пуск}} = \sqrt{(R_{\kappa} + R_p')^2 + X_{\kappa}^2} = \sqrt{(1,84 + 21,342)^2 + 22,622^2} = 32,39 \text{ Ом},$$

$$I_{1\text{пуск}} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\text{пуск}}} = \frac{220}{32,39} = 6,792 \text{ А},$$

$$I_{2\text{пуск}} = n \cdot I_{1\text{пуск}} = 5,333 \cdot 6,792 = 36,222 \text{ А}.$$

Тогда максимальный пусковой момент при пуске двигателя с реостатом

$$M_{\text{пуск max}} = \frac{3(R_2 + R_p) \cdot I_{2\text{пуск}}^2}{\Omega_0} = \frac{3 \cdot (0,045 + 0,75) \cdot 36,222^2}{104,67} = 29,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом

$$\cos \varphi_{\text{пуск}} = \frac{R_{\kappa} + R_p'}{Z_{\text{пуск}}} = \frac{1,84 + 21,342}{32,39} = 0,716.$$

9. Строят естественную механическую характеристику $M(s)$ по уравнению

$$M = \frac{2M_{кр}}{\left(\frac{s_{кр}}{s} + \frac{s}{s_{кр}} \right)},$$

где $s_{кр} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_k^2}} = \frac{1,28}{\sqrt{0,56^2 + 22,622^2}} = 0,0565,$

$$M_{кр} = \frac{3U_{\phi}^2}{2\Omega_0(R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_k^2})} = \frac{3 \cdot 220^2}{2 \cdot 104,67 \cdot (0,56 + \sqrt{0,56^2 + 22,622^2})} = 29,91 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Таким образом $M = \frac{59,82}{\frac{0,0565}{s} + \frac{s}{0,0565}}.$

Задаваясь различными значениями s от 0 до 1, определяют вращающий момент M и заносят результаты расчета в таблицу 7.1.

Таблица 7.1

s	$M, \text{Н} \cdot \text{м}$
0	0
0,01	10,3
0,03	24,8
0,0565	29,9
0,07	29,2
0,1	25,6
0,2	15,7
0,3	10,9
0,4	8,3
0,5	6,7
0,6	5,6
0,7	4,8
0,8	4,2
0,9	3,7
1	3,4

Естественная механическая характеристика $M(s)$ изображена на рисунке 7.1.

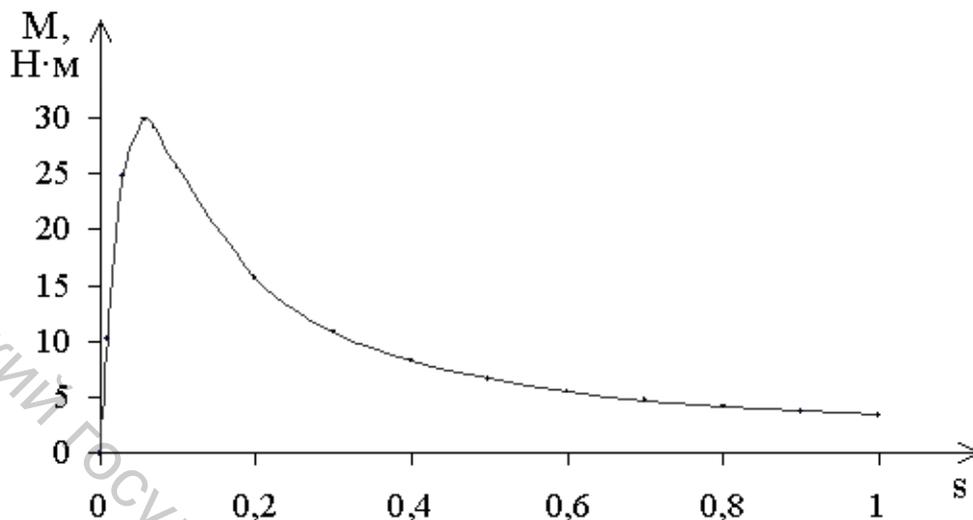


Рисунок 7.1 – Естественная механическая характеристика асинхронного двигателя

Задача 7.2. Для трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором, обмотки которого соединены треугольником, имеющего параметры $U_{ном} = 380 \text{ В}$; $R_1 = 0,62 \text{ Ом}$; $R_2 = 0,04 \text{ Ом}$; $X_1 = 1,84 \text{ Ом}$; $X_2 = 0,42 \text{ Ом}$; $w_1 = 362$; $w_2 = 72$; $p = 2$; $s_{ном} = 3,5 \%$; $f = 50 \text{ Гц}$, определить: пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности при пуске двигателя без пускового реостата; значение сопротивления пускового реостата, обеспечивающего максимальный пусковой момент; величину максимального пускового момента и коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом. Построить естественную механическую характеристику $M(s)$.

Задача 7.3. Для трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором, обмотки которого соединены треугольником, имеющего параметры $U_{ном} = 220 \text{ В}$; $R_1 = 0,36 \text{ Ом}$; $R_2 = 0,045 \text{ Ом}$; $X_1 = 3,62 \text{ Ом}$; $X_2 = 0,48 \text{ Ом}$; $w_1 = 358$; $w_2 = 62$; $p = 3$; $s_{ном} = 4 \%$; $f = 50 \text{ Гц}$, определить: пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности при пуске двигателя без пускового реостата; значение сопротивления пускового реостата, обеспечивающего максимальный пусковой момент; величину максимального пускового момента и коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом. Построить естественную механическую характеристику $M(s)$.

Задача 7.4. Для трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором, обмотки которого соединены треугольником, имеющего параметры

$U_{ном} = 380 \text{ В}; R_1 = 0,78 \text{ Ом}; R_2 = 0,04 \text{ Ом}; X_1 = 3,64 \text{ Ом}; X_2 = 0,48 \text{ Ом}; w_1 = 228; w_2 = 42; p = 3; s_{ном} = 3 \%; f = 50 \text{ Гц}$, определить: пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности при пуске двигателя без пускового реостата; значение сопротивления пускового реостата, обеспечивающего максимальный пусковой момент; величину максимального пускового момента и коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом. Построить естественную механическую характеристику $M(s)$.

Тема 8. Расчет параметров двигателей постоянного тока

Теоретические сведения

Двигатели постоянного тока представляют собой электромеханические устройства, преобразующие энергию постоянного электрического тока в механическую энергию вращения вала.

Основными частями машин постоянного тока являются: неподвижный статор, вращающийся якорь и щеточно-коллекторное устройство. Функция статора – создать на поверхности якоря магнитное поле с требуемой индукцией B . Обмотка якоря состоит из катушек, уложенных в пазы и соединенных между собой, то есть представляет собой замкнутый контур. Щеточно-коллекторное устройство осуществляет контакт обмотки якоря с внешней цепью.

Если якорь подключить к внешнему источнику, то взаимодействие тока якоря с магнитным полем статора обеспечивает возникновение вращающегося момента, действующего на якорь и приводящего его во вращение.

Связь между частотой вращения якоря n и вращающим моментом M определяет механическую характеристику двигателя постоянного тока и выражается формулой

$$n = \frac{U}{K_e \Phi} - \frac{R_{я}}{K_e K_m \Phi^2} M,$$

где $R_{я}$ – сопротивление якоря, K_e – конструктивная постоянная, K_m – магнитная постоянная.

Механическая характеристика представляет собой прямую, не проходящую через начало координат. Для ее построения достаточно двух точек:

- 1) точка номинального режима с координатами $M_{ном}, n_{ном}$.
- 2) точка идеального холостого хода $M = 0, n = n_0$.

Частоту идеального холостого хода можно определить, используя данные для номинального режима:

$$n_0 = n_{ном} \frac{U_{ном}}{U_{ном} - I_{яном} R_{я}}.$$

При пуске двигателя для уменьшения пускового тока в цепь якоря включается пусковой реостат, сопротивление которого рассчитывается исходя из формулы

$$I_{\text{япуск}} = \frac{U}{R_{\text{я}} + R_{\text{п}}}.$$

Обычно принимают $I_{\text{япуск}} = (1,5 \div 2,5)I_{\text{яном}}$.

Задачи для практических занятий

Задача 8.1. Для двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением, имеющего параметры $P_{\text{ном}} = 29 \text{ кВт}$; $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$; $n_{\text{ном}} = 2520 \text{ об/мин}$; $\Delta P_{\text{я}} = 5,0 \%$; $\Delta P_{\text{в}} = 4,3 \%$; $\eta_{\text{ном}} = 86,0 \%$, определить: ток в цепи возбуждения и ток якоря при номинальной нагрузке; пусковой вращающий момент при пуске двигателя с пусковым реостатом; частоту вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного $3R_{\text{я}}$. Построить естественную и реостатную механические характеристики $n(M)$.

Решение: 1. Определяют мощность, потребляемую двигателем из сети:

$$P_{I_{\text{ном}}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} \cdot 100 \% = \frac{29}{86} \cdot 100 \% = 33,72 \text{ кВт}.$$

2. Определяют ток, потребляемый двигателем при номинальной нагрузке:

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{I_{\text{ном}}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{33,72 \cdot 10^3}{220} = 153,27 \text{ А}.$$

3. Определяют ток в цепи возбуждения:

$$I_{\text{в}} = \frac{\Delta P_{\text{в}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{0,043 P_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{0,043 \cdot 33,72 \cdot 10^3}{220} = 6,59 \text{ А}.$$

4. Определяют ток якоря при номинальной нагрузке:

$$I_{\text{яном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в}} = 153,27 - 6,59 = 146,68 \text{ А}.$$

5. Определяют номинальный вращающий момент:

$$M_{ном} = 9550 \frac{P_{ном}}{n_{ном}} = 9550 \frac{29}{2520} = 109,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

6. Определяют пусковой момент двигателя при пуске двигателя с пусковым реостатом. Пусковой реостат должен иметь сопротивление, достаточное для ограничения пускового тока до $I_{пуск} = 2,5 \cdot I_{яном}$.

Вначале определяют сопротивление обмотки якоря:

$$R_{я} = \frac{\Delta P_{я}}{I_{яном}^2} = \frac{0,05 P_{I_{ном}}}{I_{яном}^2} = \frac{0,05 \cdot 33,72 \cdot 10^3}{146,68^2} = 0,078 \text{ Ом}.$$

Тогда сопротивление реостата

$$R_p = \frac{U_{ном}}{2,5 I_{яном}} - R_{я} = \frac{220}{2,5 \cdot 146,68} - 0,078 = 0,522 \text{ Ом}.$$

Так как вращающий момент двигателя определяется уравнением

$$M = C_m \Phi I_{я},$$

то для режима номинальной нагрузки данное выражение принимает вид:

$$M_{ном} = C_m \Phi I_{яном},$$

а для пускового режима

$$M_{пуск} = C_m \Phi I_{япуск}.$$

Полагая магнитный поток в двигателе постоянным, берут отношение моментов

$$\frac{M_{ном}}{M_{пуск}} = \frac{I_{яном}}{I_{япуск}}.$$

Тогда пусковой момент двигателя при пуске двигателя с пусковым реостатом

$$M_{пуск} = M_{ном} \frac{I_{пуск}}{I_{яном}} = 109,9 \frac{2,5 \cdot 146,68}{146,68} = 274,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

7. Определяют частоту вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного

$3R_{я}$. Полагая неизменными величины магнитного потока и номинального момента, из выражения $M_{ном} = C_m \Phi I_{яном}$ получают, что $I_{яном}$ останется прежним. Тогда частота вращения якоря

$$n = \frac{U_{ном} - (R_{я} + 3R_{я})I_{яном}}{C_e \Phi_{ном}} = \frac{(U_{ном} - (R_{я} + 3R_{я}) \cdot I_{яном}) \cdot n_{ном}}{E_{ном}} =$$

$$= \frac{(U_{ном} - (R_{я} + 3R_{я}) \cdot I_{яном}) \cdot n_{ном}}{(U_{ном} - R_{я} \cdot I_{яном})} = \frac{(220 - (0,078 + 3 \cdot 0,078) \cdot 146,68) \cdot 2520}{(220 - 0,078 \cdot 146,68)} =$$

$$= 2105 \text{ об/мин.}$$

8. Строят естественную механическую характеристику $n(M)$ по двум точкам. Первая точка – точка холостого хода. Координатами точки холостого хода являются: значение момента $M = 0$ и значение частоты вращения

$$n = \frac{U_{ном}}{C_e \Phi_{ном}} = \frac{U_{ном} \cdot n_{ном}}{E_{ном}} = \frac{U_{ном} \cdot n_{ном}}{U_{ном} - R_{я} I_{яном}} = \frac{220 \cdot 2520}{220 - 0,078 \cdot 146,68} =$$

$$= 2658,24 \text{ об/мин.}$$

Вторая точка – точка номинальной нагрузки – имеет координаты: $M = M_{ном} = 109,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $n = n_{ном} = 2520 \text{ об/мин}$.

Естественная механическая характеристика (1) изображена на рисунке 8.1.

9. Строят реостатную механическую характеристику $n(M)$ по двум точкам. Первая точка – точка холостого хода. Координаты точки холостого хода аналогичны координатам, рассчитанным в п. 8 для естественной механической характеристики: $M = 0$ и $n = 2658,24 \text{ об/мин}$.

Координатами второй точки – точки номинальной нагрузки – являются: значение номинального вращающего момента $M = M_{ном} = 109,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и рассчитанное в п. 7 значение частоты вращения якоря $n = 2105 \text{ об/мин}$ при включении в его цепь добавочного сопротивления.

Реостатная механическая характеристика (2) изображена на рисунке 8.1.

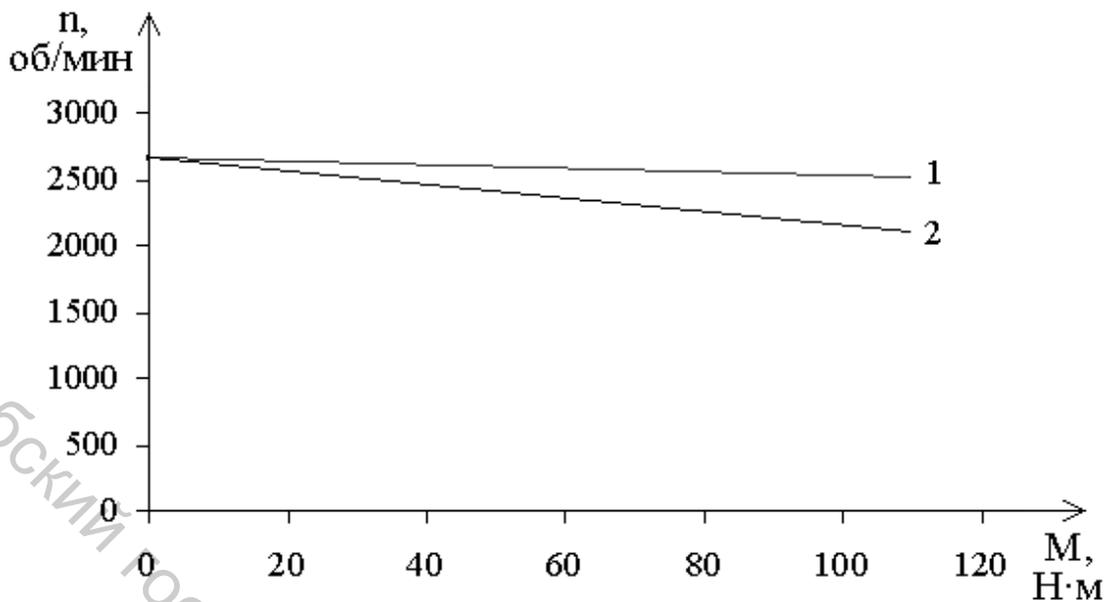


Рисунок 8.1 – Механические характеристики двигателя постоянного тока

Задача 8.2. Для двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением, имеющего параметры $P_{ном} = 6,6 \text{ кВт}$; $U_{ном} = 220 \text{ В}$; $n_{ном} = 2400 \text{ об/мин}$; $\Delta P_{я} = 6,2 \%$; $\Delta P_{в} = 4,1 \%$; $\eta_{ном} = 85,5 \%$, определить: ток в цепи возбуждения и ток якоря при номинальной нагрузке; пусковой вращающий момент при пуске двигателя с пусковым реостатом; частоту вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного $3R_{я}$. Построить естественную и реостатную механические характеристики $n(M)$.

Задача 8.3. Для двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением, имеющего параметры $P_{ном} = 46,5 \text{ кВт}$; $U_{ном} = 220 \text{ В}$; $n_{ном} = 1025 \text{ об/мин}$; $\Delta P_{я} = 5,4 \%$; $\Delta P_{в} = 4,8 \%$; $\eta_{ном} = 82,2 \%$, определить: ток в цепи возбуждения и ток якоря при номинальной нагрузке; пусковой вращающий момент при пуске двигателя с пусковым реостатом; частоту вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного $3R_{я}$. Построить естественную и реостатную механические характеристики $n(M)$.

Задача 8.4. Для двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением, имеющего параметры $P_{ном} = 13,5 \text{ кВт}$; $U_{ном} = 220 \text{ В}$; $n_{ном} = 1050 \text{ об/мин}$; $\Delta P_{я} = 4,8 \%$; $\Delta P_{в} = 4,2 \%$; $\eta_{ном} = 85,5 \%$, определить: ток в цепи возбуждения и ток якоря при номинальной нагрузке; пусковой вращающий момент при пуске двигателя с пусковым реостатом; частоту вращения якоря при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления, равного $3R_{я}$. Построить естественную и реостатную механические характеристики $n(M)$.

Литература

1. Электротехника / под ред. В. С. Пантюшина. – Москва : Высшая школа, 1976. – 593 с.
2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – Москва : Гардарики, 2007. – 704 с.
3. Борисов, Ю. М. Электротехника. / Ю. М. Борисов [и др.]. – Москва : Энергоиздат, 1985. – 559 с.
4. Касаткин, А. С. Электротехника. / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – Москва : Высшая школа, 1983. – 442 с.
5. Электротехника / под ред. В. Г. Герасимова. – Москва : Высшая школа, 1985. – 768 с.
6. Брускин, Д. Э. Электрические машины и микромашины / Д. Э. Брускин, А. Е. Зохорович, В. С. Хвостов. – Москва : Высшая школа, 1990. – 328 с.
7. Электротехника и основы электроники : методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей высших учебных заведений / Б. П. Соколов, В. Б. Соколов. – Москва : Высшая школа, 1985. – 128 с.
8. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / под ред. П. А. Ионкина. – Москва : Энергоиздат, 1982. – 768 с.
9. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Л. А. Бессонова. – Москва : Высшая школа, 2003. – 528 с.
10. Теоретические основы электротехники : методические указания к выполнению контрольных работ для студентов специальности 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)» заочной формы обучения / А. В. Ильющенко, В. Ф. Куксевич. – Витебск : УО «ВГТУ», 2011. – 43 с.
11. Электрические цепи постоянного и переменного токов : методические указания к выполнению расчетно-графических работ по дисциплине «Теоретические основы электротехники» для студентов специальности 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)» / А. В. Ильющенко, Т. А. Казакова. – Витебск : УО «ВГТУ», 2008. – 25 с.