

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА ДЛЯ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

¹ Мовчан А.А., ¹ Мишустин И.В., ² Машихин А.Е., ³ Саганов Е.Б.

¹ *Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия*

² *Московский государственный университет, Москва, Россия*

³ *Московский авиационный институт (государственный технический университет), Москва, Россия*

movchan47@mail.ru

Постановка и решение краевых и начально-краевых задач термомеханики деформируемого твердого тела для сплавов с памятью формы (СПФ) необходимы для моделирования поведения элементов конструкций, содержащих эти материалы, их проектирования и оптимизации. Во многих коммерческих пакетах прикладных программ (ANSYS, ABACUS, MARC, LS-DYNA и др.) анонсируется возможность решения задач для СПФ, приводятся некоторые результаты решения достаточно сложных задач такого типа, как правило, без их четкой постановки. При этом отсутствуют какие-либо сравнения результатов, получаемых в рамках пакетов программ с аналитическими или численно - аналитическими решениями тестовых задач для неоднородных напряженных состояний, которые могли бы свидетельствовать о достоверности получаемых решений.

Краевые задачи для СПФ являются в высокой степени нелинейными, приводят к необходимости поиска границ между зонами тела, в которых справедливы различные системы нелинейных уравнений. Для решения таких проблем в конечно - элементных пакетах используются различные многоступенчатые итерационные процедуры, при реализации которых необходим выбор параметров сходимости. Результат решения часто зависит от выбора схемы итераций и значений этих параметров. Наличие тестовых решений помогает сделать соответствующий выбор.

В данной работе описывается ряд решений тестовых краевых задач термомеханики для СПФ. Рассмотрение ведется в рамках системы определяющих соотношений модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [1-3]. Решена задача о прямом мартенситном фазовом превращении в толстостенном круговом цилиндре из СПФ, нагруженным постоянным внутренним давлением P и постоянной осевой силой P . Согласно первой из рассмотренных постановок этой задачи, упругими деформациями пренебрегается по сравнению с фазовыми. Во второй постановке упругие деформации учитываются, но считаются несжимаемыми. В рамках обеих постановок считается, что объемная доля мартенситной фазы q не зависит от координат точек цилиндра. Проблема сведена к

системе двух алгебраических уравнений относительно двух функций q , входящих в подынтегральные выражения интегралов, не выражающихся в элементарных функциях. В результате решения установлено, что в рамках первой постановки все кинематические параметры (смещения, деформации) меняются пропорционально q , а напряжения от q не зависят. В случае учета упругих деформаций смещения и деформации с большой степенью точности могут быть аппроксимированы линейными функциями q , значения которых при $q = 0$ соответствуют упругому решению.

В рамках двух критериев рассмотрен вопрос о предельных нагрузках, действующих на цилиндр. Согласно первому критерию, применяемому только для случая пренебрежения упругими деформациями, определяются значения внутреннего давления и осевой силы, соответствующие исчерпанию возможности СПФ деформироваться по фазово-структурному механизму. Показано, что в случае действия только внутреннего давления его предельное величина имеет конечное значение, выражающееся через сходящийся несобственный интеграл. Это значение не зависит от параметра деформативности СПФ (интенсивности кристаллографической деформации фазового превращения) и пропорционально квадратичному уклонению функции распределения интенсивности микронапряжений в представительном объеме материала, являющейся одной из материальных функций модели [1-3]. Предельная нагрузка P^* монотонно возрастает с ростом отношения β внешнего радиуса к внутреннему, причем с ростом β величина P^* асимптотически стремится к постоянному значению. В то же время, при действии только осевой силы, т.е. при однородном напряженном состоянии, ее предельное значение в рамках первого критерия равно бесконечности при любой толщине цилиндра. На плоскости (p, P) построены предельные кривые для одновременного действия осевой силы и внутреннего давления.

Второй критерий предельного состояния отвечает требованию недопущения пластических деформаций, происходящих по дислокационному механизму. Предельные нагрузки по этому критерию являются монотонно возрастающими функциями отношения дислокационного предела текучести к квадратичному уклонению функции распределения интенсивности микронапряжений. При возрастании этого отношения предельные нагрузки второго типа асимптотически стремятся к предельным нагрузкам первого типа. Предельные нагрузки второго типа, определенные с учетом упругих деформаций имеют меньшую величину, чем предельные нагрузки, определенные без учета упругих деформаций.

Аналогичные аналитические решения найдены для толстостенной сферы из СПФ, претерпевающей прямое термоупругое мартенситное превращение под действием постоянного внутреннего давления.

В связанной и несвязанной постановках получено решение задачи о прямом превращении в балке из СПФ, происходящем под действием постоянного изгибающего момента. В рамках модели линейного деформирования СПФ при фазовых превращениях эта задача была ранее решена в [4]. Предполагается, что температура точек тела синхронно убывает во всех точках сечения, не завися от их координат в каждый момент времени. Используется гипотеза плоских сечений для полных деформаций. Установлено, что при решении несвязанной задачи эпюра напряжений не зависит от времени, тогда как при решении задачи в связанной постановке в процессе фазового перехода наблюдается существенное перераспределение напряжений по сечению балки. В конце полного прямого превращения центральные области от нейтральной плоскости и почти до середины высоты сечения почти полностью разгружаются от напряжений, тогда как крайние волокна испытывают существенные перегрузки. Показано, что учет деформаций структурного превращения в данной задаче существенно меняет результат решения для средних значений изгибающего момента.

В связанной и несвязанной постановках решена задача о прямом мартенситном превращении в стержнях из СПФ круглого и кольцевого поперечных сечений, находящихся под действием постоянного крутящего момента. Решение сравнивается с полученным ранее в рамках модели линейного деформирования СПФ при фазовых превращениях [5].

Для задач изгиба и кручения получены выражения предельных значений первого типа для изгибающих и крутящих моментов, которые выражены в виде сходящихся несобственных интегралов.

Работа выполнена при финансовом содействии РФФИ, проект 14-01-00189

1. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Изв. РАН. МТТ. 2010. № 3. С. 118-130.
2. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. Изв. РАН. МТТ. 2011. №2. С. 44-56.
3. Мовчан А.А., Казарина С.А., Мишустин И.В., Мовчан И.А. Деформации и разрушение материалов. 2009. №8. С. 2-9.
4. Мовчан А.А. ПМТФ. 1998. Т. 39, №1. С. 87 - 97.
5. Мовчан А.А. Изв. РАН. МТТ.- 2000.- №6.- С. 143-154.