

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**по выполнению лабораторных работ
для студентов специальности 1-40 05 01-01 «Информационные системы и
технологии (в проектировании и производстве)»**

Витебск
2017

УДК 681.5

Составители: к.т.н., доц. Надёжная Н.Л.,

асс. Соколова А.С.,

ст. преп. Ринейский К.Н.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом УО «ВГТУ»
«26» октября 2016 г., протокол № 8.

Теория автоматического управления: методические указания по выполнению лабораторных работ / сост. Н. Л. Надёжная, А. С. Соколова, К. Н. Ринейский. - Витебск : УО "ВГТУ", 2017. - 52 с.

Методические указания содержат материал, необходимый для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Теория автоматического управления».

Предназначены для студентов дневной и заочной на базе ссуз форм обучения специальности 1-40 05 01-01 «Информационные системы и технологии (в проектировании и производстве)».

УДК 681.5

© УО "ВГТУ", 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1 ЗНАКОМСТВО С ПРОГРАММОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ VISSIM	4
Лабораторная работа № 2 ПОНЯТИЕ О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ.....	13
Лабораторная работа № 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ	18
Лабораторная работа № 4 ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОКОНТУРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	22
Лабораторная работа № 5 КОРРЕКЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	31
Лабораторная работа № 6 ПРОХОЖДЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА ЧЕРЕЗ НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭЛЕМЕНТ	36
Лабораторная работа № 7 ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ.....	42
Лабораторная работа № 8 ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ	45

Лабораторная работа № 1

ЗНАКОМСТВО С ПРОГРАММОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ VISSIM

Цель работы: знакомство с назначением, интерфейсом, принципами построения моделей и основными блоками (виртуальными моделями реальных устройств и их элементов) программы VisSim.

Основные сведения

1.1 Основные блоки VisSim

Программа VisSim предназначена для построения, исследования и оптимизации виртуальных моделей физических и технических объектов, в том числе и систем управления.

Модели систем и объектов в программе VisSim строятся из отдельных элементов – блоков. Блок – это виртуальный аналог физического элемента реальной системы.

Блоки VisSim можно условно разделить на три основных категории и одну дополнительную:

- блоки, имеющие только выход: генераторы;
- блоки, имеющие вход и выход: преобразователи;
- блоки, имеющие только вход: индикаторы;
- блоки без входов и выходов: надписи, комментарии и др.

Важным компонентом модели является **соединительная линия** – виртуальный аналог физического соединения элементов, передающего сигналы от одного элемента к другому. Соединительные линии в VisSim однонаправленные, передают сигналы с выхода одного блока к входу другого.

1.1.1 Генераторы

Генераторы – это блоки, имеющие только выход.

Генераторы вырабатывают изменяющиеся во времени или постоянные сигналы.

Примерами таких блоков в VisSim являются блоки:

const (константа) – генератор постоянного сигнала, величина которого не меняется в процессе работы модели $x \Leftarrow a$;

step (ступенька) – генератор сигнала, описываемого ступенчатой функцией $x \Leftarrow a \cdot 1$;

ramp (спуск, подъем) – генератор линейно нарастающего сигнала $x \Leftarrow at$;

parabola (парабола) – генератор сигнала, описываемого квадратичной функцией $x \Leftarrow at^2$;

sinusoid (синусоида) – генератор гармонического сигнала $x \Leftarrow a \sin(\omega t + \varphi_0)$;

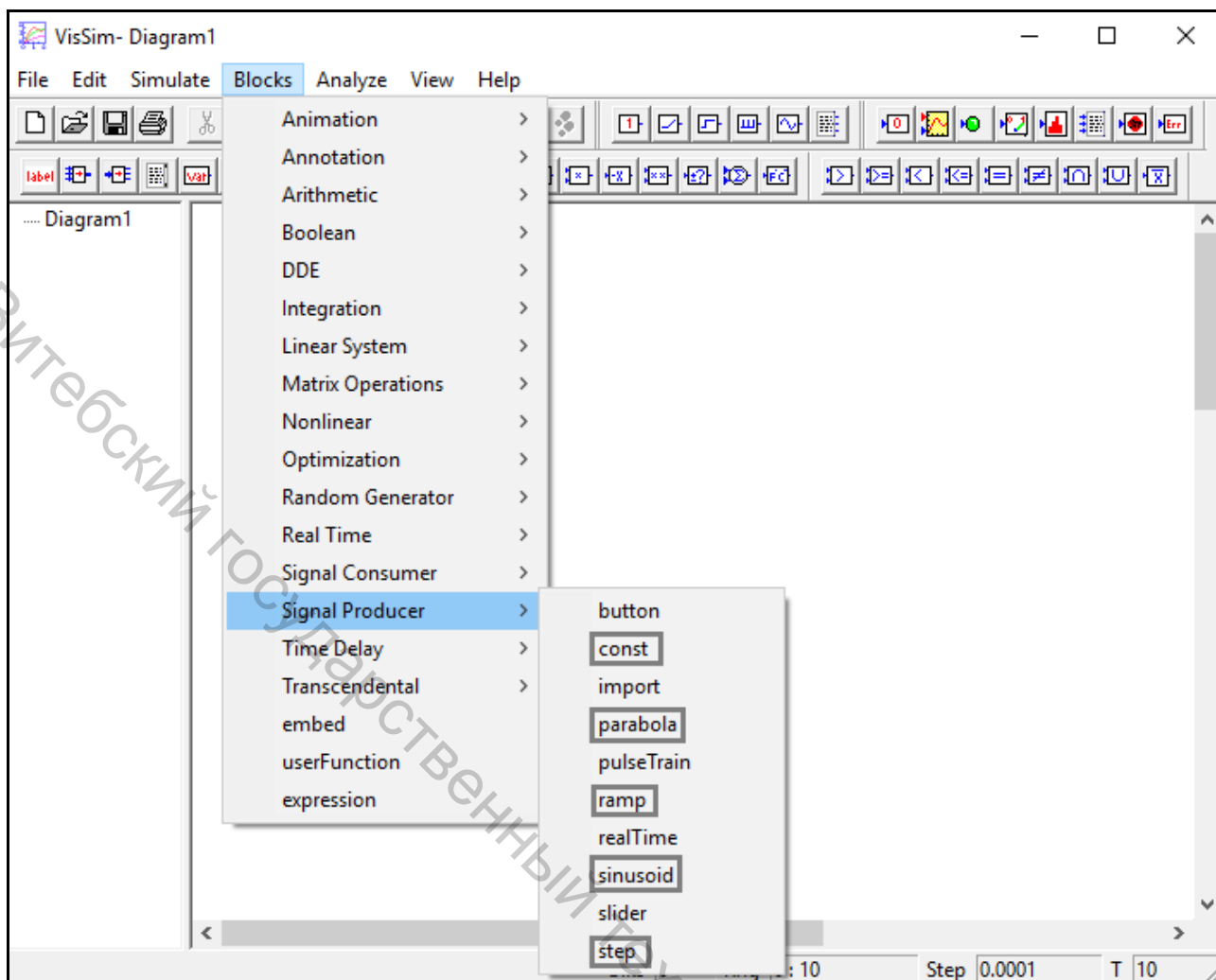


Рисунок 1.1 – Важные блоки-генераторы программы VisSim

1.1.2 Преобразователи

Преобразователи – это блоки, имеющие входы и выходы.

Блоки-преобразователи способны воспринимать воздействия от других блоков, преобразовывать их в соответствии с определенными уравнениями или правилами и выдавать преобразованный сигнал (отклик, реакцию блока) на выход.

Важнейшие блоки для моделирования линейных систем:

transferFunction – блок позволяет создавать модели как простых, так и очень сложных элементов линейных систем и систем в целом по их передаточной функции. Вызывается путем выбора: **Blocks** → **Linear System** → **transferFunction**;

integrator – блок интегратора, осуществляющий интегрирование входного сигнала по времени. Передаточная функция блока – $W(s) = \frac{1}{s}$.

Вызывается путем выбора: **Blocks** → **Integration** → **integrator**;

timeDelay – блок, реализующий звено запаздывания. Передаточная функция – $W(s) = e^{-s\tau}$. Вызывается путем выбора: **Blocks** → **Time Delay** → **timeDelay**;

gain – усилитель. Вызывается путем выбора: **Blocks** → **Arithmetic** → **gain**;

summingJunction – сумматор двух и более сигналов, его выходной сигнал равен алгебраической сумме входных. Вызывается путем выбора: **Blocks Arithmetic** → **summingJunction**.

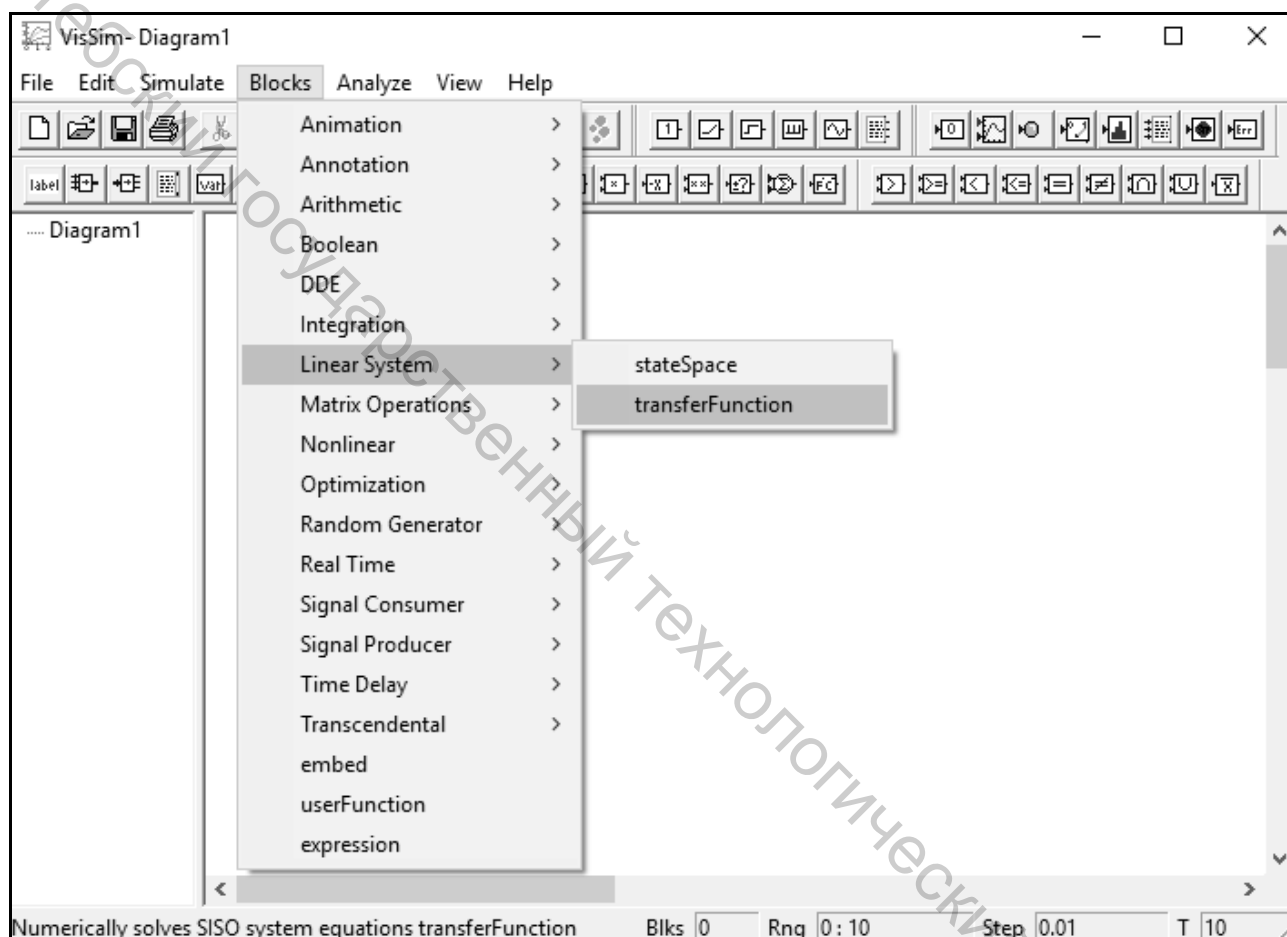


Рисунок 1.2 – Меню для вызова блока **transferFunction**

Блок **transferFunction** является важнейшим при моделировании САУ. Рассмотрим, каким образом задаются параметры данного блока.

Допустим, задана передаточная функция в виде:

$$W(s) = K \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}, \quad (1.1)$$

где K – коэффициент усиления; a_i, b_j – коэффициенты полиномов знаменателя и числителя передаточной функции соответственно.

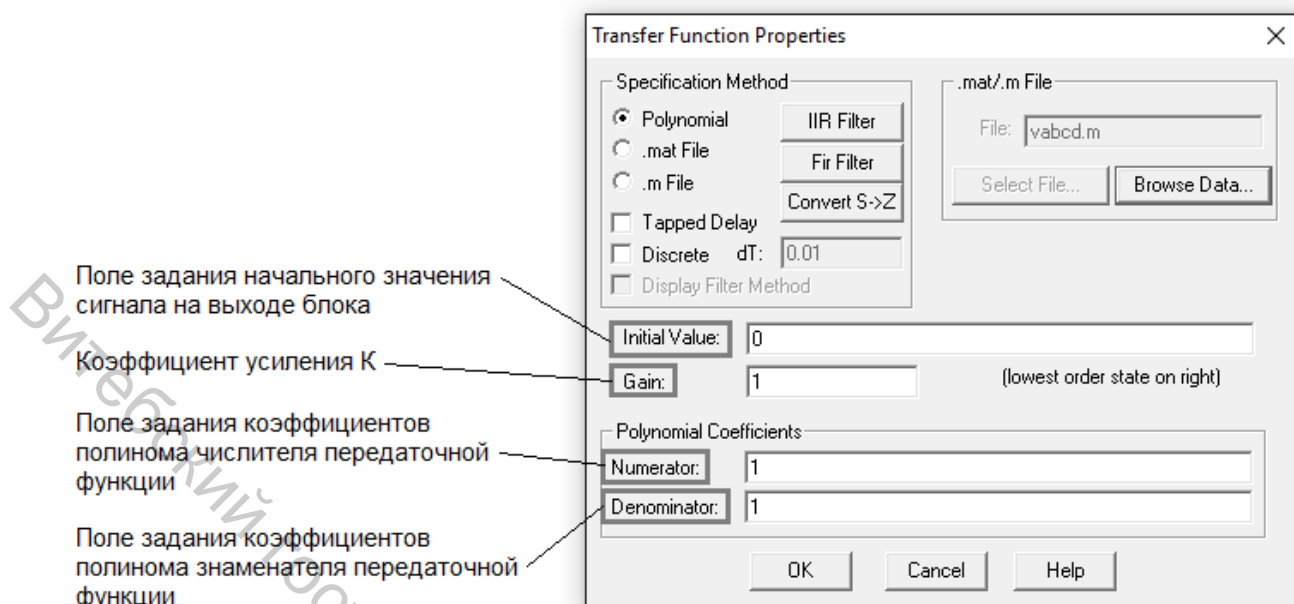


Рисунок 1.3 – Окно свойств блока **transferFunction**

Для задания данной передаточной функции в VisSim необходимо соблюдать следующие *правила*:

1. В поле **Gain** вводится значение коэффициента усиления K .
2. В поле **Numerator** вводятся *через пробел* коэффициенты полинома числителя передаточной функции в направлении убывания степени s . В нашем случае в данное поле вводятся коэффициенты $b_m b_{m-1} \dots b_1 b_0$.

3. В поле **Denominator** вводятся *через пробел* коэффициенты полинома знаменателя передаточной функции в направлении убывания степени s . В нашем случае в данное поле вводятся коэффициенты $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$.

4. Поле **Initial Value** заполняется в случае, если заданы ненулевые начальные условия.

Примечание: в VisSim с помощью блока **transferFunction** можно промоделировать только передаточные функции, представляющие правильную дробь, т. е. дробь, в которой степень полинома числителя меньше или равна степени полинома знаменателя ($m \leq n$). При попытке задать передаточную функцию, где $m > n$, программа выдаст ошибку.

Пример:

Задана передаточная функция:

$$W(s) = 10 \frac{2s + 1}{s^3 + 5s^2 + 3s}.$$

Запишем коэффициенты передаточной функции:

- коэффициент усиления $K = 10$;
- полином числителя первого порядка, т.е. вида: $b_1 s + b_0$, где $b_1 = 2$; $b_0 = 1$;

– полином знаменателя третьего порядка, т. е. вида: $a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0$, где $a_3 = 1$; $a_2 = 5$; $a_1 = 3$; $a_0 = 0$.

Окно задания свойств представлено на рисунке (1.4).

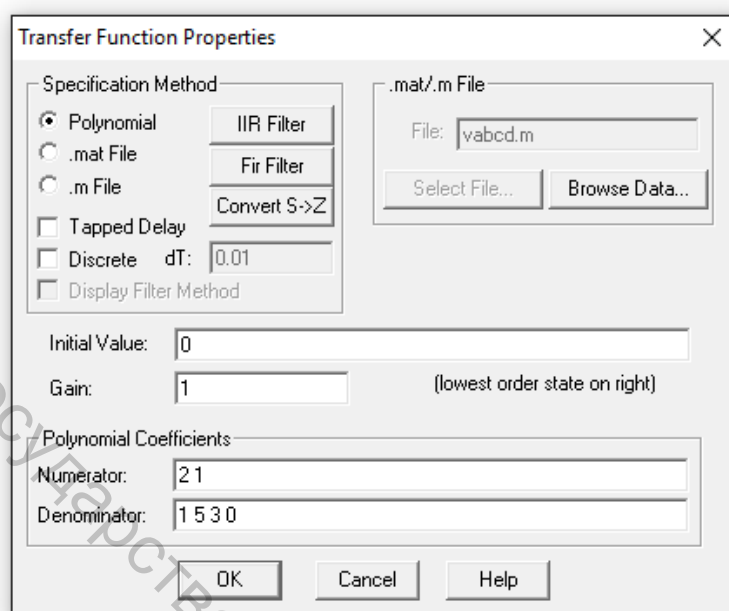


Рисунок 1.4 – Задание свойств блока **transferFunction**

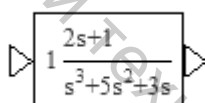


Рисунок 1.5 – Вид блока **transferFunction** после задания параметров

Блок **gain** имеет один параметр – коэффициент усиления (рисунок 1.6).

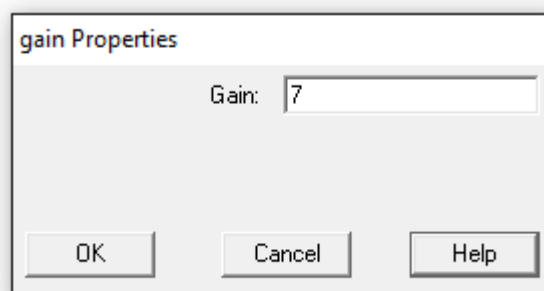


Рисунок 1.6 – Окно свойств блока **gain**



Рисунок 1.7 – Вид блока **gain**

Если необходимо *развернуть* какой-либо блок на диаграмме VisSim, следует выделить данный элемент и нажать на клавиатуре сочетание **Ctrl** + **←**.

Блок **summingJunction** предназначен для задания в модели элемента, выполняющего функции суммирования или вычитания сигналов на его входах. После размещения на диаграмме блок имеет вид, представленный на рисунке 1.8.



Рисунок 1.8 – Вид блока **summingJunction**

При моделировании САУ зачастую необходимо изменить знак на одном или нескольких входах сумматора и добавить или удалить количество входов.

Замена знака на сумматоре производится следующим образом. Наводится курсор мыши на вход сумматора, знак которого нужно изменить, удерживается клавиша **Ctrl** и производится щелчок левой клавишей мыши по соответствующему входу.

Если необходимо *добавить или удалить входы* у сумматора, следует нажать на соответствующие кнопки на панели инструментов (рисунок 1.9).

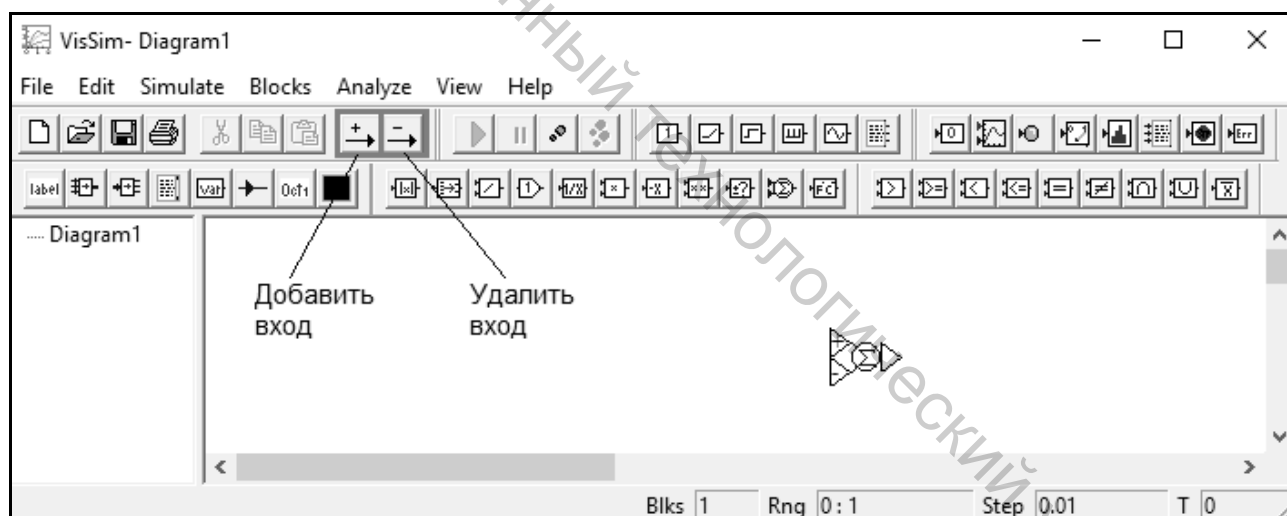


Рисунок 1.9 – Кнопки добавления и удаления входов у сумматора

1.1.3. Индикаторы

Индикаторы – это блоки, имеющие только вход.

Индикаторы программы VisSim предназначены для отображения сигналов в форме удобной и привычной для исследователя.

Важнейшими индикаторами являются блоки:

- осциллограф – **plot**;
- цифровой индикатор – **display**.

Блоки индикации вызываются путем выбора пунктов меню **Blocks** → **Signal Consumer** → **plot (display)**.

Виртуальный осциллограф (**plot**) представляет собой окно, похожее на экран осциллографа, в котором изображается зависимость наблюдаемых сигналов от времени (рисунок 1.10). На боковой стороне осциллографа помещены условные изображения входов, к которым могут быть подключены выходы других блоков диаграммы для наблюдения поведения их сигналов в зависимости от времени. В VisSim 3.0 на одном блоке **plot** можно наблюдать от 1 до 4 сигналов, изменяющихся во времени.

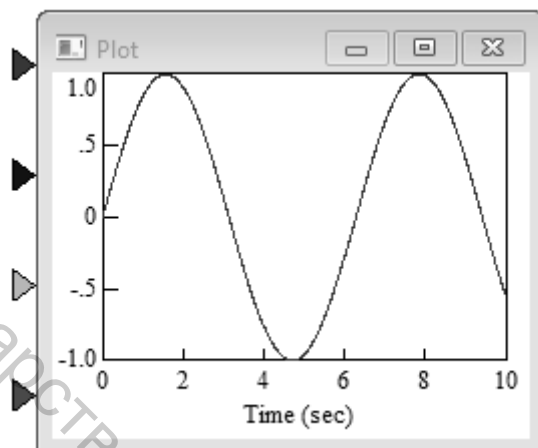


Рисунок 1.10 – Виртуальный осциллограф (plot)

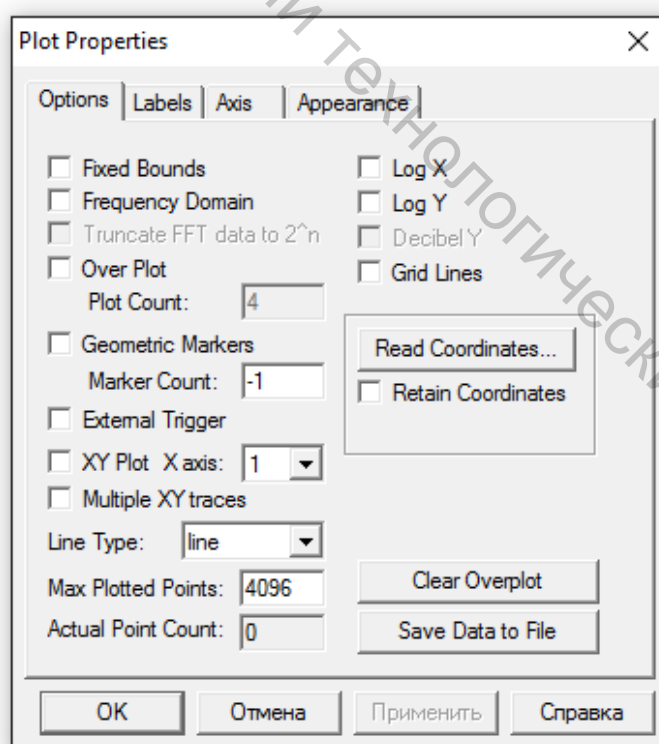


Рисунок 1.11 – Окно параметров блока **Plot**

Внешний вид графика можно изменить, задавая параметры блока **Plot**. Параметр **Fixed Bounds** (вкладка **Options**) определяет, изменяет ли VisSim

границы графической шкалы для отображения входного сигнала, выходящего за границы диапазона, или отсекает значения сигнала вне заданных графических пределов. При отключенном параметре, VisSim установит пределы автоматически.

Параметр **Grid Lines** (вкладка **Options**) определяет, появляется ли координатная сетка на графиках.

Параметр **Title** (вкладка **Labels**) устанавливает заголовок графика до 80 символов. Графики первоначально идут без заглавия.

Параметры **X Label** и **Y Label** (вкладка **Labels**) устанавливают метки оси до 80 символов. По умолчанию ось *Y* не помечена. Метка по умолчанию для оси *X* – Time, с.

Параметры **X Upper Bound** и **X Lower Bound** (вкладка **Axis**) устанавливают максимальную и минимальную границы диапазона значений по оси *X*. Параметры **Y Upper Bound** и **Y Lower Bound** – максимальную и минимальную границы диапазона значений по оси *Y*.

Для изменения цвета фона и линий сетки блока **Plot** необходимо на вкладке **Appearance** выбрать необходимые цвета (параметры **Background** и **Foreground**) и установить флажок **Override default colors**.

1.1.4. Линии связи

Создание линий связи производится левой кнопкой мыши. Чтобы соединить два расположенных на диаграмме блока, необходимо подвести мышь к выходу одного блока. Как только курсор превратится в стрелку вида ↑, нажать левую кнопку. Далее, удерживая кнопку нажатой, подвести мышь ко входу второго блока.

Для *разрыва* линий связи необходимо навести мышь на начало (или конец) линии, нажать левую кнопку, немного отодвинуть мышь от блока и отпустить кнопку. Линия должна исчезнуть.

Для формирования направления линии связи в VisSim имеется блок **wirePositioner**. Этот блок позволяет располагать связи с минимальными нагромождениями на экране. Вызывается: **Blocks** → **Annotation** → **wirePositioner**.

1.2 Принципы управления моделью и получения результатов моделирования

Построенную модель следует запустить в работу, щелкнув по кнопке **Go**. В результате работы модели выходные сигналы блоков начнут изменяться, их величины просматривают на виртуальном осциллографе и других индикаторах. Параметры некоторых сигналов и блоков исследователь может изменять в процессе работы модели, другие параметры можно изменить, остановив процесс работы модели. Продолжительность работы модели можно задавать до ее запуска, можно и прерывать работу модели по желанию исследователя.

Параметры работы модели задаются в меню **Simulate** → **Simulation Properties...** (рисунок 1.12).

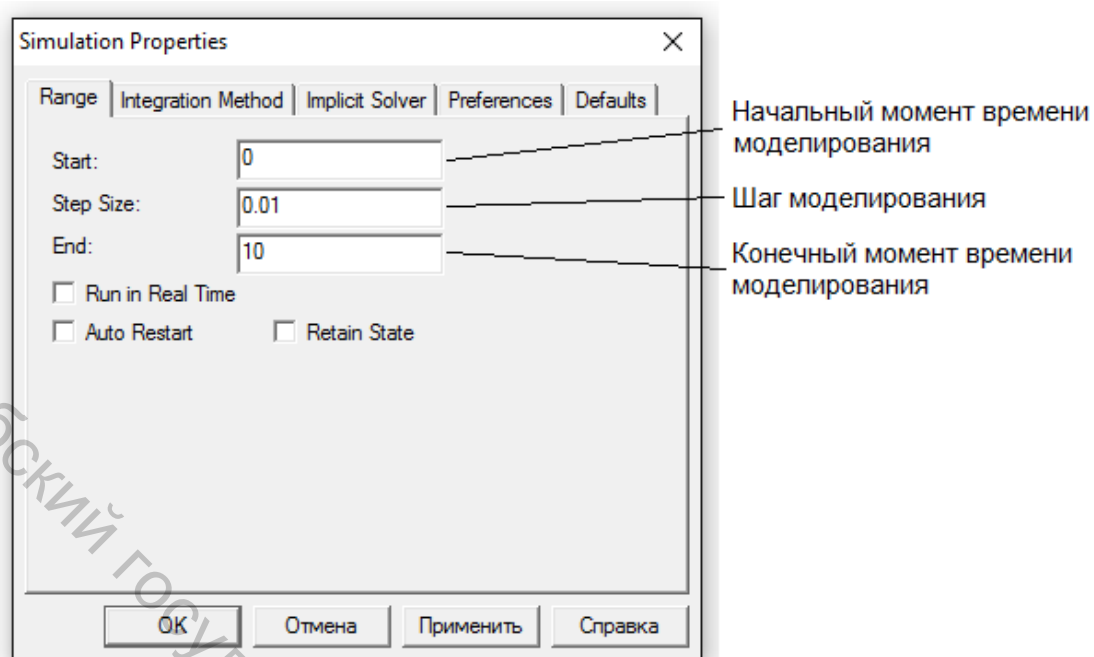


Рисунок 1.12 – Окно настройка параметров работы модели

Порядок выполнения лабораторной работы

Задание 1. Промоделировать следующие виды сигналов в VisSim:

- 1) $x(t) = 1$
- 2) $x(t) = a \cdot 1$
- 3) $x(t) = at$
- 4) $x(t) = at \pm b$
- 5) $x(t) = at^2$
- 6) $x(t) = at^2 \pm b$
- 7) $x(t) = at^2 + bt + c$
- 8) $x(t) = a \sin \omega t$
- 9) $x(t) = a \cos \omega t$
- 10) $x(t) = a \sin \omega t + \varphi_0$

Значения коэффициентов по вариантам заданы в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Значения коэффициентов

Вариант	a	b	c	ω	$\varphi_0, ^\circ$
1	2,4	5	2	0,5	30
2	1,7	2	3	0,8	60
3	2,5	6	4	1,2	45
4	3,6	9	6	2,5	-30
5	4	8	2	2	-45
6	3	4	3	0,9	-60
7	2	3	8	3	30
8	4,5	7	4	2,5	-45
9	1,5	2	3	3	-60
10	3,2	9	1,5	0,7	-30
11	5	3	7	1,4	60
12	1,9	5	3	2,2	45
13	2,7	4	0,5	1,9	30
14	4,1	2	9	3,2	60
15	3,8	6	5	0,4	-45

Промоделировать сигнал из п.10 при шаге моделирования: 1; 0,1, 0,01, 0,001 с.

Задание 2. Задать с помощью блока **transferFunction** передаточные функции следующих видов:

1) $W(s) = \frac{1}{s}$;

2) $W(s) = \frac{2}{s}$;

3) $W(s) = \frac{8(s+1)}{s}$;

4) $W(s) = \frac{5(s+1)}{2s+1}$;

5) $W(s) = \frac{4(s+1)}{s(s+1)}$;

6) $W(s) = \frac{10}{3s^2 + 0,5s + 1}$;

7) $W(s) = \frac{4(s+1)}{(s+1)(s+1)}$;

8) $W(s) = \frac{10}{(s+1)(s+1)(0,5s+1)}$

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные блоки VisSim, используемые для моделирования линейных систем.
2. Как задать передаточную функцию элемента системы в VisSim?
3. Как изменить шаг моделирования в VisSim?

Лабораторная работа № 2

ПОНЯТИЕ О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ

Цель работы: знакомство с понятием математической модели, передаточной функции и комплексного коэффициента передачи, а также приобретение навыков создания простейших моделей.

Основные сведения

Динамический объект – это физическое тело, техническое устройство или процесс, имеющее входы – точки возможного приложения внешних воздействий, и воспринимающие эти воздействия, и выходы – точки, значения физических величин, в которых характеризуют состояние объекта. Объект способен реагировать на внешние воздействия изменением своего внутреннего состояния и выходных величин, характеризующих его состояние. И воздействие на объект, и его реакция в общем случае изменяются с течением времени, они наблюдаемы, т. е. могут быть измерены соответствующими приборами. Объект имеет внутреннюю структуру, состоящую из взаимодействующих динамических элементов.

Воздействием на объект может быть некоторая физическая величина: сила, температура, давление, электрическое напряжение и другие физические величины или совокупность нескольких величин, а реакцией, откликом объекта на воздействие, может быть движение в пространстве, например, смещение или скорость, изменение температуры, силы тока и др.

Математическая модель – это эквивалент динамического объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства – законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т. д.

Одним из способов задания математической модели объекта является составление дифференциальных уравнений, описывающих в динамике процесс преобразования входных величин объекта в выходные. При составлении дифференциального уравнения каждого элемента необходимо, прежде всего, выявить физический закон, определяющий его поведение. Математическое выражение соответствующего физического закона и является исходным дифференциальным уравнением данного элемента автоматической системы.

Математическим аппаратом, позволяющим представлять дифференциальные уравнения в виде степенных алгебраических уравнений, является преобразование Лапласа. Преобразование Лапласа позволяет ввести некоторую обобщенную модель объекта или системы в виде передаточной функции $W(s)$.

Передаточная функция представляет собой отношение изображений по Лапласу выходного сигнала элемента САУ (объекта, системы в целом) к изображению по Лапласу входного сигнала при нулевых начальных условиях.

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}, \quad (2.1)$$

где a_i, b_j – числовые коэффициенты полинома знаменателя и числителя соответственно; s – оператор Лапласа; $Y(s)$ – изображение по Лапласу выходного сигнала объекта; $X(s)$ – изображение по Лапласу входного сигнала объекта.

При подаче на вход звена гармонического сигнала $A \sin(\omega t + \varphi)$ или $A \cos(\omega t + \varphi)$ на его выходе после завершения переходного процесса также наблюдаются колебания.

Частотные свойства звена определяются *комплексным коэффициентом передачи*:

$$W(j\omega) = \frac{A_{вых} e^{j\varphi_1}}{A_{вх} e^{j\varphi_2}} = \frac{A_{вых}}{A_{вх}} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = A e^{j\varphi}, \quad (2.2)$$

который представляет собой отношение комплексных значений сигналов на выходе и на входе звена при подаче на вход гармонического сигнала.

Для перехода от передаточной функции к выражению комплексного коэффициента передачи производят замену преобразования Лапласа преобразованием Фурье. При нулевых начальных условиях это выражается простой заменой оператора s на $j\omega$.

Дифференциальное уравнение записывают по уравнению в изображениях, заменой оператора s на $\frac{d}{dt}$.

При нулевых начальных условиях уравнение звена в изображениях, соответствующее передаточной функции (2.1) записывается в виде:

$$\left[s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 \right] Y \Leftarrow \left[s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0 \right] X \Leftarrow \quad (2.3)$$

Обычно принято все члены уравнения (2.3) делить на свободный член – коэффициент a_0 , тогда уравнение записывают таким образом:

$$\left[T_{n-1} \dots T_1 s^n + T_{n-1} \dots T_1 s^{n-1} + \dots + T_1 s + 1 \right] Y \Leftarrow K \left[T'_{m-1} \dots T'_1 s^m + T'_{m-1} \dots T'_1 s^{m-1} + \dots + T'_1 s + 1 \right] X \Leftarrow \quad (2.4)$$

где $K = \frac{b_0}{a_0}$ – коэффициент усиления; T_i , T'_j – постоянные коэффициенты, обычно имеющие размерность времени:

$$T_1 = \frac{a_1}{a_0}, T_2 = \frac{a_2}{a_1}, \dots, T_n = \frac{a_n}{a_{n-1}}, T'_1 = \frac{b_1}{b_0}, T'_2 = \frac{b_2}{b_1}, \dots, T'_m = \frac{b_m}{b_{m-1}}.$$

Пример:

Записать передаточную функцию, комплексный коэффициент и дифференциальное уравнение для RC -цепочки (входная величина – напряжение на входе $U_{вх}$, выходная величина – выходное напряжение $U_{вых}$) (рисунок 2.1).

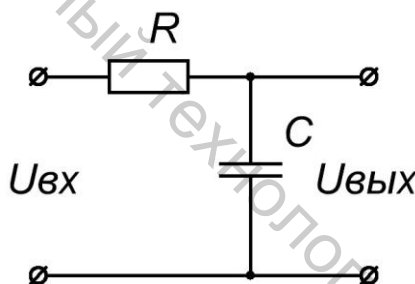


Рисунок 2.1 – Схема RC -цепочки

По закону Ома:

$$U_{вх} \Leftarrow Z_{вх} \Leftarrow I \Leftarrow$$

$$U_{вых} \Leftarrow Z_{вых} \Leftarrow I \Leftarrow$$

Передаточная функция цепочки:

$$W \Leftarrow \frac{U_{вых} \Leftarrow}{U_{вх} \Leftarrow} = \frac{Z_{вых} \Leftarrow I \Leftarrow}{Z_{вх} \Leftarrow I \Leftarrow} = \frac{Z_{вых} \Leftarrow}{Z_{вх} \Leftarrow}.$$

Запишем входное и выходное сопротивления цепи в комплексной форме:

$$Z_{вх} \Leftarrow R + \frac{1}{sC} = \frac{sRC + 1}{sC};$$

$$Z_{\text{ex}} \stackrel{\text{с}}{=} \frac{1}{sC}.$$

Тогда передаточная функция цепочки

$$W \stackrel{\text{с}}{=} \frac{Z_{\text{вх}}}{Z_{\text{ex}}} = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{sRC+1}{sC}} = \frac{1}{sRC+1}.$$

Обозначим $RC = T$:

$$W \stackrel{\text{с}}{=} \frac{1}{Ts+1}.$$

Для перехода к комплексному коэффициенту передачи форме Лапласа заменяем оператор s на $j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega+1}.$$

По передаточной функции запишем уравнение в изображениях:

$$W \stackrel{\text{с}}{=} \frac{U_{\text{вх}}}{U_{\text{ex}}} = \frac{1}{Ts+1} \rightarrow$$

$$U_{\text{вх}} \stackrel{\text{с}}{=} [Ts+1] U_{\text{ex}}$$

Получаем дифференциальное уравнение по уравнению в изображениях путем замены оператора s на $\frac{d}{dt}$:

$$T \frac{dU_{\text{вх}}}{dt} + U_{\text{вх}} = U_{\text{ex}}$$

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Записать передаточную функцию для RC -цепочки согласно своему варианту (рисунок 2.2).
2. По полученной передаточной функции записать выражение комплексного коэффициента передачи и дифференциальное уравнение.

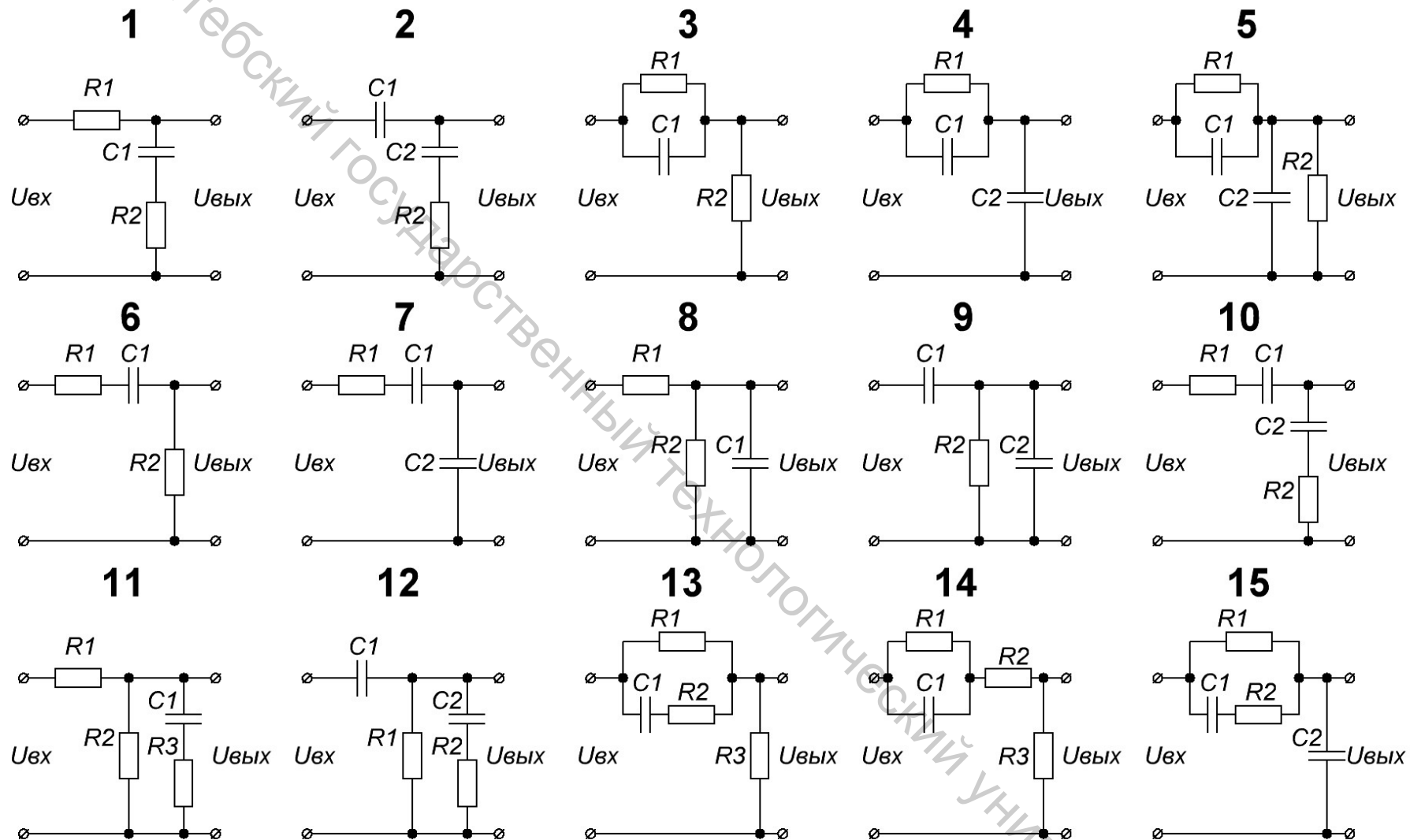


Рисунок 2.2 – Схемы RC-цепочек

Контрольные вопросы

1. Что такое математическая модель?
2. Что такое передаточная функция, комплексный коэффициент передачи?
3. Как по передаточной функции системы записать ее дифференциальное уравнение и наоборот?

Лабораторная работа № 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

Цель работы: исследовать переходные процессы идеально-интегрирующего и апериодического первого порядка звеньев.

Основные сведения

Анализ САУ удобно вести по эквивалентным структурным схемам, которые представляют собой соединение типовых динамических звеньев. Под *типовым динамическим звеном* в ТАУ понимается часть САУ, описываемая в динамике алгебраическим или дифференциальным уравнением не выше 2-го порядка. Вид уравнения и определяет название звена. Зная правила преобразования структурных схем, определяют эквивалентную передаточную функцию системы и уравнение динамики системы.

Линейные динамические звенья принято классифицировать по виду уравнения динамики: на простейшие (безинерционное, идеально-дифференцирующее, идеально-интегрирующее), звенья 1-го и звенья 2-го порядка.

Таблица 3.1 – Передаточные функции основных типовых динамических звеньев

№	Передаточная функция	Название
1	2	3
1	$W(s) = K$	Усилитель (безынерционное звено)
2	$W(s) = \frac{K}{s} = \frac{1}{T_I s}$	Идеальное интегрирующее звено
3	$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}$	Инерционное (апериодическое 1-го порядка) звено
4	$W(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$	Реальное интегрирующее звено
5	$W(s) = \frac{K(s + 1)}{s}$	Изодромное звено
6	$W(s) = K(s + 1)$	Форсирующее звено
7	$W(s) = T_D s$	Идеальное дифференцирующее звено

Окончание таблицы 3.1

1	2	3
8	$W(s) = \frac{Ks}{Ts + 1}$	Реальное дифференцирующее звено
9	$W(s) = \frac{K(s + 1)}{T_2s + 1}$	Инерционно-форсирующее звено
10	$W(s) = \frac{K}{(s + 1)(s + 1)}$	Апериодическое звено 2-го порядка
11	$W(s) = \frac{K}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}$, при $0 < \xi < 1$	Колебательное звено
12	$W(s) = \frac{K}{T^2s^2 + 1}$	Консервативное звено
13	$W(s) = e^{-s\tau}$	Звено запаздывания

При подаче на вход типового звена регулярных сигналов можно определить его реакцию на данный вид сигнала. Наиболее распространенные регулярные сигналы:

- $1(t)$ – единичное ступенчатое воздействие;
- $\delta(t)$ – единичный импульс;
- at – линейно нарастающий сигнал;
- $\frac{at^2}{2}$ – сигнал с постоянным ускорением;
- $A \sin \omega t$ – синусоидальный сигнал.

Реакция звена (системы) на единичный ступенчатый сигнал $1(t)$ называется *переходной характеристикой* $h(t)$; реакция на $\delta(t)$ – *функцией веса* или *импульсной переходной характеристикой* $\omega(t)$.

$$\omega(t) = \frac{dh(t)}{dt}, \text{ т. к. } \delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}.$$

$h(t)$ и $\omega(t)$ являются *временными характеристиками* звена или системы.

Важную роль при описании линейных систем играют *частотные характеристики*, отражающие реакцию объекта на гармонический сигнал.

Частотные характеристики могут быть легко получены, если известен комплексный коэффициент передачи:

$$W(j\omega) = A(j\omega) e^{j\varphi(\omega)}. \quad (3.1)$$

$$A(\omega) = \frac{A_{\text{вых}}(\omega)}{A_{\text{вх}}(\omega)}$$

показывает отношение амплитуд сигналов на выходе и входе элемента в зависимости от частоты.

$\varphi(\omega) = \varphi_{\text{вых}}(\omega) - \varphi_{\text{вх}}(\omega)$ показывает разность фаз сигналов на выходе и входе элемента в зависимости от частоты.

$W(j\omega)$ можно записать в алгебраической форме:

$$W(j\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega) + j \operatorname{Im} W(j\omega) \quad (3.2)$$

Зависимость $A(\omega)$ называется *амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)*, а $\varphi(\omega)$ – *фазочастотной характеристикой (ФЧХ)*.

При изменении частоты входного сигнала от 0 до ∞ можно исследовать спектр входного и выходного сигналов, т. е. получить *амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ)* – траекторию движения конца вектора комплексного коэффициента передачи $W(j\omega)$, при изменении частоты от 0 до ∞ .

Действительная часть амплитудно-фазовой характеристики $\operatorname{Re} W(j\omega)$ называется *вещественной частотной характеристикой (ВЧХ)*, мнимая часть $\operatorname{Im} W(j\omega)$ – *мнимой частотной характеристикой (МЧХ)*.

Вместо АЧХ чаще строят *логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ)*, представляющую собой зависимость $20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg |G(j\omega)|$ от $\lg \omega$.

Порядок выполнения лабораторной работы

Задание 1. Исследование интегрирующего звена.

1. Собрать в программе VisSim интегрирующее звено.
2. Задавая различные значения K , построить несколько переходных характеристик. Определить графически по всем полученным характеристикам значения постоянной времени интегрирующего звена T_{II} .
3. Исследовать влияние на переходной процесс начальных условий. Получить графики при различных начальных условиях. Начальные условия выбирать в интервале от -1 до 1.
4. Подать на вход системы гармонический сигнал. Получить графики для различных значений частот (от 0,1 рад/с до 100 рад/с, соседние значения частот должны отличаться примерно в 5 раз). Объяснить изменение характеристик при изменении частоты. Записать аналитическое выражение $W(j\omega)$ и $\varphi(\omega)$.

Задание 2. Исследование апериодического звена.

1. Реализовать передаточную функцию апериодического звена $W(s) = \frac{K}{Ts + 1}$ с помощью блока **transferFunction**. Значения K и T взять из таблицы 3.2 в соответствии с номером варианта.
2. Изменяя коэффициенты K и T в схемах, исследовать их влияние на переходной процесс.
3. Исследовать влияние на график начальных условий. При выборе начальных условий учитывать рекомендации п. 3 для интегрирующего звена.

Таблица 3.2 – Значения K и T для апериодического и реально-дифференцирующего звена

№ варианта	K	T	№ варианта	K	T	№ варианта	K	T
1	5	1	6	4	0,2	11	8	0,4
2	2	0,1	7	5	2	12	2,5	0,3
3	3	1,5	8	2,5	0,8	13	7,5	0,75
4	10	3	9	6	0,25	14	2	1
5	7	0,5	10	1,5	0,3	15	4	0,5

Задание 3. Исследование реально-дифференцирующего звена

1. Реализовать реально-дифференцирующее звено $W(s) = \frac{Ks}{Ts + 1}$ с помощью блока **transferFunction**. Значения K и T взять из таблицы 3.2 в соответствии с номером варианта.
2. Исследовать влияние на переходной процесс K и T .
3. Исследовать влияние на переходной процесс начальных условий.

Задание 4. Исследование инерционно-форсирующего звена

1. Реализовать передаточную функцию инерционно-форсирующего звена $W(s) = \frac{K(s+1)}{T_2s+1}$ с помощью блока **transferFunction**. Значения постоянных времени и коэффициента передачи взять из таблицы 3.3 в соответствии с номером варианта.

Таблица 3.3 – Значения параметров передаточной функции инерционно-форсирующего звена

№ варианта	K	T_1	T_2	№ варианта	K	T_1	T_2	№ варианта	K	T_1	T_2
1	3	2	0,1	6	5	6	0,6	11	7,5	9	1
2	0,8	5	0,4	7	12	7	0,8	12	3	5	0,7
3	2	4	0,5	8	6	5	1	13	0,5	3	0,1
4	4	1	0,2	9	9	3	0,3	14	2	6	0,8
5	0,9	0,5	0,02	10	1,5	5	0,9	15	5	8	1,2

2. Изменяя коэффициент K и постоянные времени T_1 , T_2 в схеме, исследовать их влияние на переходной процесс.
3. Исследовать влияние на переходной процесс начальных условий.
4. Получить переходные характеристики в случаях, когда $T_2 > T_1$ и $T_1 > T_2$.

Контрольные вопросы

1. Что такое типовое динамическое звено?
2. Что такое переходная характеристика, импульсная переходная характеристика?
3. Передаточные функции типовых динамических звеньев.

Лабораторная работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОКОНТУРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: исследовать переходные процессы в линейных одноконтурных системах.

Основные сведения

Системой автоматического управления (регулирования) называют систему, включающую в себя управляющее устройство (регулятор) и объект управления.

Если задана структурная схема системы, можно записать передаточные функции, воспользовавшись правилами преобразования структурных схем. Каждая передаточная функция – это отношение изображений Лапласа некоторых сигналов:

$W_{раз} \triangleq \frac{Y(s)}{E(s)}$ – передаточная функция системы в разомкнутом состоянии

представляет собой отношение изображения выходного сигнала к изображению ошибки;

$W_{зам} \triangleq \frac{Y(s)}{G(s)}$ – передаточная функция системы в замкнутом состоянии

(эквивалентная) – отношение изображения выходного сигнала к изображению входного;

$W_{eg} \triangleq \frac{E(s)}{G(s)}$ – передаточная функция ошибки относительно входного

воздействия – отношение изображения ошибки к изображению входного сигнала;

$W_{fy} \triangleq \frac{Y(s)}{F(s)}$ – передаточная функция системы относительно возмущения –

отношение изображения выходного сигнала к изображению возмущения.

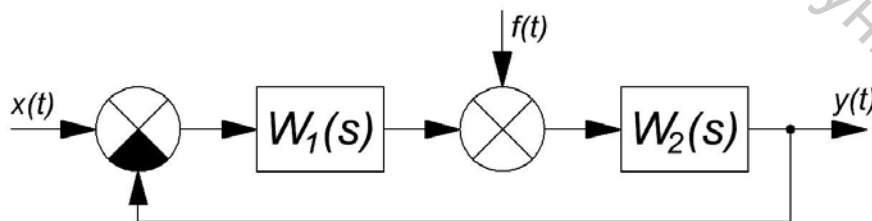


Рисунок 4.1 – Пример структурной схемы

Для системы на рисунке 4.1:

$$W_{раз} = \frac{Y}{E} = W_1 \cdot W_2 \quad (4.1)$$

$$W_{зам} = \frac{Y}{G} = \frac{W_{ny}}{1 + W_{раз}} = \frac{W_1 \cdot W_2}{1 + W_1 \cdot W_2} \quad (4.2)$$

$$W_{eg} = \frac{E}{G} = 1 - W_{зам} = \frac{1}{1 + W_{раз}} = \frac{1}{1 + W_1 \cdot W_2} \quad (4.3)$$

$$W_{fy} = \frac{Y}{F} = \frac{W_f}{1 + W_{раз}} = \frac{W_2}{1 + W_1 \cdot W_2} \quad (4.4)$$

где W_{ny} – передаточная функция прямой цепи; W_f – передаточная функция элементов, стоящих после точки приложения возмущения.

При анализе систем автоматического управления и регулирования дают характеристику по следующим признакам:

1. По принципу построения (разомкнутые, замкнутые или комбинированные).
2. По видам уравнений динамики процессов управления (линейные или нелинейные).
3. По характеру действующих в системе сигналов (непрерывные или дискретные).
4. По количеству контуров управления (одноконтурные или многоконтурные).
5. По наличию статической ошибки в установившемся состоянии при определенном рода воздействиях (статические или астатические).
6. По структурной устойчивости (структурно устойчивые или нет).
7. По порядку системы.

Принципы построения САУ могут быть разные: по возмущающему воздействию – разомкнутые системы; по отклонению (принцип обратной связи) – замкнутые системы; комбинированные – совмещающие оба этих принципа.

Структура системы управления по возмущению представлена на рисунке 4.2.

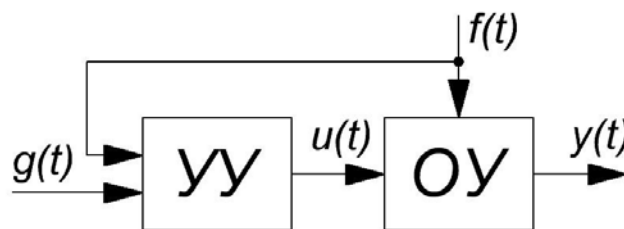


Рисунок 4.2 – Структура САУ по возмущению:

УУ – управляющее устройство (регулятор); ОУ – объект управления;
 $g(t)$ – задающее воздействие; $f(t)$ – возмущающее воздействие;
 $y(t)$ – управляемая величина; $u(t)$ – управляющее воздействие

Управление по возмущению может использоваться в том случае, если точно известна математическая модель объекта управления и есть возможность проконтролировать все возмущения, действующие на объект. Задача управляющего устройства сводится к компенсации этих возмущений.

В замкнутых системах используется принцип управления по отклонению (по ошибке). Структура такой системы управления представлена на рисунке 4.3.

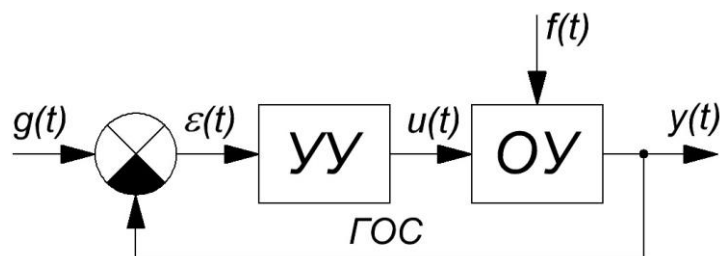


Рисунок 4.3 – Структура САУ по отклонению:

$\varepsilon(t)$ – сигнал ошибки (отклонения); ГОС – главная обратная связь

САУ с одной регулируемой величиной, имеющие только одну главную обратную связь и не имеющие местных обратных связей, называют *одноконтурными*.

САУ подразделяют на *статические* и *астатические* в зависимости от того, имеют они или нет ошибку в установившемся состоянии при определенном рода воздействиях.

Статическое регулирование – при котором отклонение регулируемой величины от требуемого значения (ошибка в системе ε) при разных, но постоянных внешних воздействиях на объект по окончании переходного процесса принимает различные значения, зависящие от величины внешнего воздействия.

Астатическое регулирование – когда при различных постоянных значениях внешнего воздействия на объект ошибка в системе по окончании переходного процесса становится равным нулю.

Если в системе действует не только задающее воздействие $g(t)$ (альтернативное обозначение – x), но и возмущающее воздействие f астатизм системы оценивается относительно каждого из этих воздействий. В системах, статических по отношению к задающему воздействию, постоянным значениям этого воздействия соответствует постоянная ошибка системы, величина которой зависит от величины g . В астатических системах после окончания переходного процесса ошибка равна нулю.

По структуре астатизм САУ можно определить следующим образом.

Для того, чтобы система была астатической относительно задающего воздействия, в прямой цепи должно присутствовать интегрирующее (астатическое) звено $W(s) = \frac{1}{s}$.

Для того, чтобы система была астатической относительно возмущающего воздействия $f(s)$ интегрирующее звено $W(s) = \frac{1}{s}$ должно находиться в прямой цепи до точки приложения возмущения.

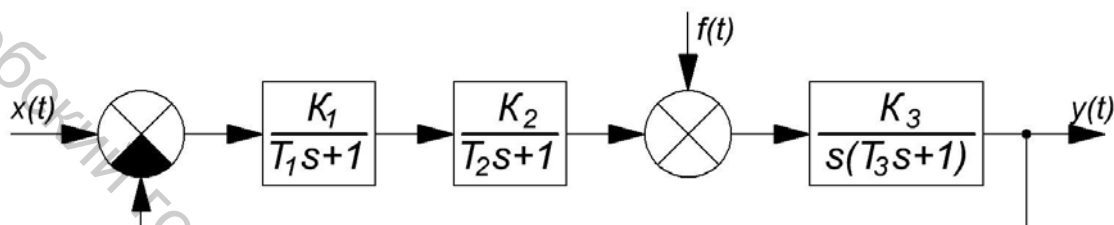


Рисунок 4.4 – Пример САУ, астатической относительно задающего воздействия $x(s)$ но статической относительно возмущающего воздействия $f(s)$

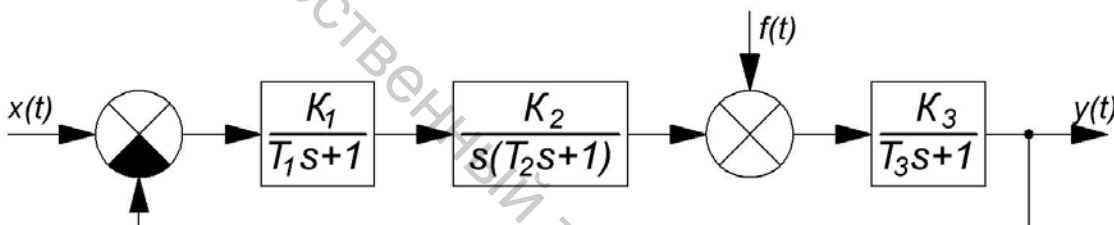


Рисунок 4.5 – Пример САУ, астатической относительно и задающего воздействия $x(s)$ и возмущающего воздействия $f(s)$

Всякая САУ должна нормально функционировать при действии на нее случайных помех, шумов или, несмотря на действие различных посторонних возмущений, она должна работать устойчиво. В связи с этим чрезвычайно важным является понятие об устойчивости заданного режима работы системы. Для линейных систем автоматического управления заданным режимом принято состояние равновесия.

Устойчивость – способность системы возвращаться в исходное состояние равновесия после приложения и снятия воздействия, которое вывело ее из этого состояния. Если система неустойчива, то она не возвращается в исходное состояние. Таким образом, различают три типа систем:

- 1) устойчивые – системы, которые после снятия воздействия возвращаются в исходное состояние равновесия;
- 2) нейтральные – системы, которые после снятия воздействия возвращаются в состояние равновесия, отличное от исходного;
- 3) неустойчивые – системы, в которых не устанавливается равновесие после снятия воздействия.

Устойчивость линейной системы определяется ее параметрами и структурой. Поэтому выделяют понятие структурной устойчивости САУ. В *структурно устойчивой системе* изменением ее параметров (коэффициентов передачи K и постоянных времени T_i) можно добиться устойчивости. Если система структурно неустойчива, то она будет неустойчивой при любых параметрах звеньев.

Линейная одноконтурная система будет структурно устойчивой, если она не содержит:

1. Неустойчивых неминимально-фазовых звеньев (например, $W(s) = \frac{K}{T_1 s - 1}$, $W(s) = \frac{K(s+1)}{T_1 s - 1}$).
2. Консервативного звена $W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 1}$.
3. Более одного интегрирующего звена $W(s) = \frac{1}{s}$ неохваченного местной обратной связью.

Устойчивость системы является необходимым, но недостаточным условием выбора конкретной системы управления, ее структуры и параметров. САУ должна обеспечивать требуемую точность воспроизведения задающего воздействия, переходные процессы в системе должны затухать как можно быстрее с ограниченным числом колебаний.

Требования, предъявляемые к системе в переходном и установившемся режиме, называются показателями качества.

Показатели качества, которые рассматриваются по переходной характеристике, называются прямыми.

Переходные процессы в системах при единичном ступенчатом входном сигнале можно разделить на следующие типы (рисунок 4.6):

1) колебательный процесс, который характеризуется несколькими значениями перерегулирования;

2) малоколебательный процесс, который характеризуется одним перерегулированием;

3) монотонный процесс, который характеризуется тем, что скорость изменения регулируемой величины не меняет знака в течение всего переходного процесса $\left(\frac{dh}{dt} \geq 0\right)$;

4) апериодический процесс (процесс без перерегулирования), который характеризуется тем, что скорость изменения регулируемой величины положительна в течении всего переходного процесса $\left(\frac{dh}{dt} > 0\right)$.

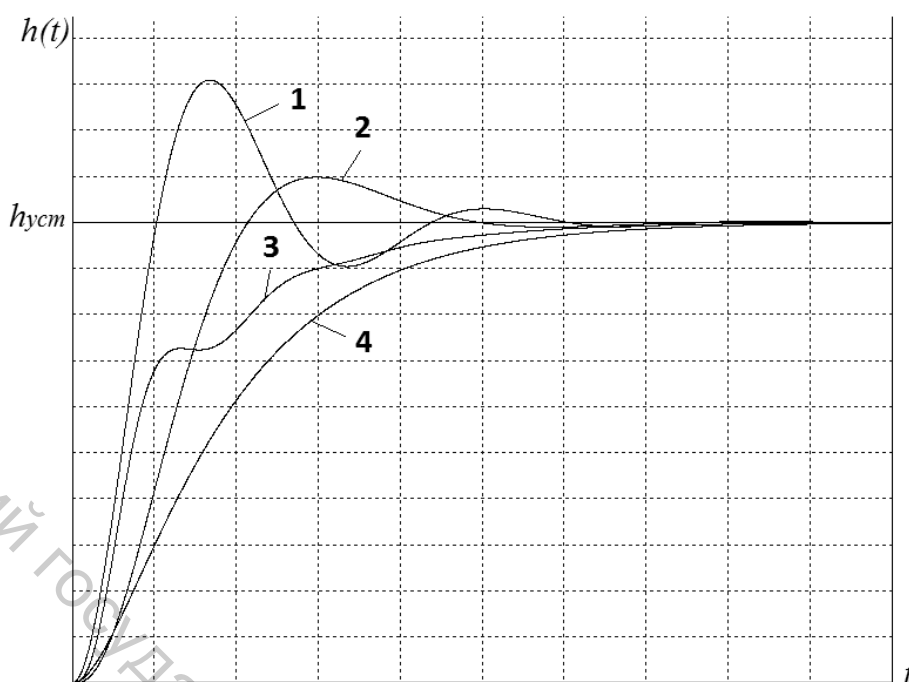


Рисунок 4.6 – Типы переходных процессов

Рассмотрим основные прямые показатели качества системы автоматического регулирования, которые определяются по переходной характеристике (рисунок 4.7).

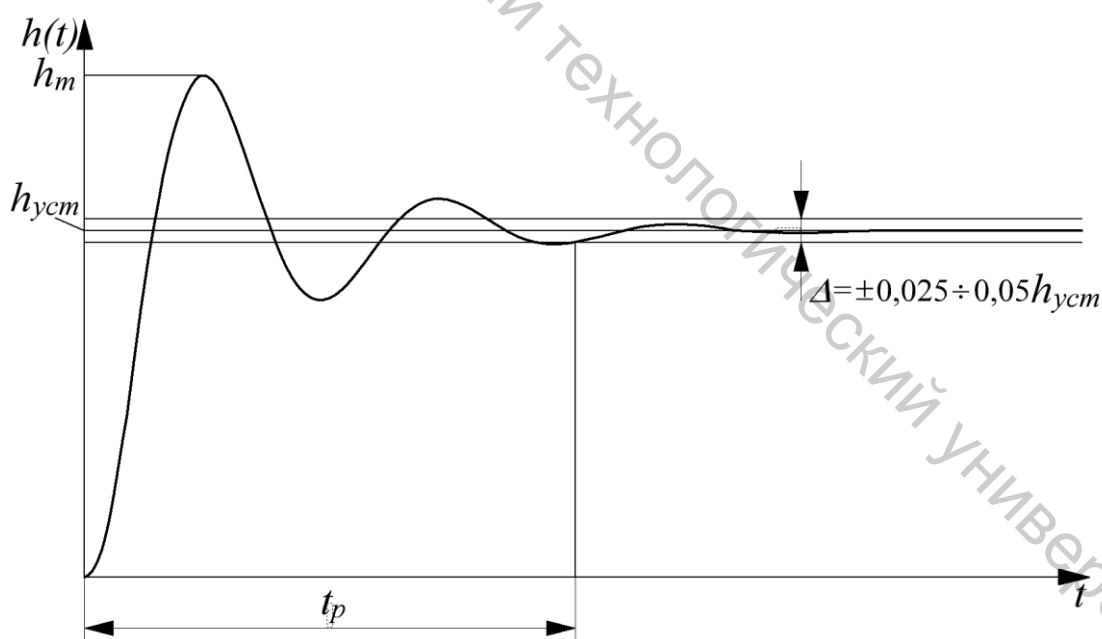


Рисунок 4.7 – Определение показателей качества по переходной характеристике

Под перерегулированием η понимается величина максимального отклонения регулируемой величины от установившегося значения, выраженное в процентах:

$$\eta = \frac{h_m - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%, \quad (4.5)$$

где h_m – максимальное отклонение регулируемой величины; $h_{уст}$ – установившееся значение регулируемой величины, т. е. $h_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} h$

Второй показатель качества позволяет оценить быстродействие системы автоматического регулирования и называется временем регулирования (протекания переходного процесса) t_p . t_p – время от начала переходного процесса до момента времени, начиная с которого отклонение регулируемой величины не превышает $\Delta = \pm 0,025 \div 0,05 h_{уст}$.

Точность системы оценивается после завершения переходного процесса, т. е. в установившемся состоянии. Различают два вида установившегося состояния: статический установившийся режим (для систем стабилизации) и динамический установившийся режим (для систем программного управления и следящих систем). Оценкой точности в установившемся режиме является величина ошибки. *Ошибка* представляет собой разность между требуемым (заданным) и действительным значениями регулируемой величины:

$$\varepsilon = g - y \quad (4.6)$$

Точность САУ при отработке ступенчатого сигнала $g_0 \cdot 1(t)$ оценивается *статической ошибкой*.

Статическая ошибка характерна для статического установившегося режима. Величину ошибки после завершения переходного процесса можно вычислить по изображению ошибки, используя теорему о предельных переходах.

$$\varepsilon_{гсм} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s E = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p G}{1 + W_{раз}} \quad (4.7)$$

где $W_{раз}$ – передаточная функция разомкнутой системы,

$G = \frac{g_0}{s}$ – изображение задающего воздействия.

Для статической системы:

$$\varepsilon_{гсм} = \frac{g_0}{1 + K}, \quad (4.8)$$

где K – общий коэффициент усиления системы.

Если на элементы системы или объект управления действует и возмущение, то появляется составляющая ошибки от возмущения (рисунок 4.1).

Используя передаточную функцию (4.4) системы можно написать выражение для вычисления статической ошибки от возмущающего воздействия:

$$\varepsilon_{fcm} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[F \frac{W_2}{1 + W_1 W_2} \right]. \quad (4.9)$$

Подставляя $s = 0$, для статических относительно возмущающего воздействия систем получим:

$$\varepsilon_{fcm} = \frac{K_f}{1 + K} \cdot f \quad (4.10)$$

где K_f – коэффициент передачи звеньев от выхода до точки приложения возмущения.

Если $f = f_0 \cdot 1(t)$, то суммарная ошибка для статической системы.

$$\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{gcm} + \varepsilon_{fcm} = \frac{1}{1 + K} \varepsilon_0 + K_f f_0 \quad (4.11)$$

Порядок выполнения лабораторной работы

Задание 1. Для системы, структурная схема которой представлена на рисунке 4.8:

1. Дать характеристику системы, записать передаточные функции $W_{раз}(s)$, $W_{ex}(s)$, $W_{зам}(s)$.

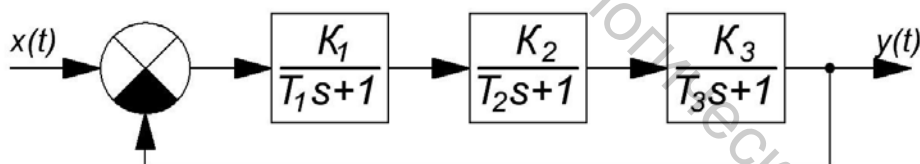


Рисунок 4.8 – Структурная схема САУ к заданию 1

2. Собрать систему в VisSim. При выборе постоянных времени и коэффициентов усиления учитывать следующие рекомендации: $0,01 \leq T_1 < T_2 < T_3 < 5$, $0,5 \leq K_3 < K_2 < K_1 \leq 10$. Выбрав параметры звеньев, проверить, выполняется ли условие устойчивости; если нет – требуется уменьшить коэффициент усиления системы или наибольшую постоянную времени. Снять переходную характеристику $h(t)$.

3. Рассчитать, используя теорему о пределах, установившееся значение регулируемой величины $h_{ст}$. Сравнить расчетное значение с полученным при моделировании.

$$h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{W_{зам}(s)}{s} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} W_{зам}(s)$$

4. Определить прямые показатели качества (перерегулирование η и время регулирования t_p) и величину установившейся ошибки ε .

Задание 2. Для системы, структурная схема которой представлена на рисунке 4.9, выполнить исследование по п. 1 – 4 задания 1.

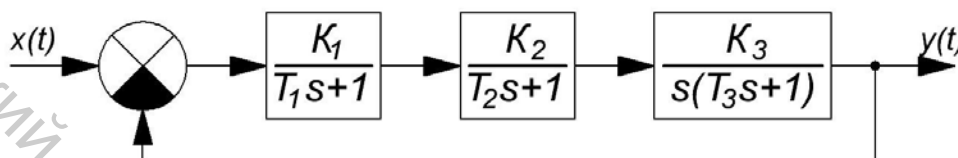


Рисунок 4.9 – Структурная схема САУ к заданию 2

Задание 3. Для системы, структурная схема которой представлена на рисунке 4.10:

1. Дать характеристику системы, записать передаточные функции $W_{раз}(s)$, $W_{зам}(s)$, $W_{фв}(s)$.

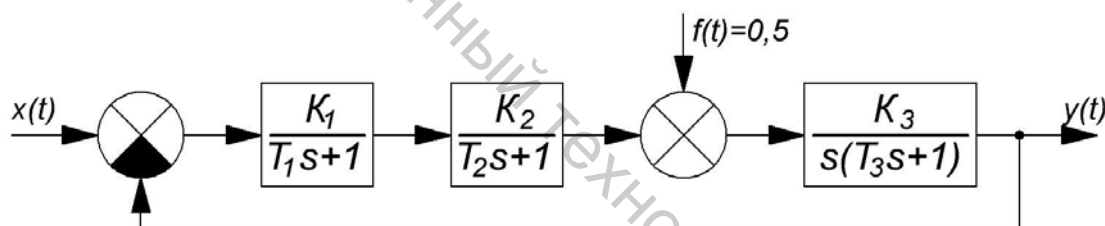


Рисунок 4.10 – Структурная схема САУ к заданию 3

2. Собрать систему в VisSim. Значения коэффициентов и постоянных времени принять такими же, как в задании 2. Снять переходную характеристику $h(t)$.

3. Рассчитать, используя теорему о пределах, установившееся значение ошибки ε . Сравнить расчетное значение с полученным при моделировании.

Задание 4. Для системы, структурная схема которой представлена на рисунке 4.11, выполнить исследование по п. 1 – 3 задания 3.

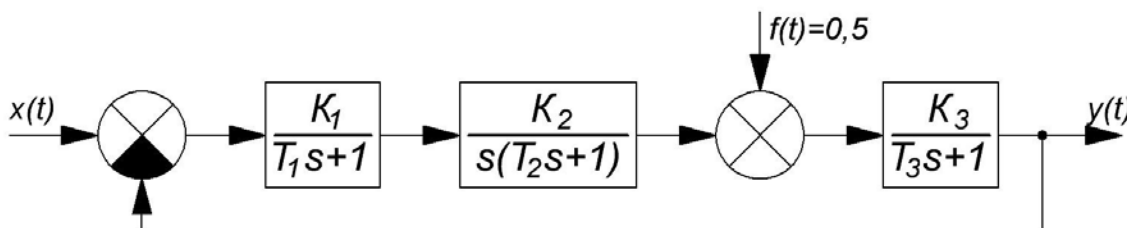


Рисунок 4.11 – Структурная схема САУ к заданию 4

Задание 5. Для системы, структурная схема которой представлена на рисунке 4.12:

1. Дать характеристику системы, записать передаточные функции $W_{раз}(s)$, $W_{зам}(s)$.

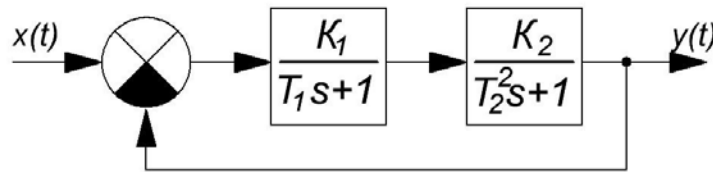


Рисунок 4.12 – Структурная схема САУ к заданию 5

2. Собрать систему в VisSim. Снять переходную характеристику $h(t)$. Установить, возможно ли изменением параметров добиться устойчивости системы.

Контрольные вопросы

1. Как записать по структуре системы передаточные функции системы: разомкнутой по главной обратной связи, замкнутой, по ошибке, по возмущению?
2. Что такое устойчивость системы?
3. Что такое структурная устойчивость системы? Как ее определить?
4. Что такое статическое и астатическое регулирование? Как определить астатизм системы по задающему воздействию и по возмущению?
5. Что такое время регулирования, перерегулирование, статическая ошибка, как они определяются?

Лабораторная работа № 5 КОРРЕКЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: исследовать влияние корректирующих устройств переходные процессы в линейных системах.

Основные сведения

5.1 Коррекция систем автоматического управления

При проектировании автоматических систем, как правило, возникают две основные задачи. Во-первых, исходя из требований к назначению системы и особенностям ее конструкции необходимо выбрать функционально необходимые элементы. К этим элементам относятся различного вида датчики сигналов, измерительные устройства, усилители мощности, преобразовательные элементы, исполнительные устройства. В большинстве

случаев они выбираются по каталогам или собираются по типовым схемам. Выбор функционально необходимых элементов осуществляется обычно на основе данных о мощности, необходимой для управления объектом, предельных значениях ускорений и скоростей выходных координат системы, допустимых статических и инструментальных ошибках, необходимом порядке астатизма системы и т. п.

Во-вторых, исходя из требований к точности системы в переходном и установившемся режимах на всех этапах ее работы и на основании тех или иных сведений об управляющих и возмущающих воздействиях, об ограничениях, накладываемых на ход процесса, необходимо найти оптимальные с точки зрения выбранного критерия структуру и параметры системы. Эти данные позволяют определить желаемые характеристики, т. е. такие динамические характеристики, которые получаются в результате аппроксимации оптимального режима на основе компромиссного решения между качеством и точностью, с одной стороны, и простотой технической реализации и надежностью – с другой.

Если указанные две задачи решены, то дальнейшей задачей является выбор таких устройств (называемых корректирующими), которые приближают с заданной степенью точности характеристики системы, состоящей из функционально необходимых элементов, к характеристикам желаемой системы.

Корректирующие устройства (КУ) могут вводиться в прямую цепь – последовательные КУ, параллельно какому-либо элементу – параллельные КУ, в качестве местной обратной связи – КУ обратной связи (КУ ОС).

Использование того или иного типа КУ определяется удобством технической реализации.

Можно перейти от КУ одного типа к КУ другого типа, формулы перехода получают приравниванием результирующих передаточных функций (передаточных функций скорректированной системы $W_{ск}$).

5.2 Обратные связи.

Обратная связь (ОС) – это передача выходного сигнала системы на вход.

Обратные связи подразделяются на:

- 1) отрицательные и положительные;
- 2) местные и главные;
- 3) жесткие и гибкие.

Если выходной сигнал вычитается из входного, обратную связь называют отрицательной (ООС), если входной и выходной сигналы складываются, обратную связь называют положительной (ПОС). На структурных схемах ООС обозначается либо пометкой знаком «–» вычитаемого сигнала, либо закрашиванием соответствующего сектора сумматора.

Если обратная связь соединяет выход системы с ее входом, то ее называют главной, а остальные же обратные связи называют местными. Главная обратная связь всегда отрицательна!

Жесткая ОС действует как в переходном, так и установившемся состоянии. Введение жестких отрицательных ОС приводит к уменьшению коэффициента передачи и постоянных времени.

Гибкие обратные связи изменяют динамику и работают в переходных режимах, а в установившемся состоянии она как бы отключаются. ОС является гибкой, если $W_{OC} \Big|_{s=0} = 0$.

5.3 Алгебраический критерий устойчивости Гурвица

Расчет устойчивости системы с использованием алгебраических критериев требует получения характеристического уравнения.

Для того, чтобы получить характеристическое уравнение для свободного движения, необходимо записать передаточную функцию системы в замкнутом состоянии и приравнять ее знаменатель к нулю:

$$W_{зам} = \frac{W_{раз}}{1 + W_{раз}} = \frac{Y}{G} \rightarrow Y = -W_{раз} G \quad (5.1)$$

При $g = 0 \rightarrow G = 0$ получаем:

$$Y = 0. \quad (5.2)$$

Так как $Y \neq 0$ получаем характеристическое уравнение:

$$D = 1 + W_{раз} = 0. \quad (5.3)$$

Уравнение (5.4) можно представить в виде:

$$D = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0. \quad (5.4)$$

Гурвиц разработал алгебраический критерий устойчивости в форме определителей, составляемый из коэффициентов характеристического уравнения системы.

Сам критерий формулируется следующим образом.

Для того, чтобы система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все определители Гурвица имели знаки, одинаковые со знаком первого коэффициента характеристического уравнения a_0 , т.е. при $a_0 > 0$:

$$\Delta_1 > 0; \Delta_2 > 0; \Delta_3 > 0; \dots; \Delta_n > 0. \quad (5.5)$$

Если $a_n = 0$ или $\Delta_{n-1} = 0$ при $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \dots$, то система находится на границе устойчивости, причем при $a_n = 0$ – граница апериодической

устойчивости (один из корней равен нулю); при $a_{n-1} = 0$ – граница колебательной устойчивости (имеются два комплексно-сопряженных корня).

Главный определитель Гурвица строят из коэффициентов характеристического уравнения по следующему правилу: по главной диагонали определителя слева направо выписывают все коэффициенты характеристического уравнения от a_{n-1} до a_1 в порядке возрастания индексов. Столбцы вверх от главной диагонали дополняют коэффициентами характеристического уравнения с последовательно убывающими индексами, а столбцы вниз – коэффициентами с последовательно возрастающими индексами. На место коэффициентов с индексами больше n и меньше нуля проставляют нули.

$$\begin{array}{cccccccc}
 a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & a_{n-2k+1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & a_{n-2k} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & a_{n-2k-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & & & & a_{n-k} & & & & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2k-2} & \cdots & a_2 & a_0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2k-1} & \cdots & a_3 & a_1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2k} & \cdots & a_4 & a_2 & a_0
 \end{array} , \text{ где } k = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (5.6)$$

Отчеркивая в главном определителе Гурвица диагональные миноры, получим определители Гурвица низшего порядка.

Номер определителя определяется номером коэффициента по диагонали.

По этому критерию можно определить критическое значение параметра, при котором система находится на границе устойчивости. Для этого необходимо решить систему из неравенств $\Delta_i > 0$, где Δ_i – определители Гурвица, содержащие данный параметр.

Порядок выполнения лабораторной работы

Задание 1. Введение жесткой ОС

Для схемы на рисунке 5.1 выполнить:

1. Собрать схему в программе VisSim. При выборе постоянных времени и коэффициентов усиления учитывать следующие рекомендации: $10 < K_1 < 15$, $1 < K_2 < 10$, $0,5 < K_3 < 1$, $0,01 < T_2 < 0,1$, $0,5 < T_3 < 1$. Система должна быть неустойчивой.

2. Записать передаточные функции $W_{\text{раз}}$ и $W_{\text{зам}}$ характеристическое уравнение и условия устойчивости (по критерию Гурвица). Из условия устойчивости системы определить $K_{\text{ОСРАСЧ}}$.

3. Исследовать переходный процесс при ступенчатом входном сигнале при $K_{OC} = 0,8K_{OC\text{ ПАСЧ}}$; $K_{OC} = K_{OC\text{ ПАСЧ}}$; $K_{OC} = 1,2K_{OC\text{ ПАСЧ}}$. Оценить влияние K_{OC} на динамику системы.

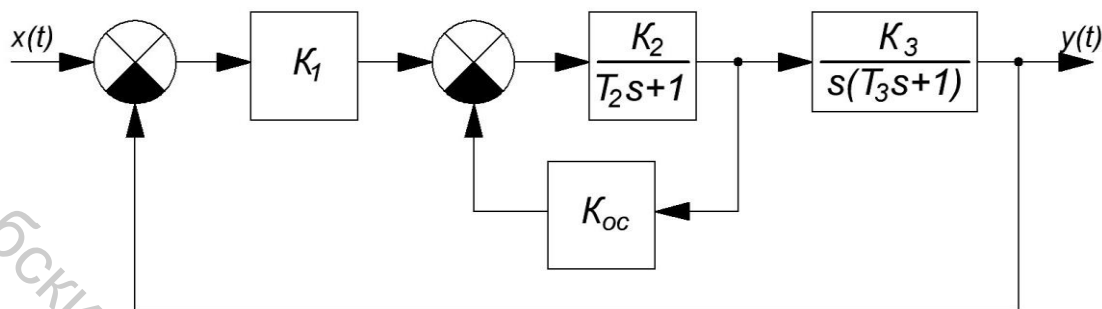


Рисунок 5.1 – Структурная схема системы

Задание 2. Введение гибкой ОС

Для схемы на рисунке 5.2 выполнить:

1. Записать передаточные функции $W_{\text{раз}}$ и $W_{\text{зам}}$ характеристическое уравнение и условия устойчивости. При выборе постоянных времени и коэффициентов усиления учитывать следующие рекомендации: $10 < K_1 < 15$, $1 < K_2 < 10$, $0,5 < K_3 < 1$, $0,01 < T_2 < 0,1$, $0,5 < T_3 < 1$. Определить оптимальные T_{OC} при $K_{OC} = 10$.

2. Собрать схему в программе VisSim. Проверить расчеты при ступенчатом входном сигнале на входе. Изменяя K_{OC} и T_{OC} сделать выводы о влиянии параметров ОС на динамику системы.

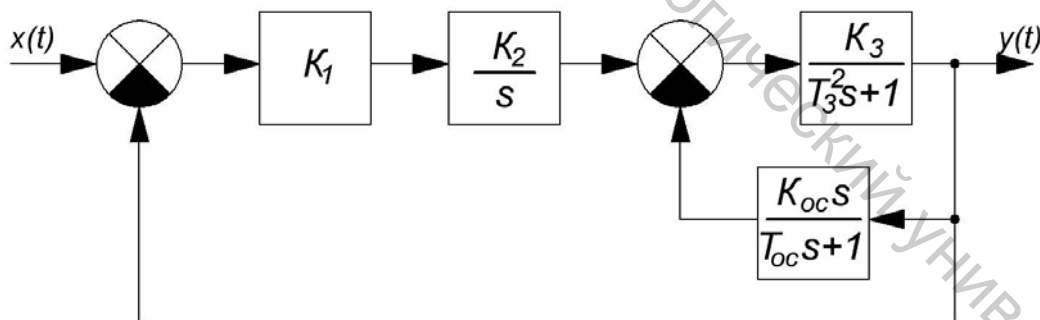


Рисунок 5.2 – Структурная схема системы

Контрольные вопросы

1. Какие существуют способы коррекции линейных систем?
2. Какие звенья необходимо охватывать корректирующими обратными связями?
3. Какими бывают обратные связи?
4. Критерий устойчивости Гурвица.

Лабораторная работа № 6

ПРОХОЖДЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА ЧЕРЕЗ НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭЛЕМЕНТ

Цель работы: исследовать влияние нелинейного элемента, а также амплитуды входного сигнала, на форму и вид выходного сигнала.

Основные сведения

6.1 Общие сведения о нелинейных системах

Большинство САУ являются нелинейными.

Нелинейные САУ – САУ, содержащие хотя бы один элемент, описываемый нелинейным алгебраическим или дифференциальным уравнением – нелинейный элемент (НЭ).

Наиболее распространены элементы, имеющие нелинейную статическую характеристику (статические нелинейности).

Статическая характеристика – зависимость выходного параметра элемента y от входного x в установившемся режиме.

Существуют нелинейные элементы с существенно нелинейными статическими характеристиками. Их называют нелинейностями логического типа. Их статические характеристики имеют разрывы первого рода и такие нелинейности описывают рядом уравнений с логическими условиями. Поэтому реакция такой системы на один и тот же сигнал может быть разной и зависит от начальных условий. В связи с этим при анализе нелинейных систем нелинейный элемент переносить в другое место в структуре системы нельзя!

6.2 Типовые нелинейные элементы логического типа (с кусочно-линейными статическими характеристиками), их уравнения и способы задания в VisSim

Нелинейные элементы логического типа подразделяются на однозначные (безгистерезисные) нелинейности и неоднозначные нелинейности (гистерезисные).

Рассмотрим более подробно наиболее часто используемые нелинейные элементы логического типа.

6.2.1 Однозначные нелинейности

1. Идеальное двухпозиционное реле.

Уравнение элемента:

$$\begin{cases} x_{\text{вых}} = +B, \text{ если } x_{\text{вх}} > 0 \\ x_{\text{вых}} = -B, \text{ если } x_{\text{вх}} < 0 \end{cases}$$

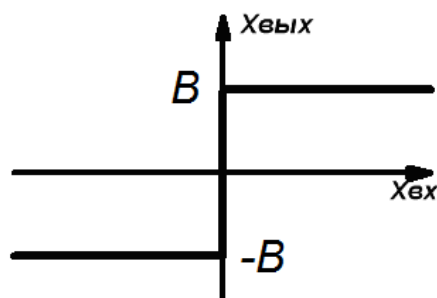


Рисунок 6.1 – Статическая характеристика идеального двухпозиционного реле

Идеальное двухпозиционное реле задается выбором пунктов меню **Blocks** → **Nonlinear** → **relay**.

Настройка параметров элемента: **Dead Band=0** (рисунок 6.2). Величина ограничения **B=1** и не настраивается в свойствах элемента.

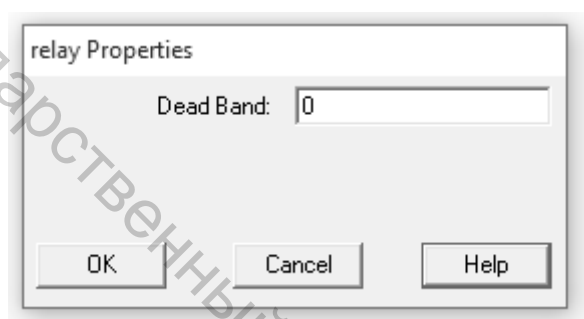


Рисунок 6.2 – Окно задания свойств блока идеального двухпозиционного реле

Для задания **B≠1** необходимо в схему после нелинейного элемента вставить блок **gain** и задать параметр **Gain=B**.

2. Идеальное трехпозиционное реле.

Уравнение элемента:

$$\begin{cases} x_{\text{вых}} = +B, \text{ если } x_{\text{вх}} > a \\ x_{\text{вых}} = 0, \text{ если } -a < x_{\text{вх}} < a \\ x_{\text{вых}} = -B, \text{ если } x_{\text{вх}} < -a \end{cases}$$

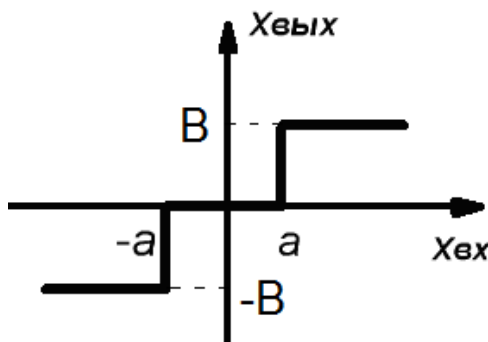


Рисунок 6.3 – Статическая характеристика идеального трехпозиционного реле

Участок статической характеристики, где $-a < x_{\text{вх}} < a$ называется зоной нечувствительности.

Идеальное трехпозиционное реле задается с помощью того же блока, что и идеальное двухпозиционное реле. Настройка параметров элемента: **Dead Band**= $2a$. Задание $B \neq 1$ осуществляется также, как и у идеального двухпозиционного реле.

3. Усилитель с ограничением.

Уравнение элемента:

$$\begin{cases} x_{\text{вых}} = +B, \text{ если } x_{\text{вх}} > a \\ x_{\text{вых}} = K_{\text{НЭ}} x_{\text{вх}}, \text{ если } -a < x_{\text{вх}} < a \\ x_{\text{вых}} = -B, \text{ если } x_{\text{вх}} < -a \end{cases}$$

где $K_{\text{НЭ}} = \frac{B}{a}$ – коэффициент усиления линейного участка.

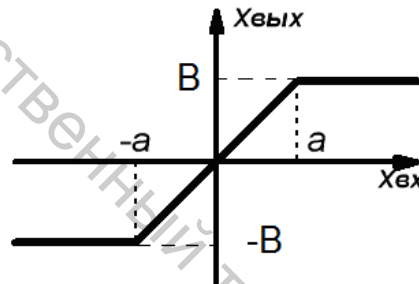


Рисунок 6.4 – Статическая характеристика усилителя с ограничением

Усилитель с ограничением задается выбором пунктов меню **Blocks** → **Nonlinear** → **limit**.

Настройка параметров элемента: **Lower Bound**= $-B$, **Upper Bound**= B (рисунок 6.5). Величина коэффициента усиления $K_{\text{НЭ}}=1$ и не настраивается в свойствах элемента.

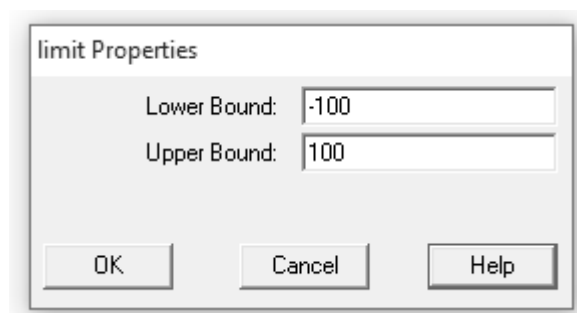


Рисунок 6.5 – Окно задания свойств блока усилителя с ограничением

Для задания $K_{\text{НЭ}} \neq 1$ необходимо в схему перед нелинейным элементом вставить блок **gain** и задать параметр **Gain**= $K_{\text{НЭ}}$.

6.2.2 Неоднозначные нелинейности

1. Двухпозиционное реле с гистерезисом.

Уравнение элемента:

$$\begin{cases} x_{\text{вых}} = +B, \text{ если } x_{\text{вх}} > a \\ \quad \quad \quad \text{если } -a < x_{\text{вх}} < a \text{ и } \dot{x}_{\text{вх}} < 0 \\ x_{\text{вых}} = -B, \text{ если } x_{\text{вх}} < -a \\ \quad \quad \quad \text{если } -a < x_{\text{вх}} < a \text{ и } \dot{x}_{\text{вх}} > 0 \end{cases}$$

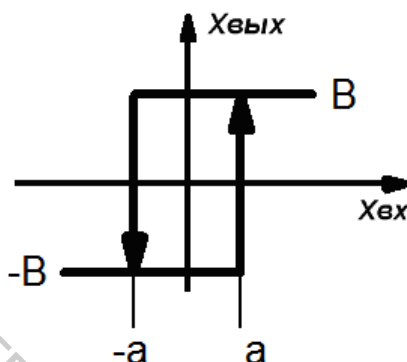


Рисунок 6.6 – Статическая характеристика двухпозиционного реле с гистерезисом

Участок статической характеристики, где $-a < x_{\text{вх}} < a$ называется *зоной неоднозначности*.

Двухпозиционное реле с гистерезисом задается выбором пунктов меню **Blocks** → **userFunction**. Размещенный на схеме элемент выглядит следующим образом:

Двойным щелчком по изображению элемента открывается окно его свойств (рисунок 6.7).



Рисунок 6.7 – Окно задания свойств блока **userFunction**

В появившемся окне в поле **DLL file** задается адрес DLL-файла rele.dll, в поле **Base function** указывается функция, соответствующая желаемому типу реле. Для двухпозиционного реле с гистерезисом параметр **Base function=rele2**.

Если подключение прошло успешно, то повторный щелчок правой кнопкой мыши по блоку вызывает окно настроек выбранного реле (рисунок 6.8). Настройка параметров элемента: $x1=-a$, $x2=a$, $y1=-B$, $y2=B$.

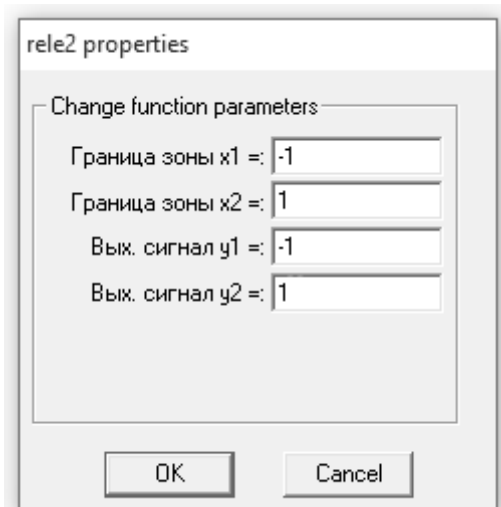


Рисунок 6.8 – Окно задания свойств двухпозиционного реле с гистерезисом

Примечание: чтобы использовать на диаграмме несколько блоков **userFunction**, необходимо для каждого блока создавать собственную копию DLL-файла!

2. Трехпозиционное реле с гистерезисом.

Уравнение элемента:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{вых} = +B, \text{ если } x_{вх} > a_2 \\ \quad \text{если } a_1 < x_{вх} < a_2 \text{ и } \dot{x}_{вх} < 0 \\ x_{вых} = 0, \text{ если } -a_1 < x_{вх} < a_1 \\ \quad \text{если } a_1 < x_{вх} < a_2 \text{ и } \dot{x}_{вх} > 0 \\ \quad \text{если } -a_2 < x_{вх} < -a_1 \text{ и } \dot{x}_{вх} < 0 \\ x_{вых} = -B, \text{ если } x_{вх} < -a_2 \\ \quad \text{если } -a_2 < x_{вх} < -a_1 \text{ и } \dot{x}_{вх} > 0 \end{array} \right.$$

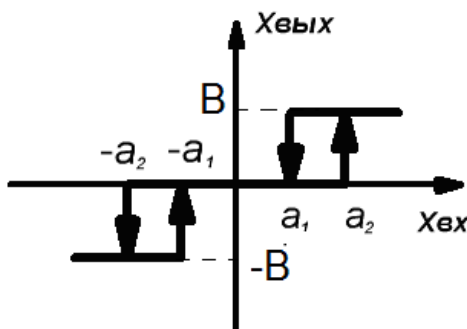


Рисунок 6.9 – Статическая характеристика трехпозиционного реле с гистерезисом

Трехпозиционное реле с гистерезисом задается с помощью того же блока, что и двухпозиционное реле с гистерезисом. Параметр **Base function=relе3**.

Настройка параметров элемента: $x1=-a_2$, $x2=-a_1$, $x3=a_1$, $x4=a_2$, $y1=-B$, $y2=B$ (рисунок 6.10).

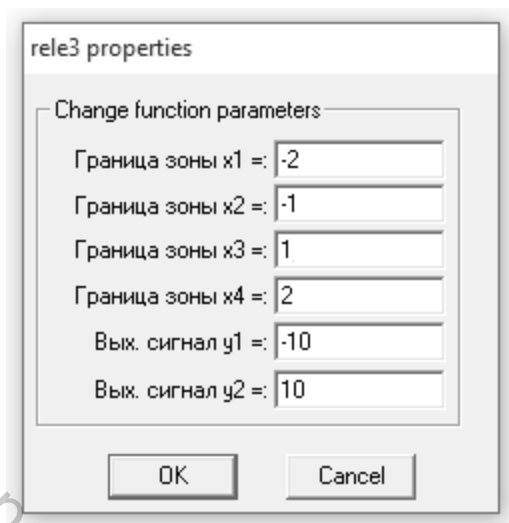


Рисунок 6.10 – Окно задания свойств двухпозиционного реле с гистерезисом

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Собрать схему, показанную на рисунке 6.11. НЭ – идеальное двухпозиционное реле, входной сигнал – $A \sin \omega t$. Вывести на экран сигналы в точках 1 и 2.

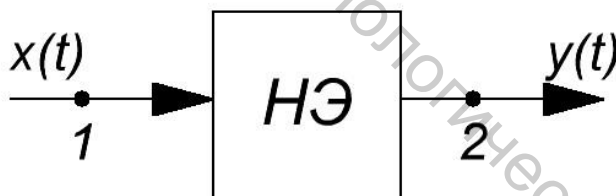


Рисунок 6.11 – Схема моделирования

2. Исследовать прохождение сигнала через идеальное двухпозиционное реле при изменении A , ω и B .

3. Повторить пункт 2 для идеального трехпозиционного реле (задавать $A > a$), изменяя A , ω , B и a .

4. Повторить пункт 2 для усилителя с ограничением (задавать $A > a$), изменяя A , ω , B и $K_{НЭ}$.

5. Повторить пункт 2 для двухпозиционного реле с гистерезисом (задавать $A > a$), изменяя A , ω , B и a .

6. Повторить пункт 2 для трёхпозиционного реле с гистерезисом (задавать $A > a$), изменяя A , ω , B , a_1 и a_2 .

Контрольные вопросы

1. Что такое нелинейная САУ?
2. Что такое статическая характеристика?
3. Уравнения и статические характеристики типовых нелинейностей логического типа.
4. Как задать в VisSim типовые нелинейности логического типа?

Лабораторная работа № 7 **ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ**

Цель работы: исследовать поведение нелинейной системы и влияние нелинейных элементов на фазовые траектории.

Основные сведения

7.1 Общие сведения о фазовых портретах

Так же, как и в случае линейных систем, для нелинейных систем, в первую очередь следует определять устойчивость. Существуют точные и приближенные методы исследования нелинейных систем. Одним из наиболее распространенных точных методов является метод фазовой плоскости.

Данный метод используется для исследования динамики и устойчивости как линейных, так и нелинейных систем с любым типом нелинейного элемента. Основным преимуществом метода фазовой плоскости является точность и наглядность анализа движений системы. Главный недостаток этого метода заключается в том, что он обладает большой эффективностью лишь при исследовании систем второго порядка. Иногда удаётся провести исследование систем третьего порядка. В этом случае говорят о фазовом пространстве.

Изображающая точка – это точка фазовой плоскости, соответствующая состоянию системы в некоторый момент времени. *Фазовая траектория* – траектория движения изображающей точки на *фазовой плоскости* (координатная плоскость, где по оси X откладывается выходная координата системы, по оси Y – скорость изменения выходной координаты $\frac{dX}{dt}$).

Совокупность фазовых траекторий для различных начальных условий и особых точек называют *фазовым портретом* системы. *Особыми точками* фазовой траектории называются точки равновесия системы. В них система находится в состоянии покоя.

Свойства фазовых траекторий:

- В верхней полуплоскости изображающая точка всегда движется слева направо, а в нижней – справа налево.
- Фазовые траектории пересекают ось Y под прямым углом.

Фазовый портрет дает возможность оценить поведение системы и устойчивость «в большом», «в малом» и в целом.

Система устойчива «в большом», если при малых отклонениях входного воздействия и их снятии система возвращается в исходное состояние.

Система устойчива «в малом», если заданы границы изменения воздействия, при котором система сохраняет устойчивость.

Система устойчива в целом, если при любых изменениях входного воздействия она устойчива.

Уравнения ФТ получают из системы уравнений первого порядка, разрешенных относительно первых производных:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} = \dot{x} = F_1(x, y) \\ \frac{dy}{dt} = \dot{y} = F_2(x, y) \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dy}{dx} = \frac{F_2(x, y)}{F_1(x, y)}, \quad (7.1)$$

$$dy = \frac{F_2(x, y)}{F_1(x, y)} \cdot dx. \quad (7.2)$$

Интегрируя (7.1), получают уравнение ФТ:

$$\int dy = \int \frac{F_2(x, y)}{F_1(x, y)} dx. \quad (7.3)$$

При исследовании свободного движения необходимо задать начальное положение изображающей точки (x_0, y_0) .

Для устойчивой системы фазовая траектория стремится к началу координат $(x=y=0)$ или зоне нечувствительности (при наличии соответствующего НЭ); если в системе возникают автоколебания, то фазовые траектории, соответствующие этому режиму, замкнуты (предельный цикл); если система неустойчива – то фазовые траектории расходятся.

При исследовании вынужденного движения $x_{\text{вн}}(t) = x_0 \cdot 1(t)$ начальное положение изображающей точки может быть любое, а ФТ заканчивается в точке с координатами $X_K = X_0 \mp \Delta X$, $Y_K = 0$; где ΔX – некоторое отклонение, обусловленное наличием зоны нечувствительности. При наличии незатухающих колебаний ФТ – предельный цикл, смещенный на координату X_0 .

Для фазовых портретов систем, содержащих нелинейные элементы с кусочно-линейными статическими характеристиками, характерно наличие линий переключения, которыми фазовая плоскость разделяется на ряд областей с различными уравнениями фазовых траекторий. Смена уравнений происходит на линии переключения. При этом начальные значения переменных на каждом участке определяются через их конечные значения на предыдущем участке. Линии переключения характеризуются точками излома нелинейных характеристик.

7.2 Построение фазовых траекторий в VisSim

Блок **plot** позволяет выводить как графики зависимости выхода от времени, так и графики зависимости одной величины от другой (например, фазовые траектории). Для построения фазовой траектории необходимо задействовать два входа у блока **plot** (при это на первый вход подать выходной сигнал системы, а на второй – производную выходного сигнала) и поставить галочку в окне свойств блока напротив параметра **XY Plot** (рисунок 7.1).

При исследовании свободного движения системы необходимо задать ненулевые начальные значения выходного сигнала и его производной (параметр **Initial Value** в блоке **transferFunction** и параметр **Initial Condition** – в блоке **integrator**).

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Собрать систему, показанную на рисунке 7.3, для случая свободного движения системы.
2. Задать НЭ – идеальное двухпозиционное реле и параметры линейной части (таблица 7.2).

Таблица 7.1 – Значения K и T для заданной системы

№ варианта	K	T	№ варианта	K	T	№ варианта	K	T
1	5	1	6	4	0,8	11	8	0,4
2	6	0,4	7	5	2	12	2	2
3	3	1,5	8	2,5	0,8	13	7,5	0,75
4	10	3	9	6	0,75	14	4	1
5	7	0,5	10	1,5	3	15	5	0,9

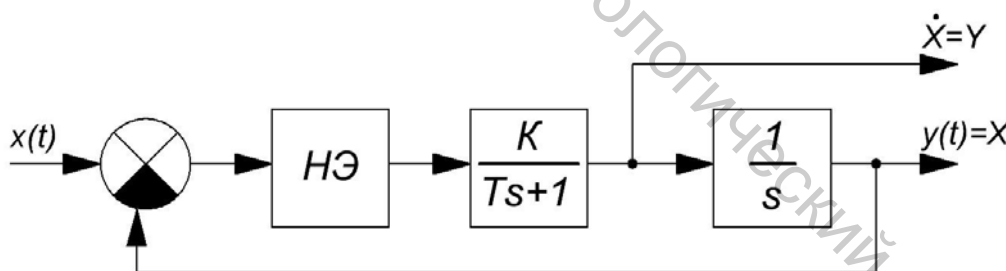


Рисунок 7.2 – Структура системы

3. Задать начальное положение изображающей точки.
4. Снять графики $Y(t)$, $\dot{Y}(t)$ и фазовую траекторию.
5. Пункты 3 и 4 повторить для идеального трехпозиционного реле, усилителя с ограничением, двух- и трехпозиционного реле с гистерезисом.
6. Повторить пункты 2 – 5 для вынужденного движения системы, задав $x_{\text{ex}} = x_0 \cdot 1(t)$, $x_0 \neq 1$.
7. На все полученные фазовые траектории нанести линии переключения и стрелками указать направление движения изображающей точки.

Контрольные вопросы

1. Что такое устойчивость «в большом», «в малом» и в целом?
2. Для каких систем применим метод фазовой плоскости?
3. Что такое изображающая точка, фазовая плоскость, фазовая траектория, фазовый портрет, особая точка?
4. О чем позволяет судить фазовый портрет системы?
5. Как выглядят фазовые портреты систем с нелинейностями логического типа?

Лабораторная работа № 8 ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

Цель работы: исследовать влияние периода дискретности на динамику систем.

Основные сведения

8.1 Общие сведения о дискретных системах

Наряду с непрерывными системами в технике широкое применение нашли дискретные САУ. Система автоматического управления называется дискретной, если выходная величина какого-либо из ее элементов имеет дискретный характер.

Дискретные сигналы получаются из непрерывных квантованием по уровню, по времени или одновременно и по уровню, и по времени.

При квантовании по уровню непрерывный сигнал $x(t)$ преобразуется в последовательность дискретных сигналов, фиксированных в произвольные моменты времени при условии $\Delta x = const$. Системы, в которых используются сигналы, квантованные по конечному числу уровней (часто 2-3 уровня), называются релейными системами. Квантование по уровню является нелинейным преобразованием сигналов, следовательно, релейные системы относятся к классу нелинейных систем.

При квантовании по времени сигналы фиксируются в дискретные моменты времени $\Delta t = const$. При этом уровни сигнала могут принимать произвольные значения. Системы, реализующие квантование сигналов по времени, называются импульсными системами.

При квантовании по уровню и по времени непрерывный сигнал заменяется дискретными уровнями, ближайшими к значениям непрерывного сигнала в дискретные моменты времени $\Delta t = const$. Дискретные системы, реализующие сигналы, квантованные по уровню и по времени, называются релейно-импульсными, или цифровыми.

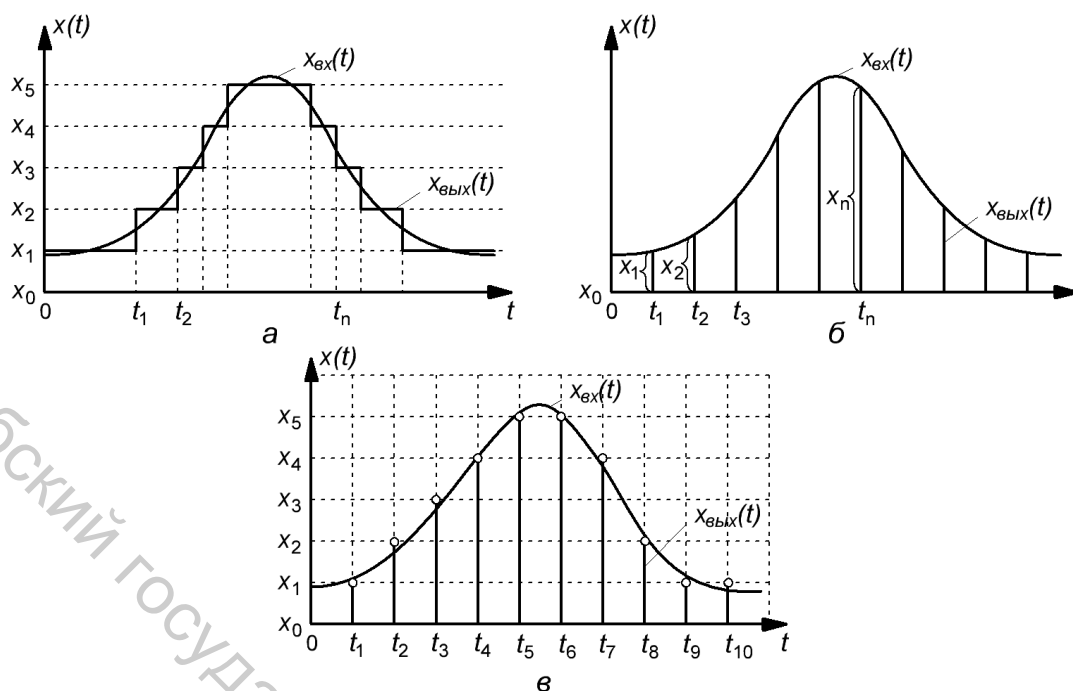


Рисунок 8.1 – Различные виды квантования сигнала:
 a – по уровню, b – по времени, $в$ – по уровню и по времени

Современная теория управления располагает универсальным методом исследования дискретных систем на основе специального математического аппарата - дискретного преобразователя Лапласа и z -преобразования, которые позволяют максимально приблизить методологию исследования дискретных систем к методологии исследования непрерывных систем.

8.2 Импульсные системы автоматического управления

Импульсная система содержит импульсный элемент, осуществляющий квантование сигнала по времени, т.е. преобразование непрерывного входного сигнала $x(t)$ в последовательность модулированных импульсов. Поэтому импульсный элемент можно рассматривать как модулятор импульсов, осуществляющий модуляцию какого-либо параметра периодически повторяющихся импульсов по закону изменения входного непрерывного сигнала, называемого модулирующим сигналом. Основными параметрами последовательности импульсов являются амплитуда импульса, длительность импульса, положение импульса внутри периода повторения импульсов (временной сдвиг или фаза импульсов) и период повторения импульсов. В зависимости от того, какой из параметров последовательности импульсов изменяется в соответствии с изменением модулирующего сигнала, различают следующие виды импульсной модуляции: амплитудно-импульсную модуляцию (АИМ), широтно-импульсную модуляцию (ШИМ) и временную импульсную модуляцию (ВИМ). Последняя подразделяется на фазо-импульсную модуляцию (ФИМ) и частотно-импульсную модуляцию (ЧИМ). Во всех случаях форма импульсов принимается неизменной.

Соответственно по виду модуляции системы с АИМ и ШИМ, если пренебречь эффектом квантования по уровню, относят к классу линейных дискретных систем. Эти системы получили наибольшее распространение.

При квантовании по времени часть информации может теряться, восстановить непрерывный сигнал по его дискретным значениям можно только при выполнении условий теоремы Котельникова, определяющих требуемый период дискретности (период повторения импульсов). Поэтому при проектировании дискретных систем важно правильно выбрать период дискретности, определяющий устойчивость и динамику системы.

Сущность теоремы Котельникова состоит в следующем: чтобы восстановить входной сигнал в непрерывной форме из дискретного сигнала, частота квантования ω_0 должна быть больше удвоенного значения частоты наиболее высокочастотной составляющей входного сигнала $\omega_{\max}$ или равной ей,

$$\text{т. е. } \omega_0 \geq 2\omega_{\max} \text{ или } \frac{\pi}{T_0} \geq \omega_{\max}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}.$$

Структурная схема импульсной линейной системы имеет следующий вид:

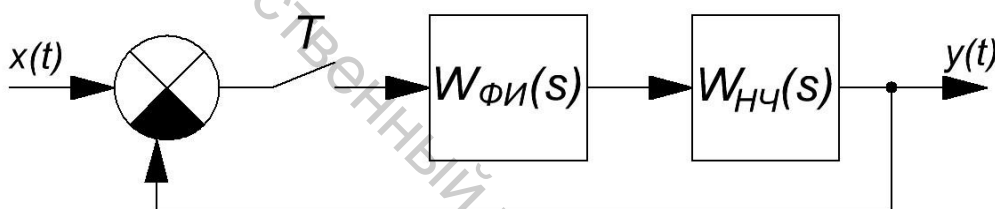


Рисунок 8.2 – Структура импульсной системы

$W_{\Phi И} \Leftarrow \frac{1-e^{sT}}{s}$ – передаточная функция формирователя импульсов; $W_{НЧ} \Leftarrow$ – передаточная функция непрерывной части системы; T – период дискретности.

Передаточная функция приведенной непрерывной части:

$$W_{ПНЧ} \Leftarrow W_{\Phi И} \Leftarrow W_{НЧ} \Leftarrow W_{ПАЗ} \Leftarrow \quad (8.1)$$

При расчете переходных процессов и качества системы используют Z-преобразование. Для перехода в Z-форму используются следующие соотношения: $z = e^{sT}$. Тогда:

$$W_{ПНЧ} \Leftarrow Z \left\{ \frac{1-e^{-sT}}{p} \cdot W_{НЧ} \Leftarrow \right\} \Big|_{z=e^{sT}} = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{W_{НЧ} \Leftarrow}{s} \right\}. \quad (8.2)$$

Можно воспользоваться таблицами перехода от преобразования Лапласа к Z-преобразованию, для этого $W(s)$ надо разложить на элементарные дроби, т. е. преобразовать систему к параллельной структуре.

Пример:

Получим Z-передаточную функцию системы (рисунок 8.3) в разомкнутом состоянии.

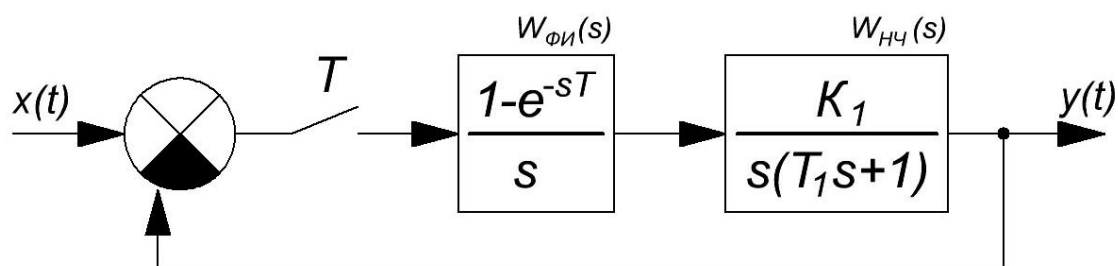


Рисунок 8.3 – Структурная схема рассматриваемой системы

$$W_{PA3} \Leftarrow W_{PHЧ} \Leftarrow Z \left\{ \frac{1-e^{-sT}}{p} \cdot W_{HЧ} \right\} \Big|_{z=e^{sT}} = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{K_1}{s^2(s+1)} \right\}. \quad (8.3)$$

По таблицам переходим от преобразования Лапласа к z-преобразованию:

$$Z \left\{ \frac{K_1}{s^2(s+1)} \right\} = Z \left\{ \frac{K_1}{s^2 T_1 \left(s + \frac{1}{T_1} \right)} \right\} = \frac{K_1}{T_1} \cdot \frac{T}{1/T_1} \cdot \frac{z}{z-1} - \frac{K_1}{T_1} \cdot \frac{1}{\left(1/T_1 \right)^2} \cdot \frac{\left(1-e^{-T/T_1} \right) \cdot z}{z-1} \cdot \frac{1}{z-e^{-T/T_1}}. \quad (8.4)$$

Обозначим $e^{-T/T_1} = d$. Тогда:

$$Z \left\{ \frac{K_1}{s^2(s+1)} \right\} = \frac{K_1 T z}{z-1} - \frac{K_1 T_1 z}{z-1} \cdot \frac{z-d}{z-d} = \frac{K_1 T z}{z-1} - \frac{K_1 T_1 z}{z-1} \cdot \frac{z-d}{z-d} \cdot \frac{z-1}{z-1}. \quad (8.5)$$

Окончательно Z-передаточная функция системы в разомкнутом состоянии:

$$W_{PA3} \Leftarrow \frac{z-1}{z} \cdot \frac{K_1 T z}{z-1} - \frac{K_1 T_1 z}{z-1} \cdot \frac{z-d}{z-d} = \frac{K_1 T}{z-1} - \frac{K_1 T_1}{z-1} \cdot \frac{z-d}{z-d}. \quad (8.6)$$

8.3 Особенности моделирования дискретных систем

8.3.1 Преобразование линейной передаточной функции в Z-форму.

VisSim имеет возможность автоматически выполнить Z-преобразование линейной функции. Для этого необходимо выполнить следующую последовательность действий в окне свойств блока **transferFunction** (рисунок 8.4):

1. В полях **Numerator** и **Denominator** ввести соответственно коэффициенты полинома числителя и знаменателя передаточной функции $W(s)$.

2. Нажать кнопку **Convert S→Z** и в появившемся окне указать период дискретности.

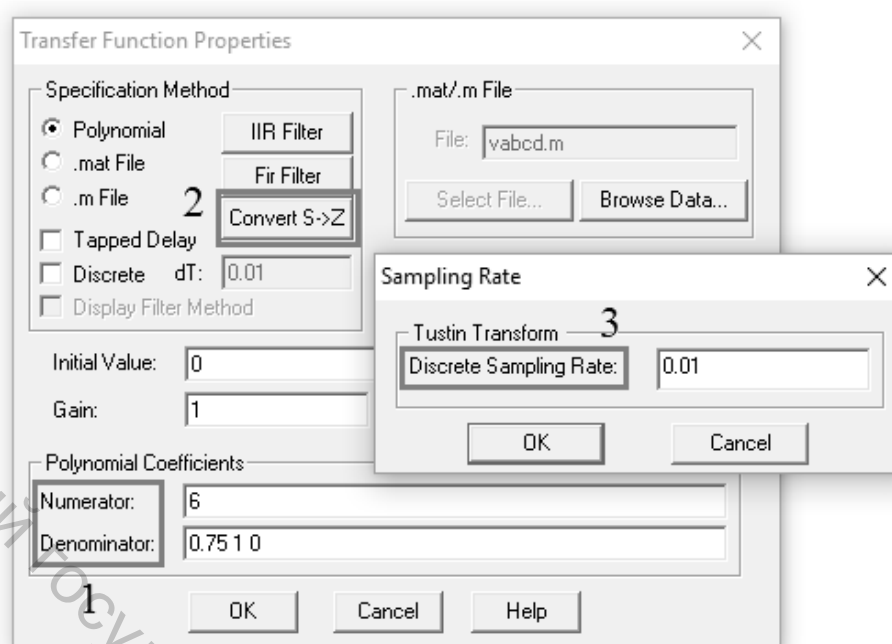


Рисунок 8.4 – Последовательность действий в окне свойств блока **transferFunction** для преобразования линейной передаточной функции в Z-форму

8.3.2 Прямая запись передаточной функции в Z-форме

Для прямой записи передаточной функции в Z-форме в окне свойств блока **transferFunction** необходимо поставить галочку в поле **Discrete** и указать период дискретности в поле **dT** (рисунок 8.5). Вся дальнейшая запись передаточной функции такая же, как и для линейных непрерывных систем.

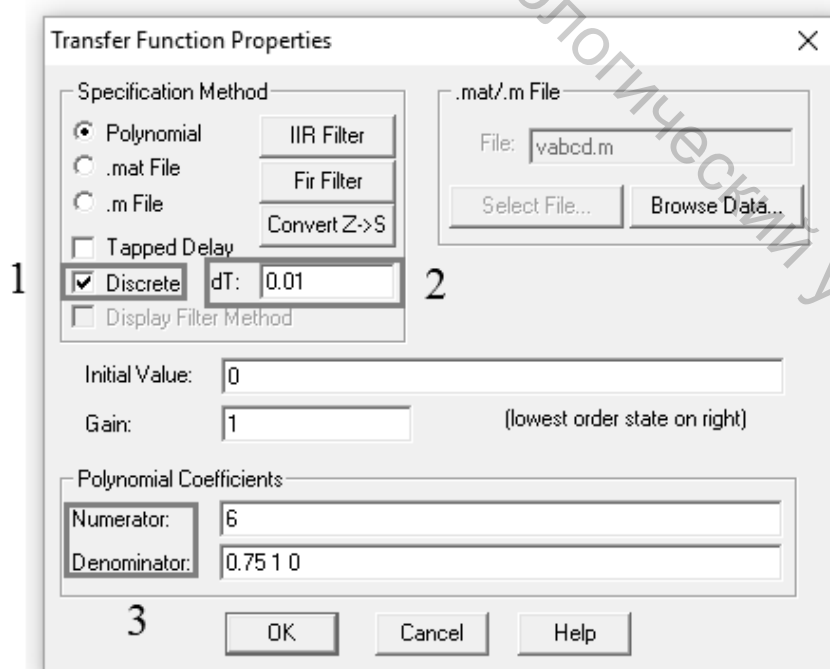


Рисунок 8.5 – Последовательность действий в окне свойств блока **transferFunction** для прямой записи передаточной функции в Z-форме

Пример:

Выполним моделирование системы, передаточная функция которой в непрерывной форме

$$W_{PAZ} \Leftarrow \frac{6}{s(0,75s+1)}$$

Используя формулу (8.6), получим ($T = 0,05c$):

$$W_{PAZ\ PACH} \Leftarrow \frac{0,01209z + 0,01170}{z^2 - 1,90484z + 0,90484}$$

На рисунках 8.6 и 8.7 цифре 1 соответствует модель и переходная характеристика непрерывной системы, 2 – модель и переходная характеристика дискретной системы с передаточной функцией в Z-форме, полученной с помощью VisSim, 3 – модель и переходная характеристика дискретной системы с расчетной передаточной функцией.

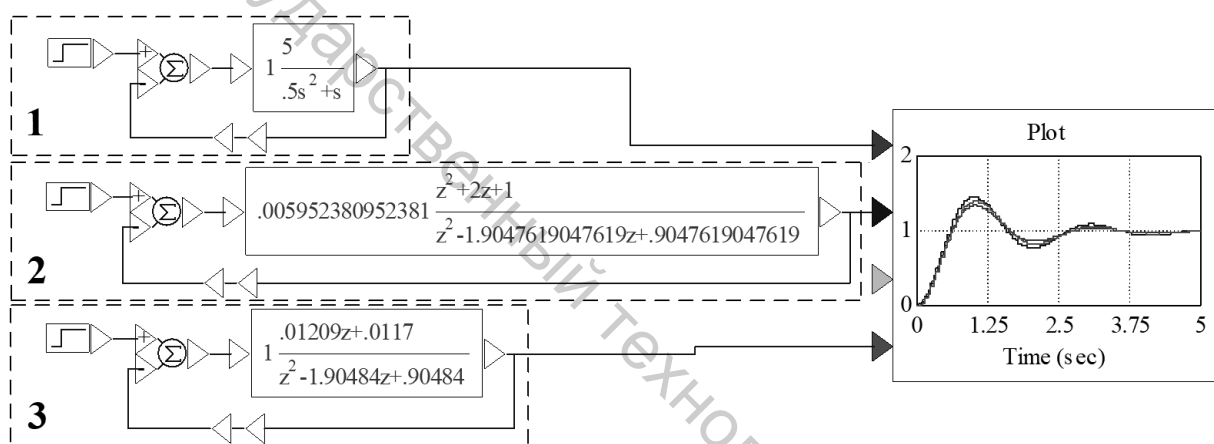


Рисунок 8.6 – Модель системы

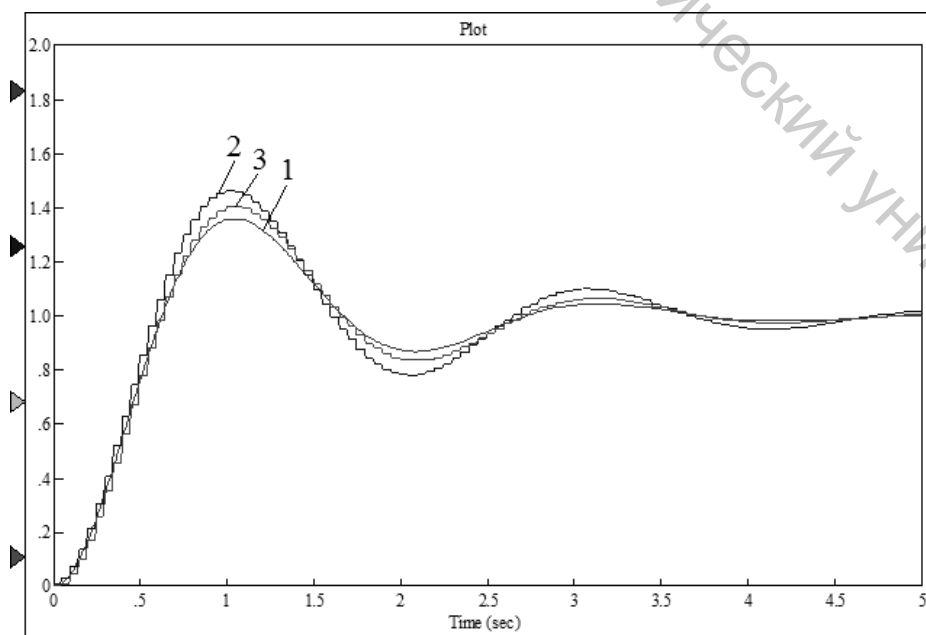


Рисунок 8.7 – Переходные характеристики

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Собрать структурные схемы (рисунок 8.3):

а) непрерывной системы;

б) импульсной системы, передаточная функция которой получена с учетом выбранного периода дискретности T в программе VisSim;

в) импульсной системы, передаточная функция $W(z)$ которой определена с учетом выбранного периода дискретности T аналитически.

Параметры непрерывной части заданы в таблице 8.1.

Таблица 8.1 – Параметры непрерывной части системы

№ варианта	K_1	T_1	№ варианта	K_1	T_1	№ варианта	K_1	T_1
1	6	0,75	6	4	0,2	11	4	0,4
2	2	0,1	7	5	0,25	12	2,5	0,3
3	3	0,5	8	2,5	0,4	13	2	0,25
4	1	0,3	9	6	0,25	14	3	0,2
5	7	0,5	10	5	0,3	15	1	0,5

Требуемый период дискретности $T_{\text{расч}} \leq \frac{T_1}{2}$.

2. Повторить пункт 1 для периода дискретности $\frac{T_{\text{расч}}}{5}$.

3. Повторить пункт 1 для периода дискретности $5T_{\text{расч}}$.

Контрольные вопросы

1. Что такое дискретная САУ?

2. Классификация дискретных систем.

3. Какие виды квантования вы знаете?

4. Какие виды модуляции вы знаете?

5. Теорема Котельникова.

6. С помощью какого математического аппарата описываются дискретные системы?

7. Особенности моделирования дискретных систем.