МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ БССР

ВИТЕБСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

кафедра высшей математики

517.9

УДК ~~517.91/943~~

№ госрегистрации 81013610

Инв. № 0286.0 024180

"УТВЕРЖДАЮ"

Проректор по научной работе

В.Е.ГОРБАЧИК

30 декабря 1985 г.

О Т Ч Е Т

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ НА ИНТЕГРАЛЬНЫХ МНОГООБРАЗИЯХ И В ИХ ОКРЕСТНОСТИ

(отчет заключительный)

ГБ - 82 - 59

Начальник научно-исследовательского сектора

_______________/Е.Г.Правдивый/

Заведующий кафедрой,доцент

_______________/В.С.Коваленко/

Руководитель темы, доцент

_______________/Е.Г.Садовников/

Витебск,1985

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель
доц.,к.ф.-м.н.

9.01.86 г. Е.Г.Садовников (Раздел 1)

доц.,к.ф.-м.н.

9.01.86 г. Ю.В.Трубников (Раздел 2)

ст.преподаватель

9.01.86 г. В.С.Денисов (Раздел 3)

ассистент

9.01.86 г. Н.С.Статковский (Раздел 4)

доц.,к.ф.-м.н.

9.01.86 г. Л.Г.Орещенко (Раздел 5)

доц.,к.ф.-м.н.

9.01.86 г. С.И.Примакова (Раздел 6, нормоконтролер)

РЕФЕРАТ

Отчет 43 стр.

АВТОНОМНАЯ СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, АККРЕТИВНЫЙ ОПЕРАТОР, ПРЕДЕЛЬНЫЙ ЦИКЛ, ГАМИЛЬТОНОВА СИСТЕМА, ЦЕЛЫЕ РЕШЕНИЯ, КОЭРЦИТИВНОСТЬ, УСТОЙЧИВОСТЬ.

Объектом исследования являются дифференциальные системы на интегральных многообразиях и в их окрестности.

Цель работы - нахождение достаточных условий существования периодических, почти-периодических, ограниченных и целых решений.

В процессе работы проводились теоретические исследования.

В результате исследования получены следующие результаты.

Найдены достаточные условия существования ровно n периодических решений для некоторых нелинейных автономных систем, условия существования и единственности почти-периодических и ограниченных на всей оси решений некоторых дифференциальных систем.

Установлены достаточные условия интегрируемости по Лиувиллю некоторых гамильтоновых систем.

Для нормальной автономной системы специального вида найдены достаточные условия существования предельного цикла, окружающего конечное число особых точек, из которых нечетное число расположено на оси абсцисс.

В комплексной области найдены достаточные условия существования целых решений некоторых дифференциальных уравнений второго порядка с неподвижными особыми точками, правая часть которых является рациональной функцией.

Для параболических уравнений получены точные оценки погрешности разностных схем.

СОДЕРЖАНИЕ

		стр
	Введение	4
I.	Поведение траекторий некоторых нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений	5
2.	Дифференциальные уравнения в банаховых пространствах	I6
3.	Существование неустойчивого предельного цикла, окружающего конечное число особых точек	24
4.	Об интегрировании гамильтоновых систем на разрешимых многообразиях	32
5.	Условия существования целых решений дифференциальных уравнений второго порядка с неподвижными особыми точками	36
6.	Точные оценки погрешности разностной схемы для параболических уравнений высших порядков	40
	Заключение	43

ВВЕДЕНИЕ

Исследование решений дифференциальных систем на интегральных многообразиях и в их окрестности является актуальной темой в связи с большим теоретическим и практическим значением темы. Исследования по указанной тематике проводились на основании постановления президиума АН БССР от 20 ноября 1980 года. Полученные в результате исследований результаты отличаются новизной. В этих исследованиях получены новые критерии поведения в целом траекторий некотрых нелинейных автономных систем, новые критерии наличия предельных циклов для некоторых автономных нормальных систем второго порядка. Много новых интересных результаоов получено при исследовании дифференциальных уравнений в банаховых и гильбертовых пространствах. Эти результаты позволили установить новые признаки существования периодических, почти периодических решений, ограниченных на всей оси решений.

При исследовании разностных эллиптических и параболических уравнений высоких порядков получены новые точные оценки погрешности разностной схемы для параболических уравнений высоких порядков.

Новые условия существования целых решений получены для уравнений второго порядка в комплексной области, правая часть которых является рациональной функцией своих аргументов.

Для некоторых гамильтоновых систем получены новые критерии интегрируемости по Лиувиллю.

I. Поведение траекторий некоторых нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Рассмотрим систему вида

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_1(x,y)\, f(y,z) \\ \dfrac{dy}{dt} = f_2(x,y)\, f(y,z)\, \varphi(x) \\ \dfrac{dz}{dt} = f_2(x,y)\, f_3(y,z)\, \varphi(x) \end{cases} \qquad (I)$$

Предположим, что выполнены следующие условия:

I. Все функции в правых частях системы (I) всюду непрерывно дифференцируемы.

2. $f_1(0,0)=f_2(0,0)=0,\ f_1^2(x,y)+f_2^2(x,y)\neq 0$ при $x^2+y^2\neq 0$,

$f_2(x,y)\neq 0$ при $y\neq 0$

3. Функции $f(y,z)$ и $\varphi(x)$ нигде не обращаются в нуль.

Изучалось поведение траекторий системы (I) в окрестности точек покоя и в целом при некоторых дополнительных условиях.

Приведем основные результаты.

При наложенных ограничениях вся ось Oz целиком состоит из точек покоя системы (I), причем вне этой оси нет других точек покоя системы (I)

Теорема I. Пусть при $x\neq 0$ справедливы тождества

$$f_2(x,y)\equiv F_2\left(\frac{y}{x}\right),\quad f_1(x,y)\equiv F_1\left(\frac{y}{x}\right), \qquad (2)$$

где функции $F_2(t)$ и $F_1(t)$ всюду непрерывно дифференцируемы и существуют конечные пределы:

$$\lim_{t\to\infty} F_2(t)=a;\quad \lim_{t\to\infty} F_1(t)=b.$$

Если уравнение

$$\varphi(0)\,\frac{F_2(u)}{F_1(u)}-u=0 \qquad (3)$$

имеет хотя бы один вещественный корень, то к каждой точке покоя примыкает не менее одной траектории системы (I).

Доказательство. При наложенных ограничениях траекторий системы (I) расположены в цилиндрических поверхностях с образующими, параллельными оси Oz. Проекции траекторий системы (I) на плоскость xoy удовлетворяют дифференциальному уравнению