

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

Е.С. Милеева

ПЕРСПЕКТИВА

Конспект лекций
для студентов направления специальности
6-05-0212-02 «Дизайн предметно-пространственной среды»

Витебск
2023

УДК 745/749
ББК 30.18
М 60

Рецензенты:

кандидат педагогических наук, доцент, заведующий кафедры «Дизайн»
УО «ВГУ им. П.М. Машерова» Кулененок В.В.;

кандидат технических наук, доцент, декан факультета «Дизайн»
УО «ВГТУ» Акиндинова Н.С.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским
советом УО «ВГТУ», протокол № 9 от 29.05.2023.

Милеева Е. С.

М60 Перспектива : конспект лекций / Е. С. Милеева. – Витебск : УО «ВГТУ»,
2024. – 69 с.
ISBN 978-985-481-741-5

В конспекте лекций представлены данные об основных понятиях перспективы; описано построение в перспективе точки, прямой, плоскости, углов, сложных геометрических фигур и тел; разобраны различные способы построения изображений в перспективе: способом перспективной сетки, малой картины, увеличенной картины, способом архитектора и совмещения предметной плоскости с картиной; изображение теней при искусственном и естественном освещении, а также вопросы, связанные с отражением предметов в зеркальной поверхности. Во всех разделах и подразделах прослеживается логическая последовательность изложения информации, дан иллюстративный материал.

Материал составлен в соответствии с основными темами учебной программы.

Для студентов, преподавателей и аудитории, изучающих законы художественной перспективы по дисциплинам: живопись, рисунок, композиция, дизайн.

УДК 748/749

ББК 30.18

ISBN 978-985-481-741-5

©УО «ВГТУ», 2023

Содержание

ТЕМА 1. ВВЕДЕНИЕ. ЭЛЕМЕНТЫ ПРОЕКЦИОННОГО АППАРАТА. ПЕРСПЕКТИВА ТОЧКИ, ПРЯМОЙ	5
1.1 Выполнение изображений методом центрального проецирования.....	5
1.2 Виды перспективы	6
1.3 Проецирующий аппарат и элементы картины. Термины и определения	6
1.4 Перспектива точки	8
1.5 Перспективное изображение прямых линий общего, частного и особого положения.....	9
1.6 Следы прямой, предельная точка прямой	12
ТЕМА 2. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ. ИЗОБРАЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ В ПЕРСПЕКТИВЕ. РЕШЕНИЕ ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ	13
2.1 Изображение параллельных, пересекающихся, скрещивающихся прямых в перспективе.....	13
2.2 Изображение плоскостей частного, общего и особого положения	15
2.3 Построение линии пересечения плоскостей	17
2.4 Построение точки пересечения прямой и плоскости	18
ТЕМА 3. ПЕРСПЕКТИВНЫЕ МАСШТАБЫ	18
3.1 Общие сведения о перспективных масштабах.....	18
3.3 Масштаб широт	20
3.4 Масштаб высот	20
3.5 Масштаб для горизонтальной прямой произвольного направления ...	21
ТЕМА 4. ПОСТРОЕНИЕ УГЛОВ В ПЕРСПЕКТИВЕ	25
4.1 Построение в перспективе углов произвольно расположенных в горизонтальной плоскости	25
4.2 Построение в перспективе угла наклона горизонтальной прямой к картинной плоскости	27
4.3 Построение в перспективе угла наклона прямой особого положения к предметной плоскости	28
4.4 Построение в перспективе угла наклона прямой общего положения к предметной плоскости	29
4.5 Построение в перспективе углов наклона восходящей и нисходящей плоскостей к предметной плоскости.....	30
ТЕМА 5. ПОСТРОЕНИЕ В ПЕРСПЕКТИВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР ...	32
5.1 Построение геометрических фигур, расположенных в предметной плоскости	32
5.2 Построение геометрических фигур, расположенных в вертикальной плоскости перпендикулярной картине	33
5.3 Построение геометрических фигур, расположенных в вертикальной плоскости произвольного направления	34
5.4 Построение окружности в перспективе	34

5.5 Окружность лежит в предметной плоскости	35
5.6 Окружность лежит в предметной плоскости и проходит через точку стояния S	36
5.7 Окружность лежит в предметной плоскости и заходит за точку стояния s	36
5.8 Способы построения изображений окружности в перспективе.....	37
ТЕМА 6. ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ....	40
6.1 Перспективные изображения многогранников (призм, пирамид).....	40
6.2 Перспективные изображения тел вращения (цилиндров, конусов)	45
ТЕМА 7. СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ.	48
7.1 Способ перспективной сетки	48
7.2 Способ малой картины	48
7.3 Способ увеличения картины	49
7.4 Способ архитектора	50
7.5 Способ совмещения предметной плоскости с картиной	52
ТЕМА 8. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ТЕОРИИ ТЕНЕЙ. ТЕНИ ПРИ ИСКУССТВЕННОМ И ЕСТЕСТВЕННОМ ОСВЕЩЕНИИ	53
8.1 Теоретическая основа построения теней	53
8.2 Понятие о построении теней в ортогональных проекциях.....	55
8.3 Тени точек, линий и плоских фигур.....	55
8.4 Тень цилиндра	58
8.5 Тень конуса	59
8.6 Тень сферы	60
8.7 Построение теней при естественном освещении.....	61
8.8 Построение теней при солнечном освещении	62
ТЕМА 9 ПОСТРОЕНИЕ ОТРАЖЕНИЙ В ЗЕРКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ	63
9.1 Общие понятия о построении	63
9.2 Построение отражений в зеркальной поверхности воды	64
9.3 Примеры построения перспективных отражений в зеркальной плоскости, различным образом расположенной в предметном пространстве	65
ЛИТЕРАТУРА	68

ТЕМА 1. ВВЕДЕНИЕ. ЭЛЕМЕНТЫ ПРОЕКЦИОННОГО АППАРАТА. ПЕРСПЕКТИВА ТОЧКИ, ПРЯМОЙ

Перспектива – это наука об изображении предметов на плоскости или какой-либо поверхности в соответствии с теми кажущимися сокращениями их размеров, изменениями очертаний форм и световых отношений, которые наблюдаются в натуре.

Не зная законов и правил линейной перспективы, невозможно начертить или нарисовать реалистично даже самый обыкновенный предмет, например куб.

1.1 Выполнение изображений методом центрального проецирования

Сущность метода центрального проецирования состоит в том, что перспективное изображение получается на плоскости с помощью прямых, проведенных из одной точки, называемой центром проекций.

Для того чтобы получить центральную проекцию отрезка A_1B_1 на заданной плоскости K при имеющемся центре проекции точке S , надо провести из точки зрения S лучи, направленные к концам отрезка, т. е. к точкам A и B , до пересечения этих лучей с прозрачной плоскостью K (рис 1). Соединив прямой полученные на плоскости точки A_1 и B_1 , получим перспективу заданного отрезка, или его центральную проекцию.

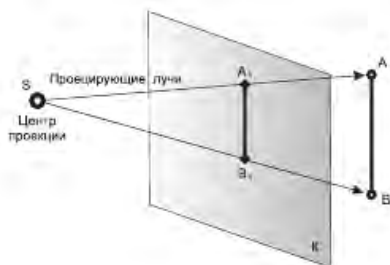


Рисунок 1 – Центральная проекция

Итак, методом центрального проецирования называется построение изображений пространственных фигур на плоскости или какой-либо поверхности с помощью проецирующих лучей, проведенных из одной точки.

На принципе центрального проецирования основано получение фотографических изображений, а также изображений на экране через проекционный фонарь.

1.2 Виды перспективы

Существуют разные виды перспективных изображений: вид перспективы зависит от поверхности, на которой он строится:

- 1) линейная перспектива – это изменение очертаний размеров контуров предметов по мере удаления от наблюдателя;
- 2) воздушная перспектива – это изменение цвета предметов в зависимости от удаления в глубину пространства (этот вид перспективы стал предметом исследований ученых-психологов);
- 3) панорамная перспектива – проецирующие лучи направлены из точки S на внутреннюю поверхность цилиндра;
- 4) купольная перспектива – это проецирование изображения предмета на внутреннюю поверхность шара.

1.3 Проецирующий аппарат и элементы картины. Термины и определения

Проецирующий аппарат и элементы картины представлены на рисунке 2.

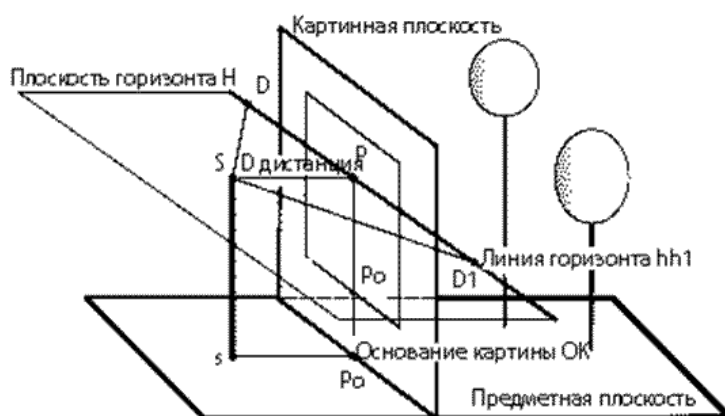


Рисунок 2 – Проецирующий аппарат

Задается единая и неподвижная *точка зрения (центр проекции, или, другими словами, глаз человека)*, связанная с *горизонтальной плоскостью H*, и прозрачная вертикальная *плоскость картины K*, через которую рассматривают находящиеся за ней предметы и пространство.

Предметная плоскость Π – это плоскость с находящимися на ней изображаемыми предметами, рисующим и картиной. Предметная плоскость расположена горизонтально и считается бесконечной. Если изображается интерьер, предметной плоскостью считается пол, если изображается экстерьер или пейзаж, предметной плоскостью является поверхность земли.

Картинная плоскость K – это вертикальная плоскость, на которой получают перспективное изображение. Ее всегда располагают перпендикулярно к предметной плоскости Π . Часть картинной плоскости, на которой строится перспективное изображение, называется картиной. Ее, как и картинную плоскость, будем обозначать буквой K .

Основание картины OK – это линия пересечения картинной плоскости с предметной.

Точка зрения, или центр проекций, S – это точка, указывающая место положения глаз рисующего относительно картины и предметной плоскости. Через точку зрения проводят проецирующие лучи к предмету, и они пересекаются с картиной.

Точка стояния s – это основание перпендикуляра, проведенного из точки зрения на предметную плоскость.

Высота точки зрения Ss – длина перпендикуляра, определяемая расстоянием от точки зрения до предметной плоскости. Высота точки зрения Ss зависит от положения рисующего. Так, в положении сидя она равна 110–130 см, в положении стоя – 150–175 см в зависимости от роста рисующего. Высота может быть больше, если рисующий строит перспективу, находясь на возвышении.

Таким образом, высота точки зрения всегда может быть определена достаточно точно. При работе над композицией высота Ss задается художником в соответствии с художественным замыслом.

Главный луч SP – это перпендикуляр, проведенный из точки зрения к картине. Главный луч зрения определяет расстояние зрителя до картины (дистанцию). Главная точка картины, или точка схода, P – это прямоугольная проекция точки зрения S на картинную плоскость.

Плоскость горизонта H – это плоскость, параллельная предметной плоскости и проведенная через точку зрения P .

Линия горизонта hh_1 – это прямая линия, указывающая на границу пересечения плоскости горизонта с картиной. Она проходит через главную точку картины P и параллельна линии основания картины на расстоянии от нее, равном высоте точки зрения Ss . Линия горизонта всегда находится на высоте глаз рисующего.

Дистанционные точки D и D_1 – это расстояние от глаз рисующего до картины. Точки расположены симметрично относительно главной точки схода P на линии горизонта. Расстояние удаления дистанционных точек минимально равно одной диагонали картины (рис. 3 а).

Главная вертикаль PP_0 – это прямая линия, образованная от пересечения плоскости главного луча с картиной. Главная вертикаль PP_0 делит картину на левую и правую части.

Предметное пространство – это пространство, находящееся за картинной плоскостью. В предметном пространстве располагаются предметы, которые предполагается изображать в картинной плоскости.

Мнимое пространство – это пространство, расположенное за спиной художника.

Для построения перспективных изображений необходимо учесть четыре основные составляющие:

- 1) форму и размер картинной плоскости K ;
- 2) высоту линии горизонта Ss ;
- 3) положение главной точки схода P ;
- 4) дистанционное расстояние D .



Рисунок 3 – Положение элементов перспективы в плане (а)
и в плоскости картины (б)

Для правильного нахождения дистанционного расстояния за основу взята диагональ формата картины. Диагональ формата равна лучу SsP и составляет дистанционное расстояние. Это расстояние следует отложить на линии горизонта от точки P влево – PD и вправо – PD_1 (рис. 3 б).

1.4 Перспектива точки

Пространственное положение точки определяется перпендикуляром к предметной плоскости (AA_1) (рис. 4). Чтобы на плоскости K получить

центральную проекцию (перспективу) точки A , необходимо через неё и точку зрения S провести проецирующий луч и определить точку A_K – пересечения этого луча с плоскостью K . Одна проекция точки не определяет её положения в пространстве. Кроме самой точки необходимо спроецировать на плоскость K её горизонтальную проекцию (A_1) или основание данной точки. Проводим луч SA_1 , точка пересечения луча с плоскостью K – A_{K1} – перспектива основания точки A , или вторичная проекция точки A в перспективе.

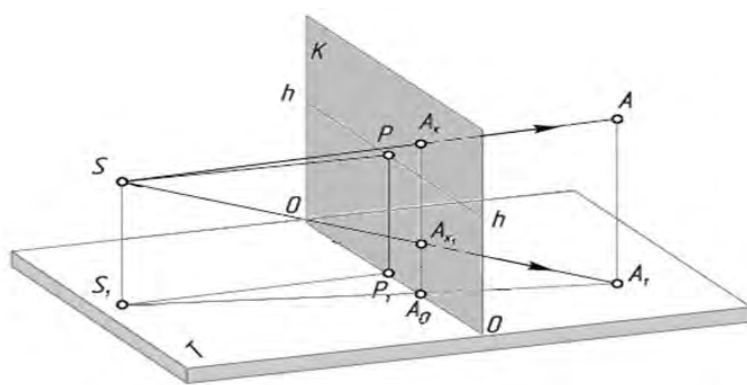


Рисунок 4 – Перспектива точки

Где A – точка в пространстве; A_K – перспектива точки A ; A_1 – основание (горизонтальная проекция) точки A ; A_{K1} – перспектива основания точки A , или вторичная проекция точки A в перспективе.

Описанный выше способ построения перспективы коротко можно выразить следующими словами: перспективой точки является картинный след проецирующего луча, проходящего через эту точку.

1.5 Перспективное изображение прямых линий общего, частного и особого положения

Изображение в перспективе прямой линии, расположенной в пространстве, будет также в виде прямой, как результат пересечения двух плоскостей: картины и лучевой плоскости, которая образована совокупностью лучей зрения, проецирующих отдельные точки заданной прямой (рис. 5). Так как положение прямой в пространстве определяется двумя её точками, то и перспектива прямой определяется перспективами двух её точек.

В предметном пространстве прямая может занимать общее или частное положение.

Прямая общего положения – расположена под произвольным углом к предметной и картинной плоскостям.

Прямая частного положения – расположена параллельно или перпендикулярно к предметной и картинной плоскостям.

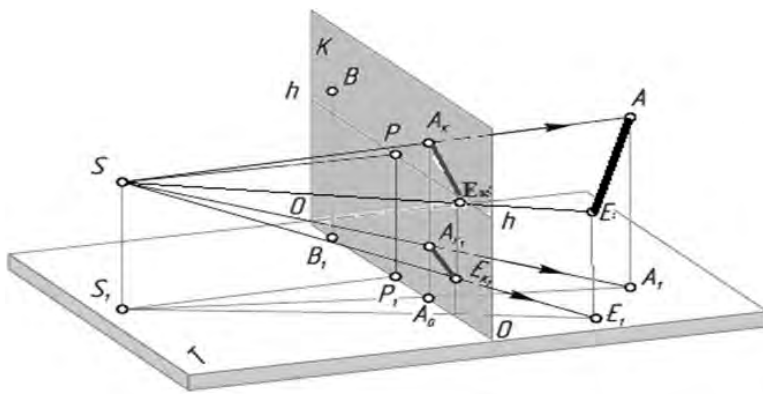


Рисунок 5 – Перспектива прямой

На рисунке 5 перспектива прямой AE и её вторичная проекция (перспектива основания прямой) определены перспективами и вторичными проекциями двух её точек A и E , заданных в ортогональных проекциях.

Прямые частного и особого положения

Горизонтальные прямые – лежащие в предметной плоскости или ей параллельные:

1. Параллельная предметной и картинной плоскостям (определяет главное направление – ширина измерения). Не имеет предельной точки (рис. 6).

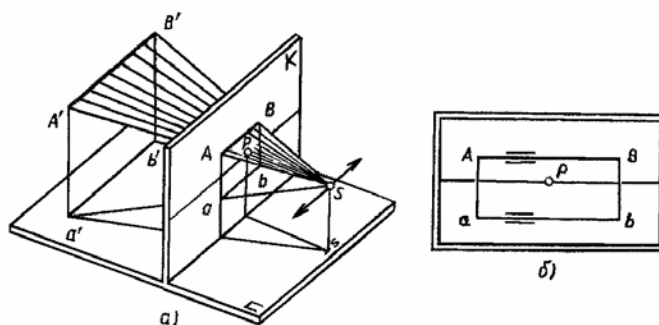


Рисунок 6 – Прямая, параллельная предметной и картинной плоскостям

2. Параллельная предметной плоскости и перпендикулярная к картине (определяет главное направление – глубина измерения). Предельная точка P (рис. 7).

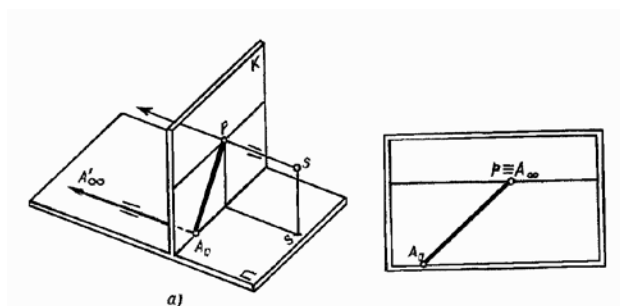


Рисунок 7 – Прямая, параллельная предметной плоскости и перпендикулярная к картине

3. Параллельная предметной плоскости под произвольным углом к картине. Предельная точка – на линии горизонта, но не главная точка Р.

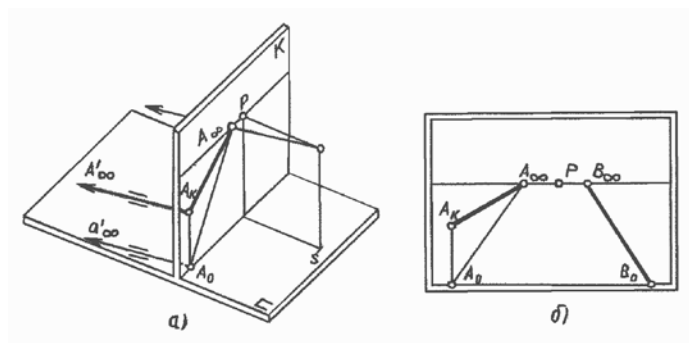


Рисунок 8 – Прямая, параллельная предметной плоскости под произвольным углом к картине

Вертикальные прямые – перпендикулярны к предметной плоскости, следовательно, параллельны картинной плоскости (высота измерения). Проекция прямой перпендикулярна основанию картины (рис. 9).

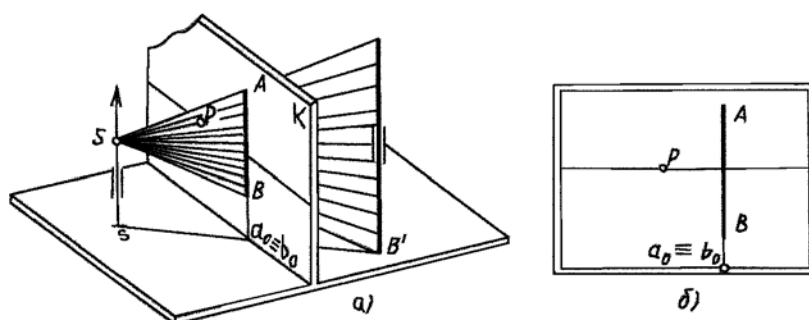


Рисунок 9 – Вертикальные прямые

Фронтальные прямые – параллельны картинной плоскости и под произвольным углом к предметной плоскости. Не имеют предельной точки, их проекция на предметную плоскость параллельна основанию картины (рис. 10).

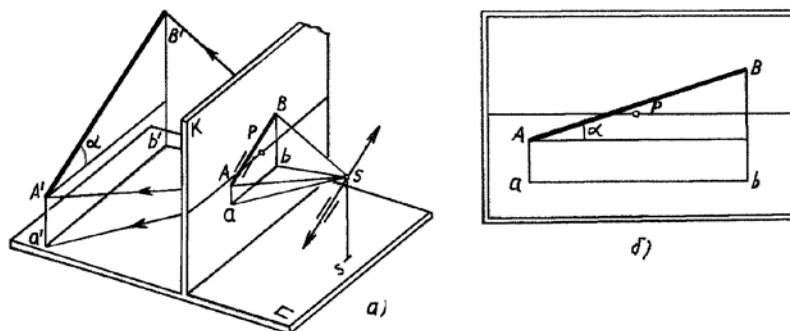


Рисунок 10 – Фронтальные прямые

Прямые особого положения

Расположены под произвольным углом к предметной и картинной плоскостям, но параллельны плоскости главного луча зрения (рис. 11).

Тогда ее проекция на предметную плоскость расположена перпендикулярно к картинной плоскости, т. е. является глубиной измерения, и имеет предельную точку Р.

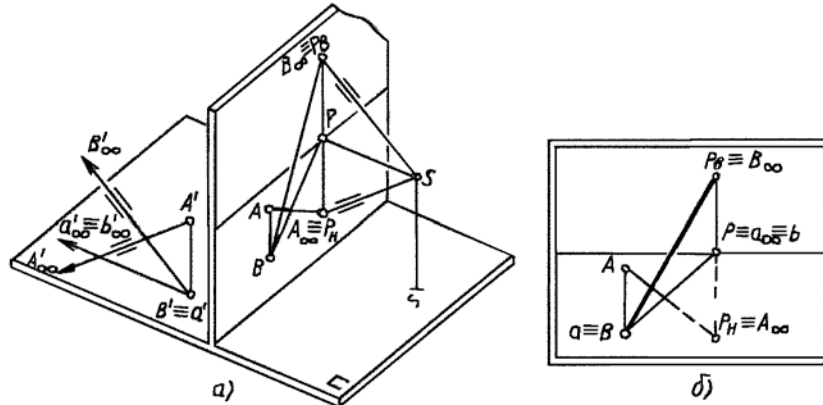


Рисунок 11 – Прямая особого положения

1.6 Следы прямой, предельная точка прямой

Прямая линия общего положения может быть изображена в перспективе не только в виде отрезка, но также в виде полупрямой, ограниченной лишь с одной стороны (картинной плоскостью) и неограниченно продолженной в другую сторону. В этом случае точками, определяющими прямую и её перспективу, являются (рис. 12):

- 1) картинный след прямой;
- 2) предельная точка прямой.

Предельной точкой прямой называют перспективное изображение бесконечно удаленной точки прямой, расположенной на линии горизонта (A_{∞}).

Для построения предельной точкой прямой проводят луч зрения параллельно заданной прямой и находят точку его пересечения с плоскостью картины. Для этого через луч зрения и высоту точки зрения проводят вспомогательную горизонтально проецирующую плоскость. Затем строят линию пересечения картинной и вспомогательной плоскостей, проведя перпендикуляр к основанию картины. Точка пересечения луча зрения с перпендикуляром определит искомую предельную точку бесконечно продолженной прямой.

Предельная прямая – перспектива бесконечно удаленной прямой, принадлежащей предметной плоскости.

След прямой – точки пересечения с предметной и картинной плоскостями (предметный след A_{π} и картинный след A_k) на рисунке 12.

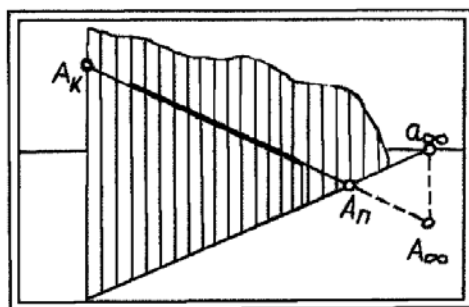


Рисунок 12 – Точки, определяющие прямую и её перспективу

ТЕМА 2. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ. ИЗОБРАЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ В ПЕРСПЕКТИВЕ. РЕШЕНИЕ ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ

2.1 Изображение параллельных, пересекающихся, скрещивающихся прямых в перспективе

Произвольно направленные горизонтальные параллельные прямые на картине изображаются пучком прямых, сходящихся в отдельной точке (рис. 13). Общая предельная точка произвольно расположенных горизонтальных прямых находится на линии горизонта и называется точкой схода.

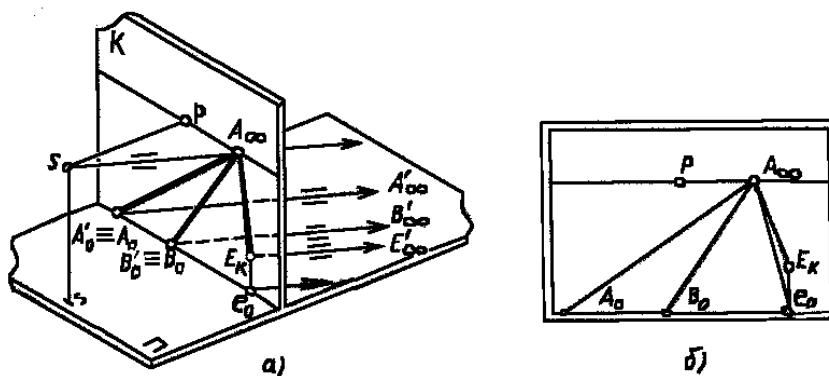


Рисунок 13 – Параллельные прямые

Прямые общего положения могут быть нисходящими и восходящими.

Восходящая – прямая, которая удаляется от зрителя, направлена снизу вверх. Нисходящая – прямая, которая удаляется от зрителя, направлена сверху вниз.

Восходящие параллельные прямые общего положения имеют точку схода, расположенную над линией горизонта в произвольном месте и лежащую на одном перпендикуляре с точкой схода проекций этих прямых (рис. 14).

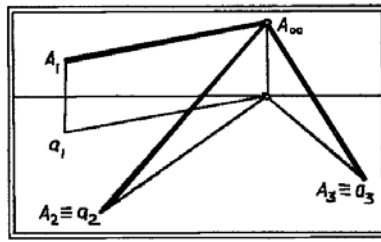


Рисунок 14 – Восходящие прямые

Нисходящие параллельные прямые общего положения имеют точку схода, расположенную под линией горизонта в произвольном месте и лежащую на одном перпендикуляре с точкой схода проекций этих прямых (рис. 15).

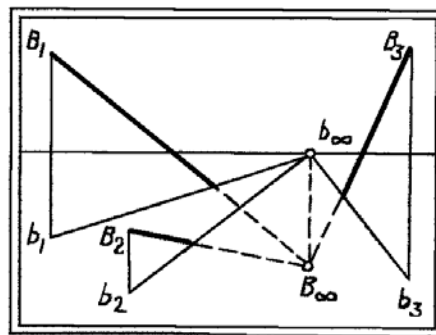


Рисунок 15 – Нисходящие прямые

Пересекающиеся прямые

Зададим две прямые, пересекающиеся в точке A . Тогда проекции этих прямых пересекаются в точке a . Точки A и a находятся на одном перпендикуляре (рис. 16).

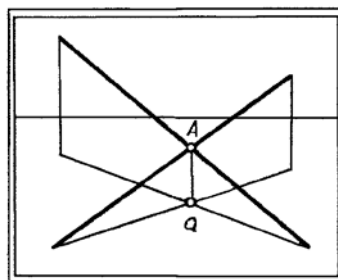


Рисунок 16 – Пересекающиеся прямые

Скрещивающиеся прямые

Зададим две скрещивающиеся прямые (рис. 17). Если прямые скрещивающиеся, то они не могут быть параллельными и не должны иметь общей точки схода. Соответственно, на картине точки пересечения прямых и их проекций не должны лежать на одном перпендикуляре. Основание слившихся на картине точек различно удалено от основания картины (b_1 – ближе, b_2 – дальше), как и точки B_1 и B_2 .

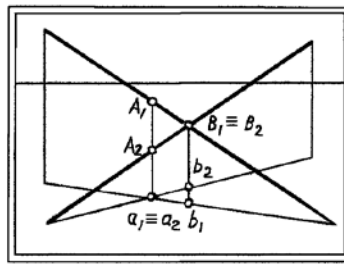


Рисунок 17 – Скрещивающиеся прямые

2.2 Изображение плоскостей частного, общего и особого положения

Общее положение – такое положение, когда плоскость наклонена к предметной и картинной плоскости под произвольным углом. Может быть восходящей и нисходящей. Признаком является наклон предельной прямой к линии горизонта (восходящая – над, нисходящая – под) (рис. 18).

Признаки общего положения плоскости: 1) картинный след ее составляет произвольный угол с основанием картины; 2) предельная точка предметного следа может быть в любой точке на линии горизонта, но не главная точка Р.

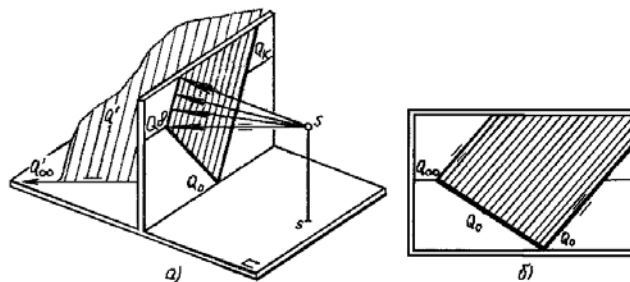


Рисунок 18 – Плоскость общего положения

Частное положение – плоскость параллельна или перпендикулярна картинной и предметной плоскости.

1. *Перпендикулярна к предметной и картинной плоскостям* (глубина) (рис. 19)

Признаки:

1) картинный след R_K перпендикулярен основанию картины ($R_K \perp kk$);

2) предельная точка R_∞ предметного следа R_Π является главной точкой Р.

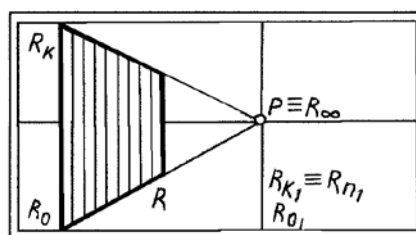


Рисунок 19 – Плоскость перпендикулярна картинной и предметной плоскости

2. *Перпендикулярна к предметной плоскости и под произвольным углом к картинной плоскости* (проецирующая плоскость) (рис. 20).

Признаки:

- 1) картинный след T_k параллелен основанию картины ($T_k \perp kk$);
- 2) предельная точка T_∞ предметного следа T_n может быть в любой точке на линии горизонта, но не главная точка P .

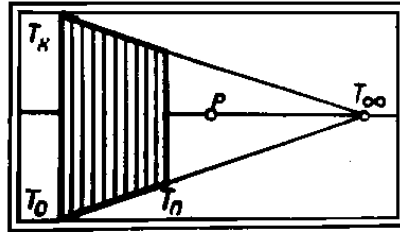


Рисунок 20 – Проецирующая плоскость

3. *Параллельна предметной и перпендикулярна картинной плоскостям* (горизонтальная) (рис. 21).

Признаки:

- 1) картинный след J_k параллелен основанию картины ($J_k \parallel kk$);
- 2) предельные точки прямых находятся на линии горизонта и не имеют предметного следа.

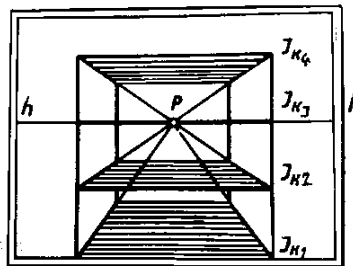


Рисунок 21 – Горизонтальная плоскость

4. *Перпендикулярна к предметной и параллельна картинной плоскостям* (фронтальная) (рис. 22).

Признаки:

- 1) предметный след W_n параллелен основанию картины ($W_n \parallel kk$), углы фигуры изображены без искажения;
- 2) картинного следа не имеет.

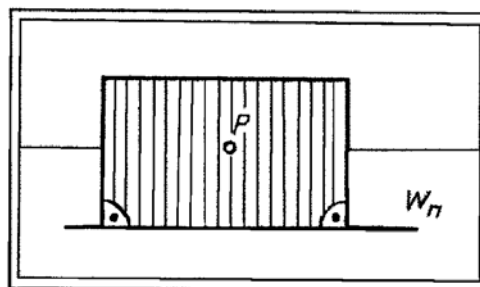


Рисунок 22 – Фронтальная плоскость

Особое положение – плоскость наклонена под произвольным углом к картинной и предметной плоскостям, а ее следы (соответственно, и сама плоскость параллельна основанию картины). Нисходящая (рис. 23) и восходящая (рис. 24) плоскости.

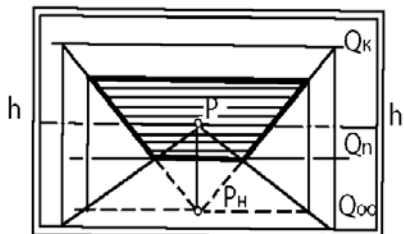


Рисунок 23 – Нисходящая плоскость

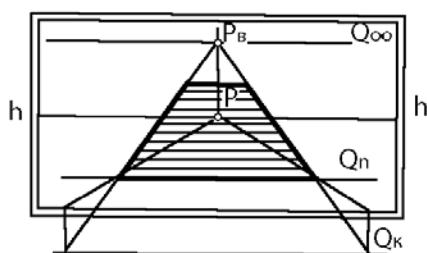


Рисунок 24 – Восходящая плоскость

Признаки:

- 1) предметный след параллелен основанию картины ($Q_n \parallel kk$);
- 2) картинный след параллелен основанию картины ($Q_K \parallel kk$).

2.3 Построение линии пересечения плоскостей

Для построения линии пересечения двух плоскостей необходимо найти две их общие точки. Если плоскости заданы следами, то общими точками будут точки пересечения картинных 1_K и предметных 2_Π следов (рис. 25).

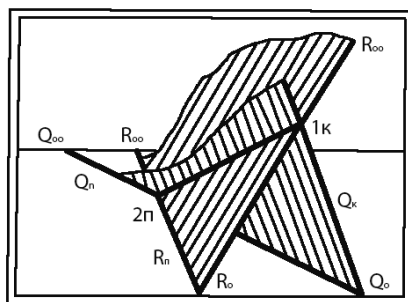


Рисунок 25 – Линии пересечения плоскостей

2.4 Построение точки пересечения прямой и плоскости

Для этого строят через данную прямую вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость и линию ее пересечения с заданной плоскостью (рис. 26).

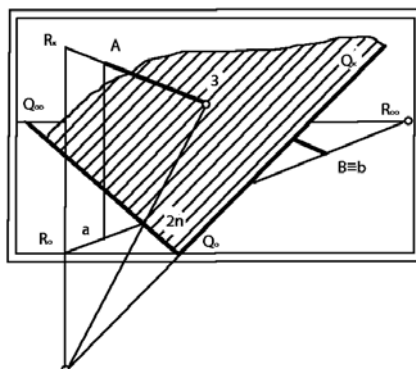


Рисунок 26 – Точка пересечения прямой и плоскости

ТЕМА 3. ПЕРСПЕКТИВНЫЕ МАСШТАБЫ

3.1 Общие сведения о перспективных масштабах

Масштаб – отношение размера изображения отрезка к его натуральной величине.

В перспективе одинаковые по размерам предметы по мере удаления их от зрителя становятся меньше. Отсюда следует что единица длины на картине является переменной величиной. Для построения на картине объектов по их заданным размерам применяют перспективный масштаб.

Перспективный масштаб – условный размер отрезка на основании картины, равный 1м, который позволяет установить соотношение между натуральным и перспективным изображением.

При одном и том же охвате пространства масштаб картины может быть различен, если меняется величина ее рамки. НО: при одном и том же размере картины масштаб ее может быть различным, если меняется охват пространства, ограниченного рамкой картины.

3.2 Масштабы глубин

Масштаб глубин – масштаб, построенный на прямой, перпендикулярной плоскости картины (рис. 27).

Задаем A_0A_∞ – глубинная прямая (точка схода P). На основании картины отмечаем отрезки A_01_0 , A_02_0 , A_03_0 . Циркулем откладываем их на прямой A_0A_∞ . Соединяем 1_01^1 , 2_02^1 , 3_03^1 . Через S проводим прямую $\parallel 1_01^1$. Ее точка схода – D . Соответственно, прямые 1_01^1 , 2_02^1 , 3_03^1 имеют точку схода D .

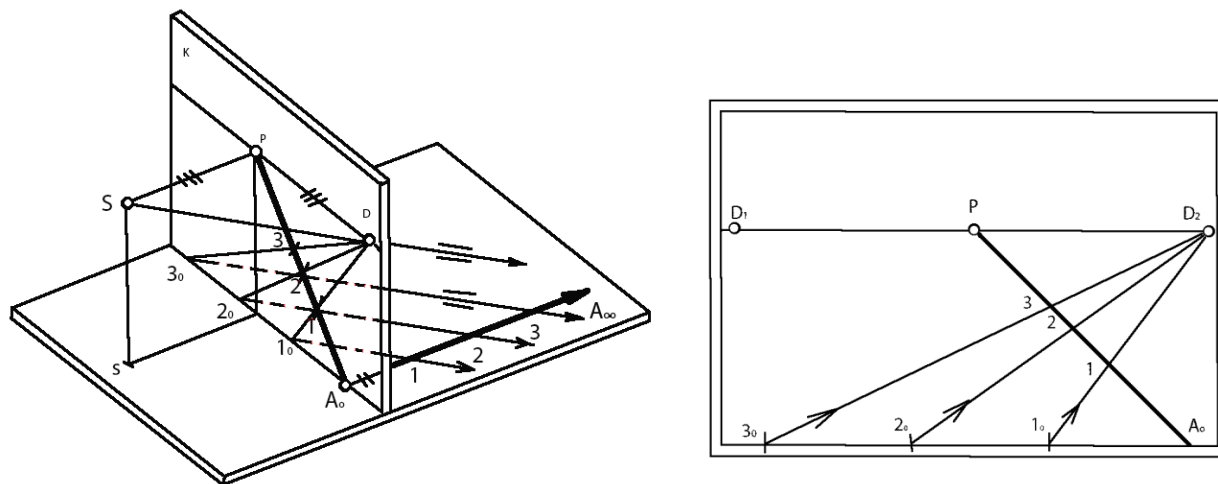


Рисунок 27 – Масштаб глубин

Рассмотрим треугольник SPD в плоскости горизонта: он равнобедренный прямоугольный и подобен $1_0A_01^1$. Отсюда следует, что при построении масштаба глубины точкой схода линии переноса является дистанционная точка D находящаяся на линии горизонта и отстоящая от главной точки на зрительное расстояние SP .

Для построения перспективного масштаба широт натуральный масштаб с основания картины переносят на заданную прямую с помощью линий переноса, произвольно задав их точку схода на горизонте или используя главную точку.

Для определения натуральной величины глубины отрезка проводят через его концы и дистанционную точку линии переноса до пересечения с основанием картины. Вынесенная величина в соответствии с масштабом картины определит размер отрезка.

Дробная дистанционная точка – точка, находящаяся на линии горизонта, расстояние до которой от точки P равно $1/n$.

Если для построения масштаба глубины нельзя воспользоваться полным дистанционным расстоянием, то задают некоторую его часть, находящуюся в пределах картины. Отметив соответствующую дробную дистанционную точку $(\frac{D}{n})$ на линии горизонта, ее используют как точку схода линии переноса для деления натурального масштаба, единица которого составляет эту же часть $(1/n)$ единицы заданного масштаба.

3.3 Масштаб широт

Масштаб широт – масштаб, построенный на прямой, параллельной основанию картины (рис. 28).

Зададим прямую $\parallel$ основанию картины с точкой A^1 . Зададим произвольные отрезки на основании картины $A_0-1_0, 1_0-2_0, 2_0-3_0$. Параллельными линиями перенесем их на данную прямую – точки $1^1, 2^1, 3^1$.

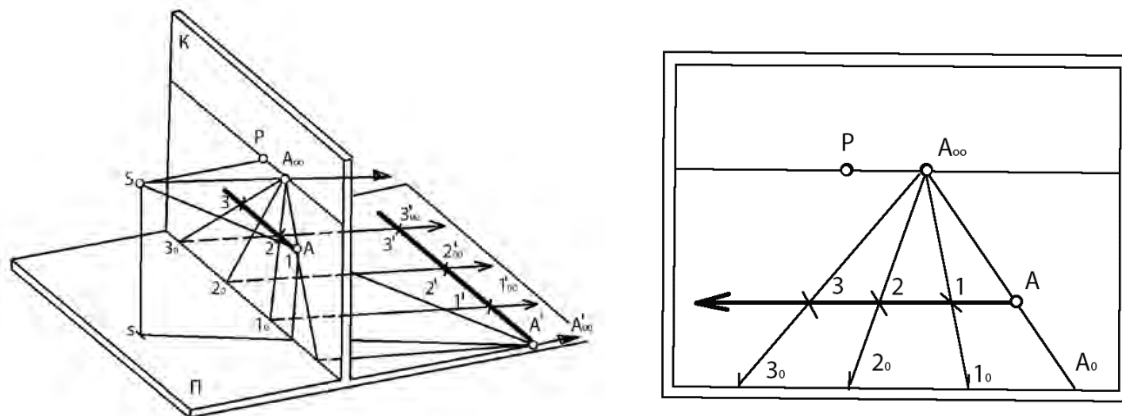


Рисунок 28 – Масштаб широт

Строим на картине перспективу точки A^1 и заданной прямой. Точка схода линий переноса – A_∞ . Соединяем точки $A_0, 1_0, 2_0, 3_0$ с точкой A_∞ . На пересечении с картинной плоскостью получаем точки $A, 1, 2, 3$, как проекции точек $A^1, 1^1, 2^1, 3^1$. Полученные отрезки $A-1, 1-2, 2-3$ являются перспективными изображениями натуральных отрезков $A_0-1_0, 1_0-2_0, 2_0-3_0$.

Для построения перспективного масштаба широт натуральный масштаб с основания картины переносят на заданную прямую с помощью линий переноса, произвольно задав их точку схода на горизонте или через главную точку.

3.4 Масштаб высот

Масштаб высот – масштаб, построенный на прямой, перпендикулярной к предметной плоскости (рис. 29).

Зададим вертикальную прямую, проходящую через точку A_1 . На боковой (правой) рамке картины отложим натуральные отрезки $A_0-1_k, 1_k-2_k, 2_k-3_k$. С помощью горизонтальных линий переноса (приняв заданную прямую и правую сторону картины за проецирующую плоскость) переносим точки: A_0 в точку A^1 , $1_k-1^1, 2_k-2^1, 3_k-3^1$. Построив на картине перспективу вертикальной прямой, определяем точку схода линий переноса A_∞ (предельная точка предметного следа плоскости). Соединив отмеченные деления на боковой стороне картины с точкой схода A_∞ , отмечаем точки $1, 2, 3$. Отрезки $A-1, 1-2, 2-3$ являются перспективным изображением натуральных отрезков в масштабе.

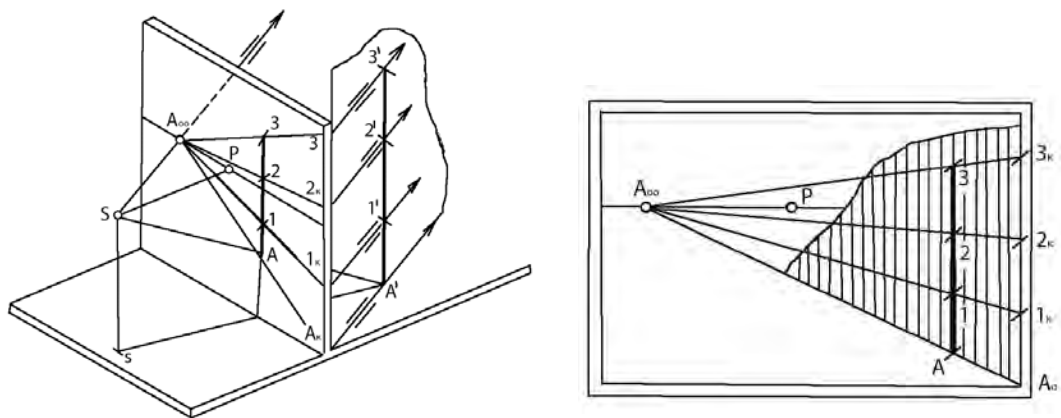


Рисунок 29 – Масштаб высот

Для построения перспективного масштаба высот натуральные отрезки откладывают на картинном следе горизонтально-проецирующей плоскости, в которую заключают заданную вертикальную прямую, и переносят их с помощью горизонтальных линий переноса, точкой схода которых является предельная точка прямой предметного следа плоскости.

3.5 Масштаб для горизонтальной прямой произвольного направления

Известны четыре случая расположения прямой произвольного направления: а) горизонтальное; б) фронтальное; в) особого положения; г) общего положения.

Горизонтальное

Зададим прямую A_1-A_∞ (рис. 30). Для упрощения доказательства, прямая принадлежит предметной плоскости.

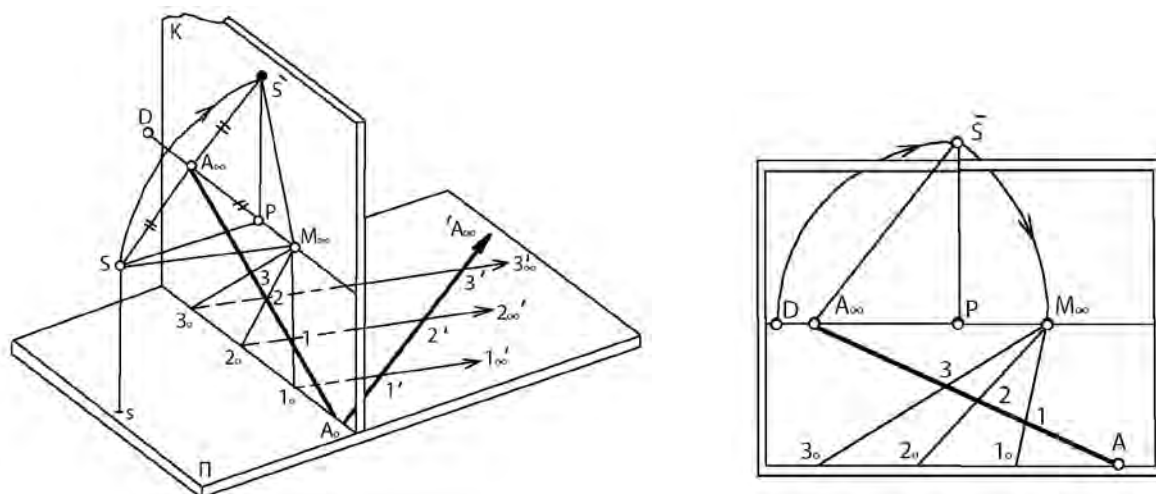


Рисунок 30 – Горизонтальная прямая произвольного направления

На основании картины от точки A_0 откладывают отрезки A_0-1_0 , 1_0-2_0 , 2_0-3_0 натурального масштаба. Циркулем переносят отрезки на заданную прямую, соединяют отмеченные точки прямыми 1_0-1^1 , 2_0-2^1 , 3_0-3^1 . Треугольники $1_0A_01^1$, $2_0A_02^1$, $3_0A_03^1$ равнобедренны и подобны. На картине строят перспективное изображение прямой $A_0A^1_\infty$. Луч $SM_\infty \parallel$ прямым 1_0-1^1 , 2_0-2^1 , 3_0-3^1 . M_∞ – точка схода линий переноса. Строим перспективу линий переноса 1_0M_∞ , 2_0M_∞ , 3_0M_∞ , получаем точки 1, 2, 3 перспективного масштаба. Треугольники $SA_\infty M_\infty$ подобен треугольнику $1_0A_01^1$, соответственно является равнобедренным ($SA_\infty = M_\infty A_\infty$). Преобразуем – повернем треугольник $SA_\infty M_\infty$ вокруг линии горизонта, совместим с плоскостью картины, тогда S находится на перпендикуляре, проведенном из главной точки P. $SP = \bar{S}P$. В совмещенном с плоскостью картины равнобедренном треугольнике $A_\infty M_\infty = \bar{S} M_\infty$. Это позволяет найти точку схода линий переноса M_∞ .

Для построения перспективного масштаба произвольно направленной горизонтальной прямой, находят масштабную точку M_{∞} , положение которой различно для каждой прямой.

Задан отрезок АВ, определим его натуральную величину в масштабе картины (рис. 31).

Рисунок 31 – Отрезок АВ для задачи 1

Задача 2

предметный след прямой (построение аналогично рис. 30). В этом случае масштаб переносят с использованием масштабной точки M_{∞} .

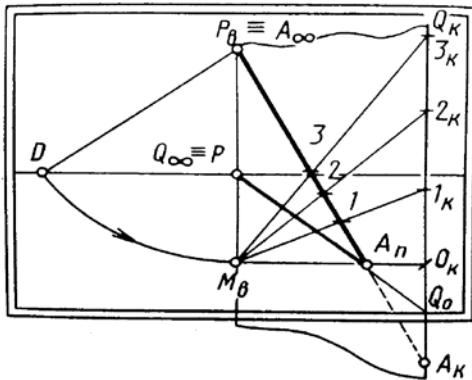


Рисунок 34 – Прямая особого положения (способ 1)

Совмещенную точку зрения $\bar{S}$ заменяют дистанционной точкой ($P\bar{S}=PD$). Тогда масштабную точку M_B определяют отложив отрезок $A_\infty D = A_\infty M_B$ на предельной прямой (главной вертикали) этой плоскости. Для переноса заданного масштаба на восходящую прямую особого положения через точку A_Π проводят линию переноса $M_B A_\Pi$ до пересечения с картинным следом плоскости. Определяют начальную точку Q_K , от нее откладывают отрезки $Q_K-1_K, 1_K-2_K, 2_K-3_K$, линиями переноса в точку схода M_B их длину переносят на прямую $A_\Pi P_B$ – точки $A_\Pi, 1, 2, 3$.

Способ 2 (рис. 35)

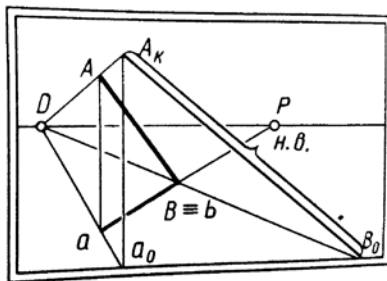


Рисунок 35 – Прямая особого положения (способ 2)

Определим длину отрезка АВ. Аа-перпендикуляр к картинной плоскости. $\angle a=90^\circ$ Треугольник $A_K B_0 a_0$ – проекция на картинную плоскость ΔABa . $\angle a$ – прямой, $A_K a_0$ – вертикальный масштаб, $B_0 a_0$ – горизонтальный масштаб, $A_K B_0$ – гипотенуза треугольника.

Общего положения

Зададим произвольно направленную прямую AA_{∞} . Через нее проведем вспомогательную плоскость Q , перпендикулярную картине (рис. 36).

Q_0Q_∞ – предметный след этой плоскости проходит через точку $A=A_\Pi$ и $P=Q_\infty$. Q_0 – пересечение предметного следа плоскости с основанием картины.

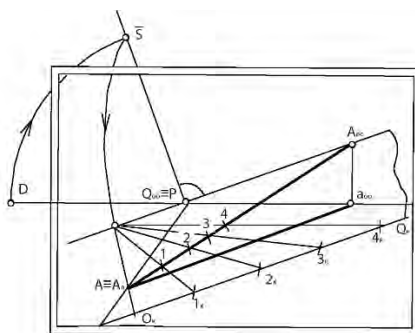


Рисунок 36 – Прямая общего положения

Для построения картинного следа Q_0Q_k плоскости Q проводят ее предельную прямую PA_∞ , затем через точку $Q_0 \parallel$ предельной прямой PA_∞ проводят картинный след Q_0Q_k вспомогательной плоскости Q . Линии переноса должны лежать в плоскости Q , масштабная точка M_∞ должна находиться на предельной прямой PA_∞ . Строим на картине совмещенную точку зрения $\bar{S}$ путем вращения точки зрения S вокруг предельной прямой PA_∞ . На расстоянии $P\bar{S} = PD$. $A_\infty M_\infty = A_\infty \bar{S}$. Через масштабную точку M_∞ и точку A линей переноса на картинную плоскость находят точку O_k – начало отсчета. От точки O_k откладываем отрезки натурального масштаба на картинном следе (отрезки $O_k-1_k, 1_k-2_k, 2_k-3_k, 3_k-4_k$), Переносим их на заданную прямую с масштабной точкой M_∞ . Отрезки $A-1, 1-2, 2-3, 3-4$ – перспективное изображение натуральных отрезков.

Для построения перспективного масштаба на прямой общего положения ее заключают в проецирующую плоскость, перпендикулярную картине. Затем откладывают отрезки натурального масштаба на картинном следе плоскости.

ТЕМА 4. ПОСТРОЕНИЕ УГЛОВ В ПЕРСПЕКТИВЕ

4.1 Построение в перспективе углов, произвольно расположенных в горизонтальной плоскости

Зададим угол $B_\infty^1 A_0 A_\infty^1 = \alpha^1$ (для простоты доказательства в предметной плоскости).

Чтобы построить его перспективу: проводим лучи зрения $\parallel$ сторонам $A_0 B_\infty^1$ и $A_0 A_\infty^1$ до пересечения с линией горизонта. Точки B_∞ и A_∞ предельные точки. Соединяем с точкой A_0 , получаем перспективу угла – $B_\infty A_0 A_\infty$, соответствующего заданному ($=\alpha^1$) (рис. 37).

Угол $B_\infty S A_\infty$ в плоскости горизонта $=\alpha^1$ (по построению). Повернем плоскость угла вокруг линии горизонта, получаем совмещенное положение угла $B_\infty \bar{S} A_\infty$, который тоже $=\alpha^1$. Его вершина совпадает с совмещенной точкой $\bar{S}$, а стороны опираются на линию горизонта в предельных точках.

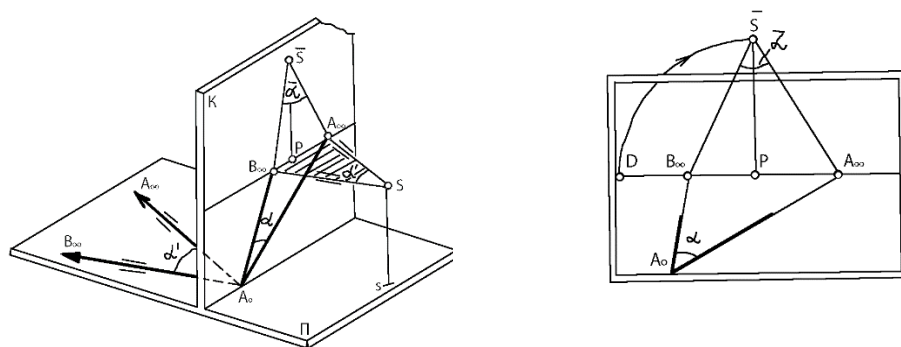


Рисунок 37 – Построение произвольного угла в горизонтальной плоскости

Для построения перспективы угла, лежащего в горизонтальной плоскости, задают его натуральную величину при совмещенной точке зрения и продолжают стороны до пересечения с линией горизонта. Полученные точки пересечения будут предельными точками сторон искомого угла, вершина которого может быть задана в любом месте (рис. 38).

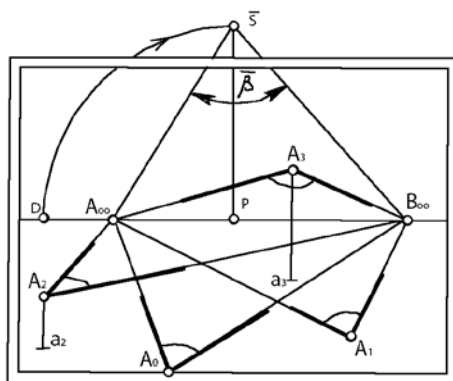


Рисунок 38 – Равные углы

Все углы при вершинах $A_0, A_1, A_2, A_3 = \beta$.

Для определения натуральной величины угла, лежащего в горизонтальной плоскости, по его изображению на картине строят предельные точки сторон угла, продолжив их до линии горизонта. Полученные предельные точки соединяют с совмещенной точкой зрения. Угол при совмещенной точке зрения будет натуральной величиной угла, заданного на картине (рис. 39).

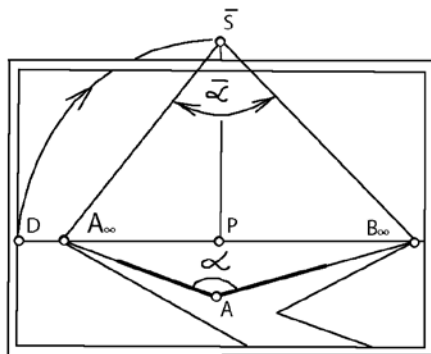


Рисунок 39 – Натуральная величина угла

4.2 Построение в перспективе угла наклона горизонтальной прямой к картинной плоскости

Зададим $A_0A_\infty^1$ – произвольно направленную прямую (для простоты построения в предметной плоскости) (рис. 40).

Для определения перспективы угла ее наклона к основанию картины, строят перспективу заданной прямой A_0A_∞ , определяют ее предельную точку A_∞ . Через точку зрения проводят нейтральную плоскость N , определяют нейтральную прямую n ($n \parallel hh$). Углы β равны в плоскости SPA_∞ . И равны углу β^1 – углу наклона прямой $A_0A_\infty^1$ к основанию картины, т. к. их сходственные стороны параллельны.

Повернём плоскость горизонта вокруг линии горизонта до совмещения с плоскостью картины. Натуральная величина $\bar{\beta}$ заданного угла определяется наклоном прямой $\bar{S}A_\infty$ к линии горизонта или к совмещенному положению нейтральной прямой.

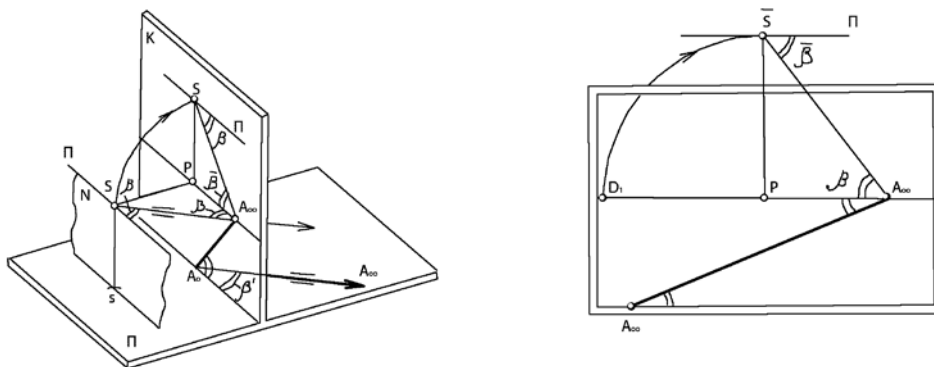


Рисунок 40 – Произвольно направленная прямая в предметной плоскости

Для построения перспективы угла наклона прямой к основанию картины задают его при совмещенном положении точки зрения приняв нейтральную прямую за одну из сторон, и продолжают вторую сторону до пересечения с линией горизонта. Полученная точка пересечения будет предельной точкой любой прямой, составляющая с основанием картины заданный угол (рис. 41).

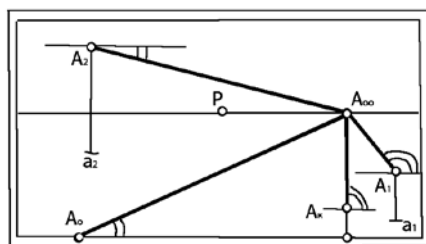


Рисунок 41 – Предельная точка любой прямой, составляющая с основанием картины заданный угол

В перспективе прямые A_0A_∞ , A_1A_∞ , A_2A_∞ , A_KA_∞ имеют общую предельную точку A_∞ , наклонены к картине под одинаковым углом β .

Для определения натуральной величины угла наклона прямой к основанию картины по его перспективному изображению строят предельную точку этой прямой на линии горизонта и соединяют ее с совмещенной точкой зрения. Угол между проведенной прямой и линией горизонта определит натуральную величину угла наклона заданной прямой к основанию картины.

4.3 Построение в перспективе угла наклона прямой особого положения к предметной плоскости

Зададим восходящую прямую $A^1A_\infty^1$ с проекцией на предметную плоскость A^1a_∞ . Это условие определяет положение глубинной прямой, предельная точка которой P ($P=a_\infty$). Предельная точка A_∞ восходящей прямой особого положения на картине находят в пересечении луча зрения SA_∞ , проведенного параллельно заданной прямой с линией главной вертикали (т. е. $P\bar{S}$) (рис. 42).

Заметим, угол $A_\infty SP$ находится в плоскости главного луча зрения, равен заданному углу $A_\infty^1 A^1 a_\infty$. Прямоугольный треугольник $A_\infty SP$ совместим с плоскостью картины (повернем вокруг PA_∞). На картине он займет положение $A_\infty DP$ ($SP=DP$) и угол α при дистанционной точке будет натуральным углом наклона восходящей прямой к предметной плоскости.

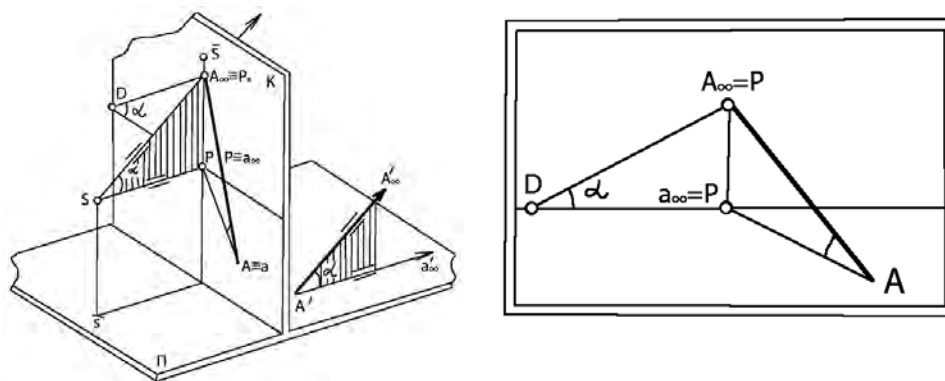


Рисунок 42 – Угол наклона прямой особого положения к предметной плоскости

Для построения в перспективе угла наклона восходящей прямой особого положения к предметной плоскости его задают при дистанционной точке над линией горизонта. Продолжив сторону угла до пересечения с линией главной вертикали, получают предельную точку восходящей прямой особого положения, наклонённой к предметной плоскости под заданным углом.

Для определения угла наклона восходящей или нисходящей прямой

особого положения к предметной плоскости по изображению ее на картине находят предельную точку заданной прямой, продолжив ее до пересечения с линией главной вертикали, и соединяют с найденную точку с дистанционной. Угол между проведенной прямой и линией горизонта при дистанционной точке будет натуральным углом наклона восходящей или нисходящей прямой особого положения к предметной плоскости (рис. 43).

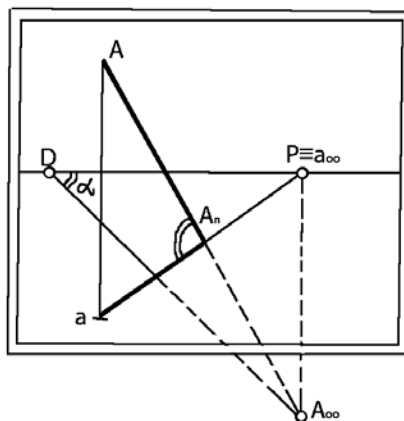


Рисунок 43 – Угол наклона нисходящей прямой особого положения к предметной плоскости

Далее обозначаем P_v – предельная точка восходящей прямой; P_n – предельная точка нисходящей прямой.

4.4 Построение в перспективе угла наклона прямой общего положения к предметной плоскости

Зададим $A^1A_{\infty}^1$ – произвольно направленную прямую под углом α^1 к предметной плоскости. На картине, найдя точку A , строят предельные точки A_{∞} , a_{∞} восходящей прямой и ее проекции. AA_{∞} – перспектива восходящей прямой, Aa_{∞} – проекция AA_{∞} на предметную плоскость, $A_{\infty}a_{\infty}$ – прямая пересечения лучевой и картинной плоскости, поэтому предельные точки A_{∞} , a_{∞} находятся на одном перпендикуляре, проведенном к линии горизонта через точку a_{∞} (рис. 44).

Заметим, угол $A_{\infty}S a_{\infty}$ равен углу наклона восходящей прямой к предметной плоскости (т. к. параллельны их сходственные стороны). Треугольник $A_{\infty}S a_{\infty}$ – прямоугольный (угол $S a_{\infty} A_{\infty} = 90^\circ$). Вращаем относительно $A_{\infty} a_{\infty}$ ($S=D$) до совмещения с картинной плоскостью, угол $A_{\infty}M_{\infty}a_{\infty} = \alpha$.

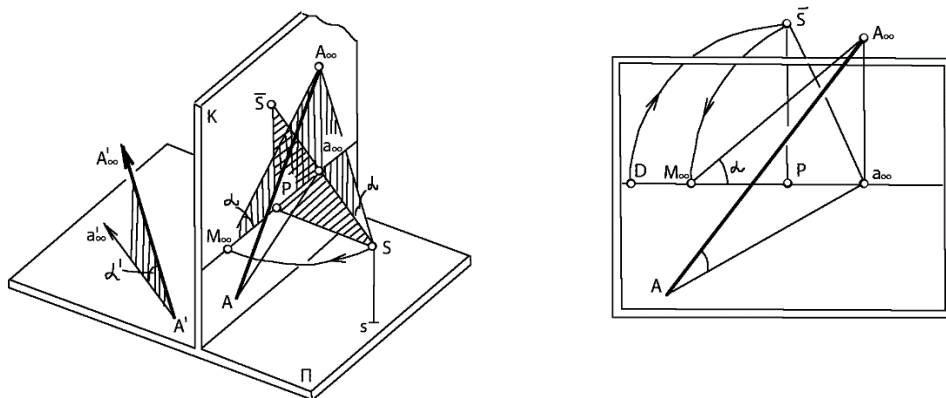


Рисунок 44 – Угол наклона прямой общего положения к предметной плоскости

Для построения в перспективе угла наклона восходящей прямой общего положения к предметной плоскости его задают на линии горизонта при масштабной точке проекции данной прямой. Продолжив сторону этого угла до пересечения с перпендикуляром, проведенным через предельную точку ее проекции, получают предельную точку восходящей прямой общего положения, направленную к предметной плоскости под заданным углом.

Для построения перспективы угла наклона нисходящей прямой общего положения к предметной плоскости задают натуральный угол при масштабной точке этой прямой под линией горизонта.

Для определения угла наклона восходящей или нисходящей прямой общего положения к предметной плоскости, заданной на картине, находят масштабную точку ее проекции и предельную точку этой прямой. Прямая проведенная через масштабную и предельную точки, с линией горизонта определит натуральную величину угла наклона ее к предметной плоскости.

4.5 Построение в перспективе углов наклона восходящей и нисходящей плоскостей к предметной плоскости

Зададим плоскость Q – общего положения. Q_0Q_∞ – ее предметный след, $Q_\infty A_\infty$ – ее предельная прямая. Определим угол ее наклона к предметной плоскости (рис. 45).

Для этого строим линейный угол заданной плоскости с предметной. Проекция линейного угла перпендикулярна к предметному следу плоскости Q , следовательно, при совмещенной точке зрения $\bar{S}$ и прямой $Q_\infty \bar{S}$ строим угол $Q_\infty \bar{S} a_\infty = 90^\circ$. Точка пересечения второй стороны с линией горизонта определит предельную точку a_∞ . Угол $A_\infty A a_\infty$ – линейный угол плоскости Q с предметной в перспективе. Угол $A_\infty M_\infty a_\infty$ – натуральная величина наклона плоскости Q к предметной, поскольку он определяется при масштабной точке.

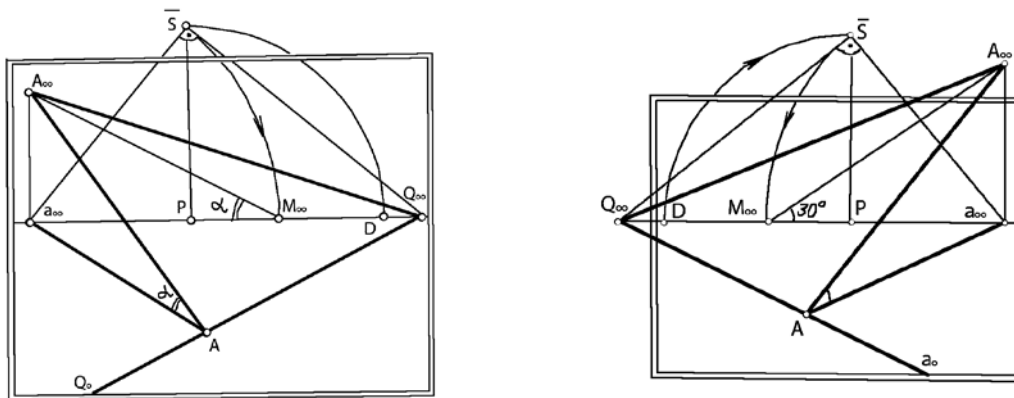


Рисунок 45 – Восходящая и нисходящая плоскости

Пример использования восходящих и нисходящих плоскостей представлен на рисунках 45–46.

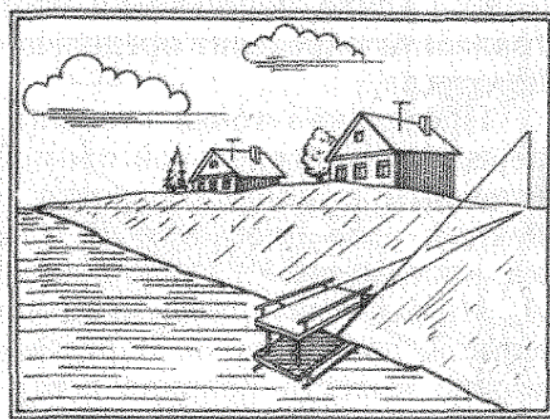


Рисунок 46 – Восходящая плоскость на картине

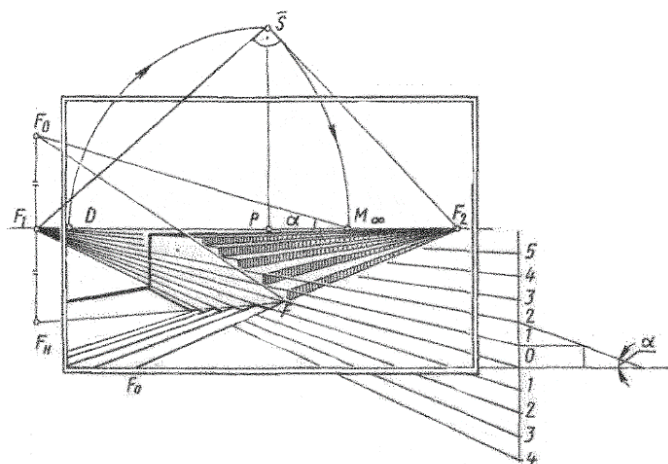
Для построения на картине плоскости общего положения, наклоненной к предметной плоскости под произвольным углом, при масштабной точке задают ее линейный угол, расположенный перпендикулярно к предметному следу данной плоскости. Прямая, соединяющая предметные точки сторон линейного угла и предметного следа плоскости, является предельной прямой плоскости. Чтобы построить заданную плоскость под углом наклона 30° надо:

- 1) построить прямой угол при совмещенной точке зрения $\bar{S}$ к стороне $Q\infty\bar{S}$;
- 2) определить предельную точку a_∞ проекции стороны угла;
- 3) найти масштабную точку M_∞ ($a_\infty\bar{S} = a_\infty M_\infty$);
- 4) при ней к линии горизонта строят заданный угол (30°).

Заметим, A_∞ – точка схода горизонтальных сторон всех углов 30° , вершина которых находится на предметном следе плоскости Q .

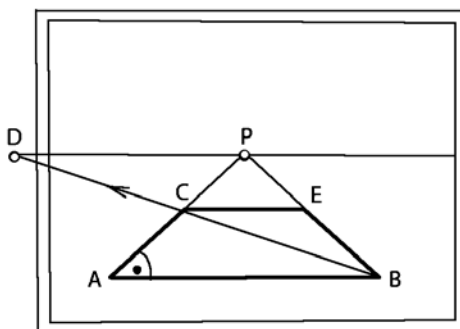
Для определения величины угла наклона плоскости общего положения к предметной строят ее линейный угол, расположенный перпендикулярно к предметному следу плоскости. Для этого находят предельные точки сторон

Для построения прямого угла, расположенного в произвольной плоскости (рис. 47), его задают при масштабной точке и определяют предельные точки сторон этого угла, которые находятся на перпендикуляре, проведенном через предельную точку проекции этих прямых.



ТЕМА 5. ПОСТРОЕНИЕ В ПЕРСПЕКТИВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Пример 1. На картине параллельно ее основанию задана сторона АВ квадрата. Требуется построить квадрат, расположенный в предметной плоскости. Сначала при вершинах А и В строят прямые углы, для чего проводят глубинные прямые АР и ВР. Затем через вершину В (или А) – диагональ, предельной точкой которой является дистанционная. Точка С на прямой АР определит положение стороны СЕ искомого квадрата (рис. 48).



32

Пример 2. На картине сторона АВ квадрата лежит в предметной плоскости. Ее предельной точкой является дистанционная точка D_2 . Требуется построить квадрат, лежащий в предметной плоскости. Стороны прямых углов при вершинах А и В лежат на прямых с точкой схода D_1 . Чтобы определить положение четвертой стороны квадрата, находят вершину С. Заметим, что она лежит на диагонали квадрата с предельной точкой Р (рис. 49).

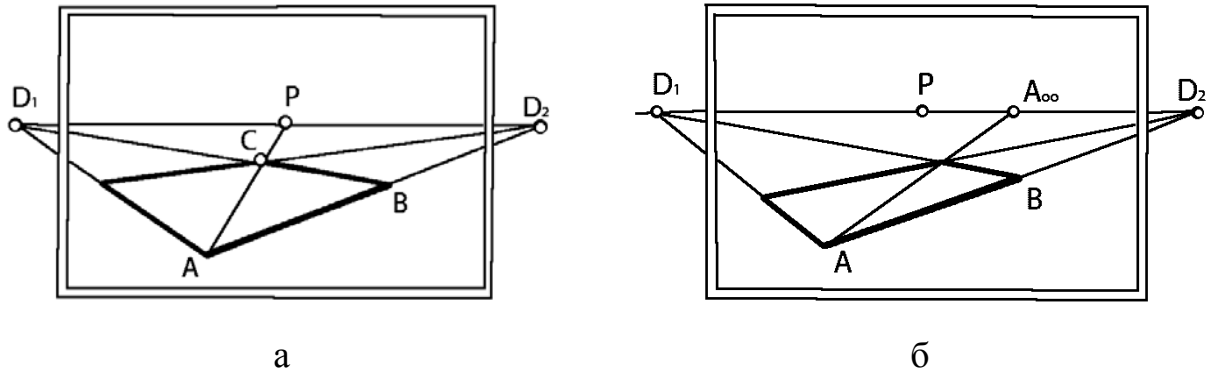


Рисунок 49 – Построение квадрата (а) и прямоугольника (б)

5.2 Построение геометрических фигур, расположенных в вертикальной плоскости перпендикулярной картине

Пример 3. На картине задана сторона АВ квадрата вертикально. Требуется построить квадрат, расположенный перпендикулярно картинной и предметной плоскостям. Направлением сторон прямого угла при вершинах А и В будут глубинные прямые АР и ВР. Чтобы отложить на них стороны квадрата, приводят АВ в горизонтальное положение AB_1 и переносят его величину при помощи дистанционной точки на глубинную прямую АР. Точка С определит конец стороны СЕ квадрата (рис. 50).

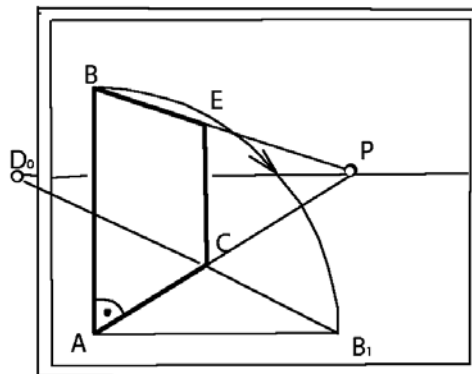


Рисунок 50 – Построение квадрата в вертикальной плоскости перпендикулярной картине

окружности представляет собой линию пересечения поверхности лучевого конуса с плоскостью картины.

Плоскость, пересекая коническую поверхность, образует коническое сечение. В зависимости от положения секущей плоскости относительно образующих и оси конуса возможны. Следующие конические сечения: окружность, эллипс, гипербола и парабола (рис. 52).

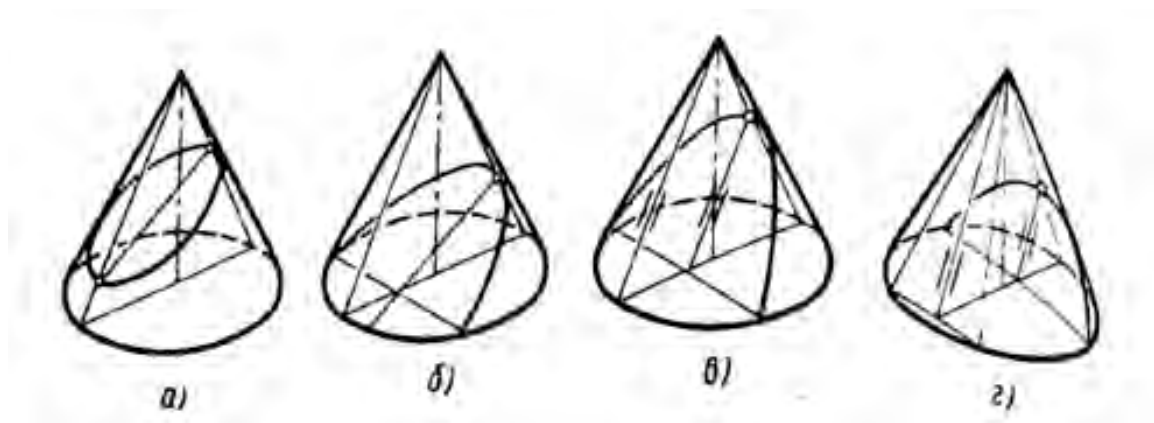


Рисунок 52 – Конические сечения, образованные пересечением лучевого конуса с плоскостью

Если секущая плоскость пересекает все образующие конуса, то в сечении получается замкнутая кривая – эллипс (рис. 52 а) или ее часть (рис. 52 б). В частном случае, когда секущая плоскость перпендикулярна оси конуса, получится окружность.

Если секущая плоскость параллельна одной из образующих конуса, то в сечении получится парабола (рис. 52 в). Если она параллельна двум образующим конуса – гипербола (рис. 52 г).

Рассмотрим построение перспективы окружности на проецирующем аппарате. Для этого через высоту точки зрения S_s проводят нейтральную плоскость N и ее предметный след N_{Π} .

5.5 Окружность лежит в предметной плоскости

Окружность лежит в предметной плоскости и не имеет общих точек с предметным следом нейтральной плоскости. При таком условии картинная плоскость пересечет все образующие лучевого конуса. Следовательно, если зритель находится вне изображаемой окружности, ее перспективой будет эллипс (рис. 53).

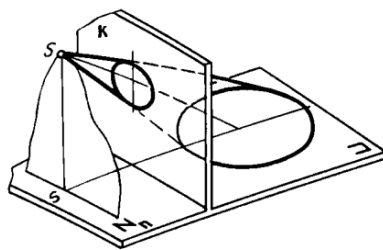


Рисунок 53 – Окружность лежит в предметной плоскости

5.6 Окружность лежит в предметной плоскости и проходит через точку стояния S

Окружность лежит в предметной плоскости и проходит через точку стояния S , т. е. касается предметного следа M , нейтральной плоскости. Тогда высота точки зрения Ss представит одну из образующих лучевого конуса, которая параллельна картине. Следовательно, если зритель стоит на изображаемой окружности, ее перспективой будет парабола (рис. 54).

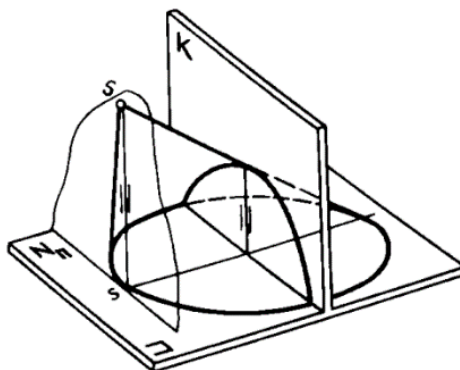


Рисунок 54 – Окружность лежит в предметной плоскости и проходит через точку стояния S

5.7 Окружность лежит в предметной плоскости и заходит за точку стояния s

Окружность лежит в предметной плоскости и заходит за точку стояния s , т. е. пересекает предметный след N , в двух точках. Тогда нейтральная плоскость пересечет лучевой конус по двум образующим, которые будут параллельны картине. Следовательно, если зритель находится внутри изображаемой окружности, ее перспективой будет гипербола (рис. 55).

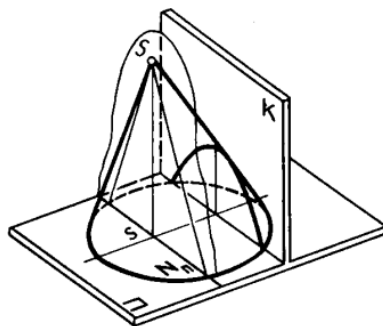


Рисунок 55 – Окружность лежит в предметной плоскости и заходит за точку стояния s

Нужно помнить, что каким бы узким эллипс ни был, он не будет иметь острых углов и прорисовывается с четко видимыми закруглениями.

5.8 Способы построения изображений окружности в перспективе

Основным, наиболее простым и удобным, является **способ описанного квадрата**. Сущность его заключается в том, что сначала строят в перспективе квадрат, а затем в него вписывают окружность, определив восемь точек – середины сторон квадрата и пересечения окружности с его диагоналями. Его удобно применять при изображении в перспективе окружностей больших размеров.

Окружность лежит в предметной плоскости. Для этого задают натуральную величину окружности, вписанной в квадрат и совмещенной с плоскостью картины. Для упрощения построения одну из сторон квадрата совмещают с основанием картины (рис. 56).

Сначала строят перспективу квадрата и отмечают на нем четыре точки, лежащие на серединах его сторон. В окружности эти точки будут концами вертикального (1–8) и горизонтального (2–4) диаметров. Для их нахождения проводят глубинные прямые, соответствующие направлениям вертикальных сторон квадрата и диаметра окружности. Через правый (или левый) угол квадрата проводят его диагональ с точкой схода P (или «0»).

Пересечение диагонали с левой стороной квадрата определит в перспективе его вершину и дальнюю сторону. Пересечение диагонали с глубинной прямой – изображением вертикального диаметра окружности – определит ее центр и горизонтальный диаметр. Концы диаметров окружности лежат на серединах сторон квадрата. В перспективе они определяют четыре точки эллипса: 1, 2, 3, 4.

Затем строят еще четыре точки пересечения диагоналей квадрата с окружностью (5, 6, 7, 8). Для этого в совмещенном фронтальном положении квадрата проводят две вспомогательные прямые через точки 5 и 6, 7 и 8, параллельные вертикальному диаметру окружности. В перспективе они будут

глубинными прямыми, которые, в пересечении с диагоналями квадрата определяют еще четыре точки эллипса: 5, 6, 7, 8. Соединив последовательно все построенные точки плавной линией, получают изображение окружности в перспективе – эллипс.

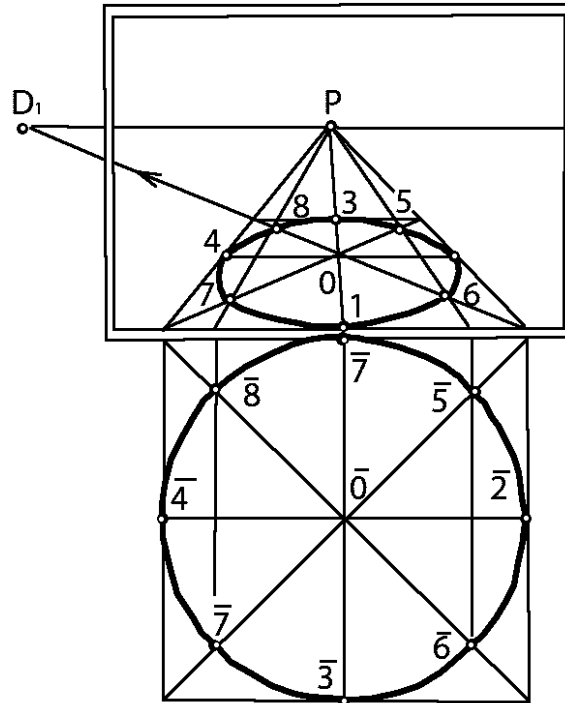


Рисунок 56 – Способ описанного квадрата

При построении в перспективе изображения большой окружности для обеспечения максимальной точности находят до 16 точек и более. Для этого применяют **способ построения парных точек**, связанных диагональю квадрата, описанного около данной окружности.

Зададим на картине перспективу квадрата с центром О и отметим точки эллипса, лежащие на его сторонах и диагоналях. Здесь использована фронтальная плоскость (рис. 57).

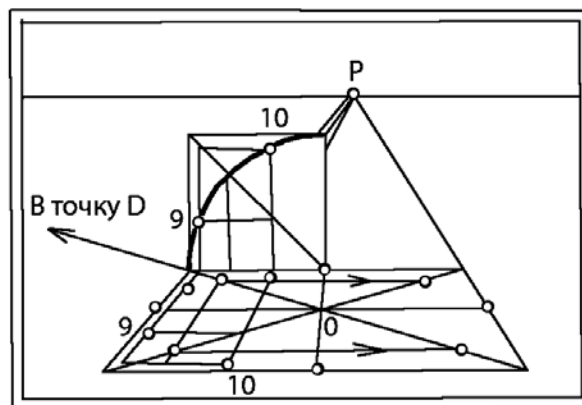


Рисунок 57 – Способ построения парных точек

На фронтальной окружности отмечают точки 9 и 10, симметричные относительно диагонали. Затем через отмеченные точки проводят горизонтальные и вертикальные линии (здесь они штриховые), которые будут пересекать диагонали квадрата.

Далее эти же построения выполняют в перспективе. В соответствии с положением вертикальных прямых строят глубинные прямые с точкой схода Р. А через точки пересечения их с диагоналями проводят горизонтальные прямые, которые определяют в перспективе положение точек 9 и 10.

Для построения перспективы какой-либо кривой применяют аналогично **способ описанного прямоугольника**. Этим способом строят, например, арку моста (рис. 58).

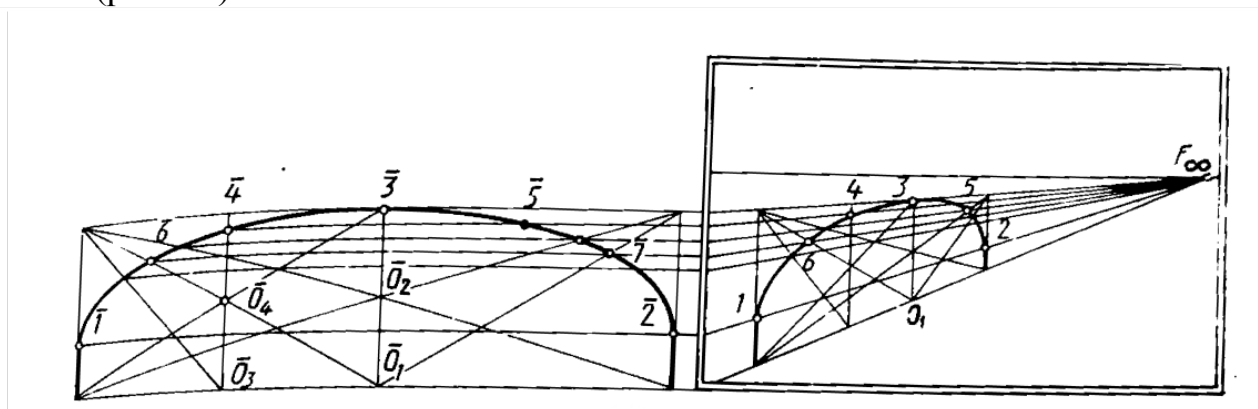


Рисунок 58 – Способ описанного прямоугольника

Определив с помощью перспективного масштаба ширину и высоту пролета арочной части моста, строят прямоугольник и находят крайние точки 1 и 2 кривой. Затем проводят в нем диагонали, точка пересечения которых определит с помощью вертикальной прямой положение вершины кривой арочного моста (3). Перспективу точек 4 и 5 пересечения диагоналей с кривой определяют с помощью горизонтальной прямой и точки схода F_{∞} . Для точности построения кривой находят дополнительно точки, проведя диагонали в полученных двух прямоугольниках через центр O_1 и точки 6 и 7, лежащие в пересечении вертикальной прямой с кривой арки моста.

При построении круглых предметов следует иметь в виду условие – их следует располагать ближе к середине и главной точке картины. Заметим, что эллипсы – изображения окружности, расположенные ближе к боковым краям картины, принимают сильно искаженную форму.

Если все же НУЖНО близко к краю, то делают корректировку эллипса или заменяют главную точку Р другой точкой схода (A_{∞}), на линии горизонта над этой окружностью (рис. 59).

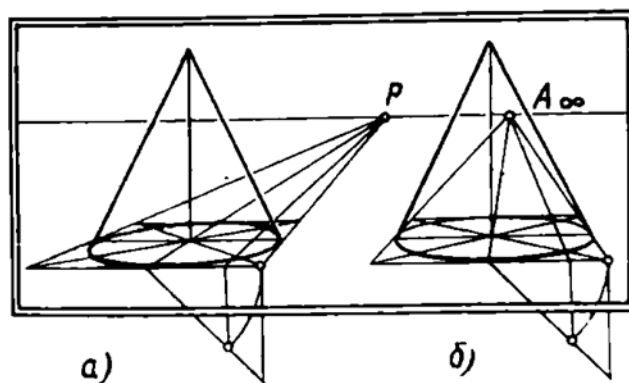


Рисунок 59 – Изображения окружности, расположенные ближе к боковым краям

ТЕМА 6. ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

6.1 Перспективные изображения многогранников (призм, пирамид)

Построение перспективы геометрических тел основывается на умении строить перспективу плоских фигур с применением перспективных масштабов. Геометрические тела, в том числе куб, могут располагаться на картине ниже или выше линии горизонта, а также пересекать горизонт в зависимости от композиционного замысла художника (рис. 60).

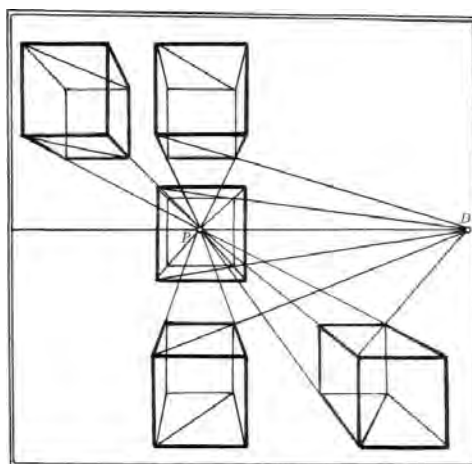
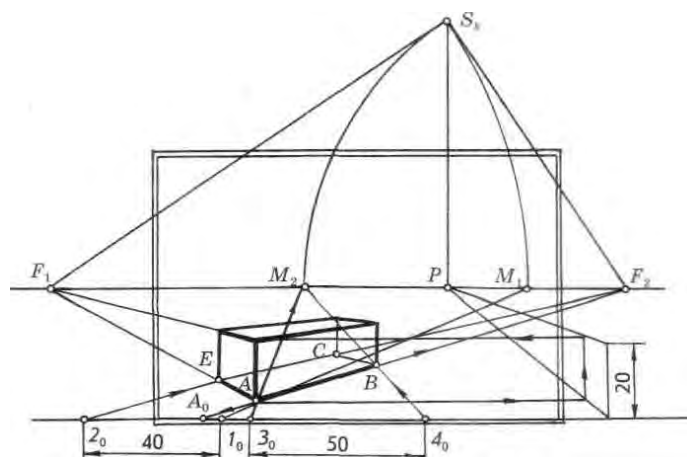


Рисунок 60 – Перспектива куба в зависимости от композиционного замысла художника

Построим перспективу куба, если задана сторона, равная l , при условии, что две грани его должны быть параллельны картине (рис. 61). На картине задана

Построим параллелепипед, который развернут под произвольным углом к картине. Параллелепипед имеет размеры, мм – длина 50, ширина 40, высота 20 (рис. 62).



41

На картине зададим перспективу прямой произвольного направления A_0F_2 и на ней отметим точку $A=a$ – одну из вершин параллелепипеда. Определим совмещенную точку зрения S_k . Построим при ней угол 90° и определим точку F_1 на линии горизонта. Точку A соединим прямой с точкой схода F_1 . Перспектива угла F_1AF_2 равна 90° . Циркулем найдем масштабные точки M_2 и M_1 .

Для построения стороны AB воспользуемся точкой M_2 и через нее и точку A проведем прямую до пересечения с основанием картины в точке 3_0 . От этой точки отложим вправо отрезок 3_0-4_0 , равный 50 мм. Точку 4_0 соединим с точкой M_2 . Прямая 4_0M_2 пересечется с прямой A_0F_2 в точке $B=b$. Для построения перспективы другой стороны основания параллелепипеда воспользуемся другой масштабной точкой M_1 . Соединим ее прямой с вершиной A и продолжим до пересечения с основанием картины в точке 1_0 . От точки 1_0 влево отложим отрезок 1_0-2_0 , равный 40 мм. Точку 2_0 соединим прямой с точкой M_1 . На пересечении прямых AF_1 и 2_0M_1 получим вершину $E=e$. Зная направление двух сторон основания параллелепипеда, построим перспективу всего основания. Для этого вершину B соединим с точкой схода F_1 а E с F_2 . На пересечении прямых EF_2 и BF_1 получим четвертую вершину $C=c$. Из каждой вершины проведем вверх перпендикуляры и по масштабу высоты определим верхнее основание параллелепипеда.

Последовательность построения призмы аналогична построению параллелепипеда (рис. 63).

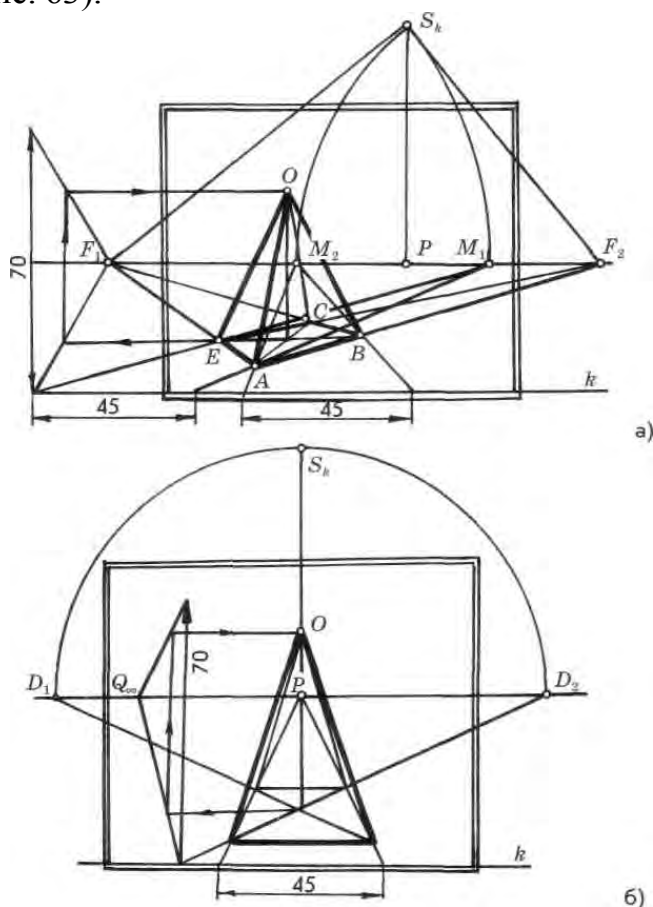


Рисунок 63 – Перспектива призмы

Построим перспективу правильной четырехугольной пирамиды $SABCE$, стоящей на горизонтальной плоскости под произвольным углом к картине. Основание пирамиды имеет форму квадрата. Высота пирамиды 70 мм. На картине задана перспектива стороны AB . Построим перспективу основания пирамиды, т. е. квадрат $ABCE$, используя при этом масштабные точки M_1 и M_2 . В основании квадрата проведем диагонали. Из точки пересечения диагоналей восстановим вверх перпендикуляр и по масштабу высоты определим вершину пирамиды O . Пирамида, две стороны основания которой параллельны основанию картины, визуально воспринимается крупнее, а ее перспективные построения проще.

Перспективное изображение треугольной пирамиды, у которой задана высота и основание (рис. 64). На совмещенной плоскости вычерчена натуральная величина основания ABC правильной треугольной пирамиды, вписанной в окружность. С помощью совмещенной точки зрения S_k найдем вершины A , B , C и центр основания, которые получаются на пересечении лучей зрения, опущенных из точки S_k и глубинных прямых, направленных в точку P . С помощью масштаба высоты определим вершину и проведем ребра пирамиды.

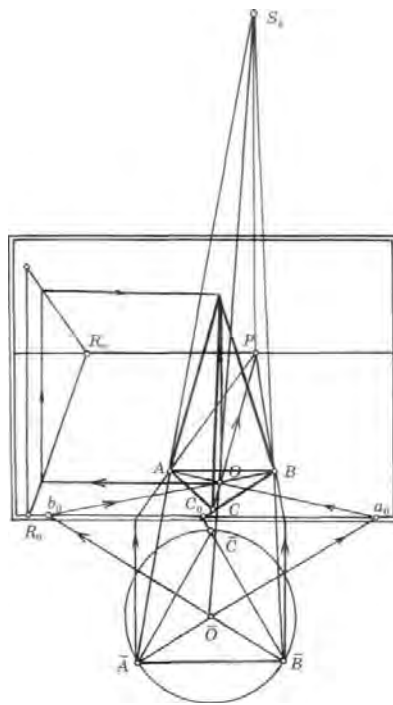


Рисунок 64 – Перспектива треугольной пирамиды

Пример: на картине показано построение полуоткрытых дверей на фронтальной и боковой стенах комнаты (рис. 65). Зададим ширину дверного проема на фронтальной стене. Чтобы изобразить дверь, открытую на угол 60° , построим $1/4$ часть окружности, которую описывает дверь на полу при движении. Эту часть окружности впишем в соответствующую часть описанного квадрата. Построим четвертую часть квадрата во фронтальном положении, задав угол 60° , конец радиуса перенесем на перспективное изображение окружности (эллипса) с помощью глубинной прямой. Направление нижнего края двери в пересечении с

линией горизонта определим точку схода F_2 . Построим линию верхнего края двери, соединив ее конец с той же точкой схода. Чтобы определить направление торцевой стороны двери, построим прямой угол при совмещенной точке зрения и найдем точку схода F_1 . Аналогично построим приоткрытую на угол 30° дверь на боковой стене комнаты.

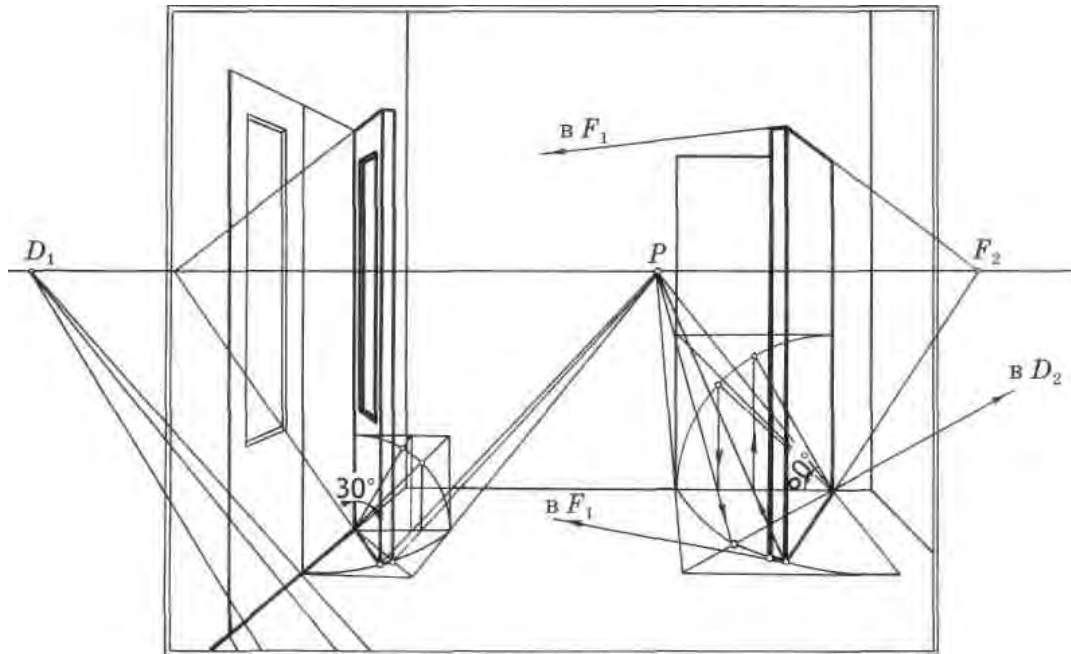


Рисунок 65 – Построение полуоткрытых дверей на фронтальной и боковой стенах комнаты

Построение призмы основано на построении цилиндра (рис. 66). В предметной плоскости задана произвольно точка A – середина ребра шестиугольного основания призмы и направление бокового ребра. Определим точку схода F_1 , для чего построим прямой угол при совмещенной точке зрения S_k . Соединим точку F_1 и A и продолжим до пересечения с основанием картины в точке A_2 , от которой отложим натуральную величину длины (высоты) призмы.

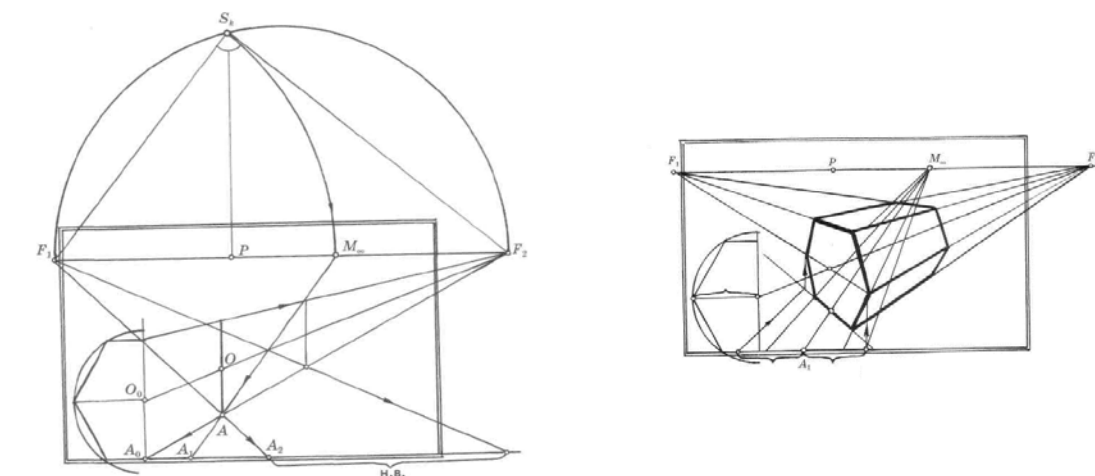


Рисунок 66 – Построение призмы

Продолжим прямую F_2A и получим точку A_0 на основании картины. Построим половину натуральной величины шестиугольника, вписанного в окружность. Центр O и высоту шестиугольного основания определим, используя формулу $A_0O_0=0,8d$. Построим масштабную точку M_∞ и выведем на основание картины точку A_1 . Отложим в обе стороны от нее натуральные величины радиусов описанной вокруг шестиугольника окружности. Полученные точки соединим с масштабной, и найдем ширину шестиугольника в перспективе.

6.2 Перспективные изображения тел вращения (цилиндров, конусов)

Тела, имеющие круглые очертания форм (цилиндрические своды перекрытий, арки мостов, столы, вазы), строятся на основе правил построения перспективы окружности. Единственным геометрическим телом, которое принято изображать в художественных произведениях, не изменяющимся по форме во всех положениях по отношению к горизонту, является шар. Вместе с тем его тоже не рекомендуется сильно сдвигать вправо или влево от главной точки зрения, потому что в этом случае, при построениях получается некоторое искажение его формы.

Рассмотрим построение перспективы прямого кругового конуса, стоящего на горизонтальной плоскости. Построим перспективу квадрата, в который вписан по восьми точкам эллипс – основание конуса. Из середины основания конуса проведем вверх перпендикуляр, на котором по масштабу высоты определим вершину. Из вершины конуса – точки S проведем две касательные к основанию (рис. 67).

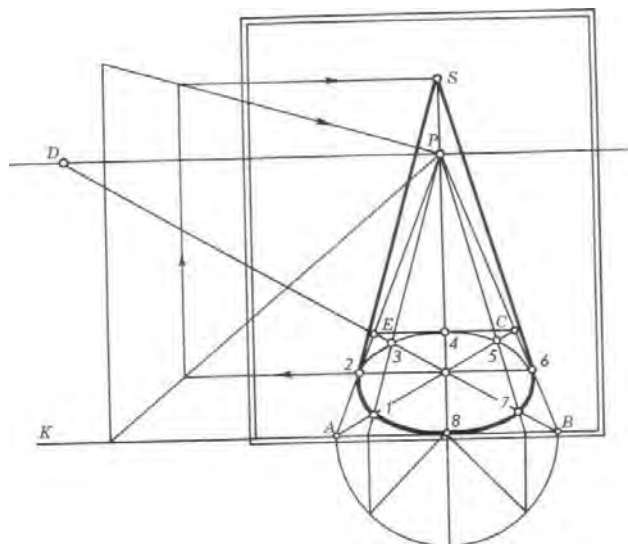


Рисунок 67 – Построение перспективы прямого кругового конуса

Для построения прямого кругового цилиндра, стоящего на горизонтальной плоскости, построим перспективу его нижнего основания (в той же последовательности, как и при построении перспективы конуса), а затем верхнее.

Оба основания построим по восьми точкам. Для оптимизации построений воспользуемся масштабом высоты. Из каждой найденной перспективы точки нижнего основания проведем вверх перпендикуляр и по масштабу высоты определим высоту образующих и начертим верхнее основание цилиндра – эллипс. Тела вращения в перспективе строятся с помощью секущих плоскостей, перпендикулярных к оси вращения тела.

На картине (рис. 68) показан первый этап построения керамической вазы, часть которой по форме представляет собой торовую поверхность. Зададим очертания формы вазы в верхнем углу листа. При построении перспективы воспользуемся масштабом $M\ 2:1$. Построим масштаб высот. На вертикали I_05_0 отложим натуральную величину и определим высоту отдельных частей вазы. Отмеченные размеры на масштабной шкале перенесем на ось $1-5$ вазы, заданной на картине с учетом глубины ее расположения.

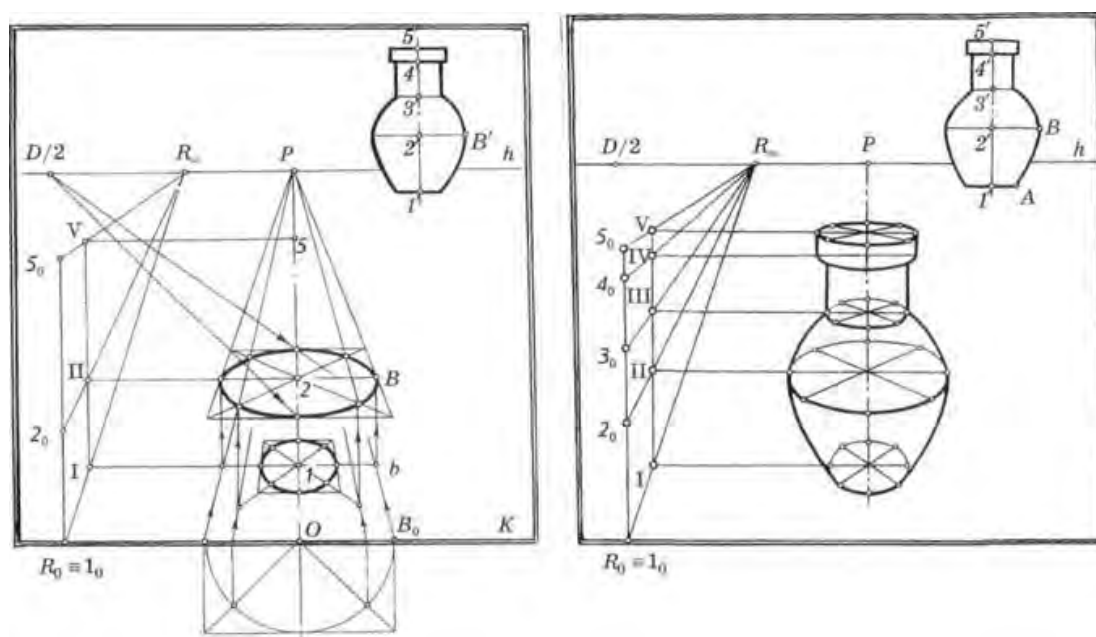


Рисунок 68 – Построение керамической вазы

Для получения на картине размеров горизонтальных диаметров окружностей в каждой части ширины вазы изобразим перспективу квадратов, в которые вписаны окружности. Проведем диагонали в квадратах и найдем точки, необходимые для построения эллипсов, лекальные кривые построим на видимой поверхности вазы. Соединим эллипсы и получим очертание внешней формы вазы в перспективе.

На картине (рис. 69) изображен натюрморт, состоящий из трех предметов разной формы: ваза, разделочная доска и яблоко. Для построения этих предметов определим линию горизонта и главную точку картины P . Горизонт проходит через горлышко вазы, что придает ей монументальность. Точки схода разделочной доски находятся за пределами картины, что чаще всего соответствует реальному восприятию натюрморта. В изображении вазы даны все формообразующие эллипсы, хорошо видны изменения их величин в зависимости от положения

относительно линии горизонта. С помощью масштаба высот определим размеры вазы и доски. Яблоко условно представим шаром.

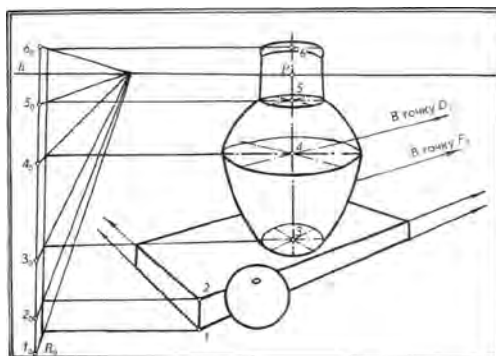


Рисунок 69 – Натюрморт, состоящий из трех предметов разной формы

Окружность может изображаться в вертикальной плоскости, например арочные перекрытия с полуцилиндрическими очертаниями. Изображенные арки находятся в произвольно направленной вертикальной плоскости дома, имеющей удаленную точку схода. В построении арок используются полуквадраты, в которые вписываются окружности. Представлены две плоскости: фронтальная, расположенная параллельно картинной плоскости, и глубинная с точкой схода в точке P . Необходимо построить одинаковые арки при заданном радиусе окружности (рис. 70).

Ширину фронтальной арки можно определить с помощью масштаба широт, воспользовавшись главной точкой картины. Отложим натуральные величины окружности $0_0 \sim 1_0 = 1_0 - 5_0$ на основании картины от боковой стенки. Для нахождения величины боковой арки воспользуемся масштабом глубины и дробной дистанционной точкой. $2_0 - 3_0 = 3_0 - 4_0$. Высоту арок определим при помощи масштаба высот.

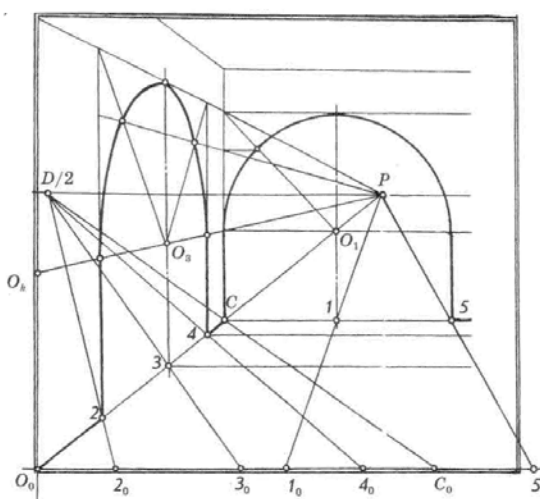


Рисунок 70 – Построение одинаковых арок при заданном радиусе окружности

Построение перспективы круглых предметов основано на правилах и приемах построения окружности и использовании перспективных масштабов.

ТЕМА 7. СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

7.1 Способ перспективной сетки

Сущность этого способа заключается в том, что на картине строят с помощью масштабов широт, высот и глубин перспективную сетку из квадратов (или прямоугольников), расположенных в простейшем положении: две его стороны параллельны, а две перпендикулярны основанию картины. На сетку переносят изображения, заданные в такой же сетке, но расположенной фронтально (рис. 71). Для более точного построения число квадратов увеличивают, т. е. уменьшают длину их сторон. Перспективные сетки могут быть построены в горизонтальных, вертикальных и наклонных плоскостях.

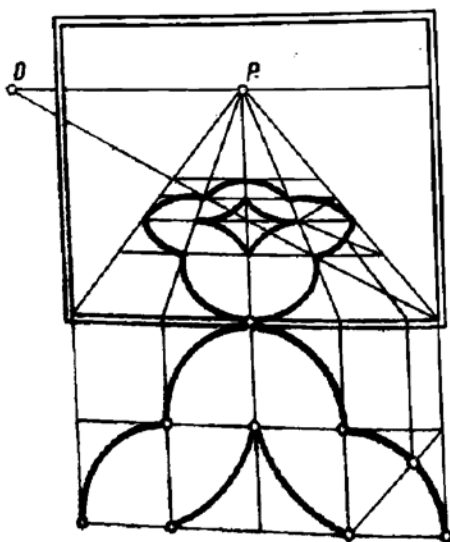


Рисунок 71 – Способ перспективной сетки

7.2 Способ малой картины

Способ удобен тем, что все линии построения перспективных изображений проводят в пределах рамки картины. Сущность его состоит в том, что заданный объект сначала изображают в уменьшенном виде на малой картине, а затем переносят на основную картинную плоскость (рис. 72).

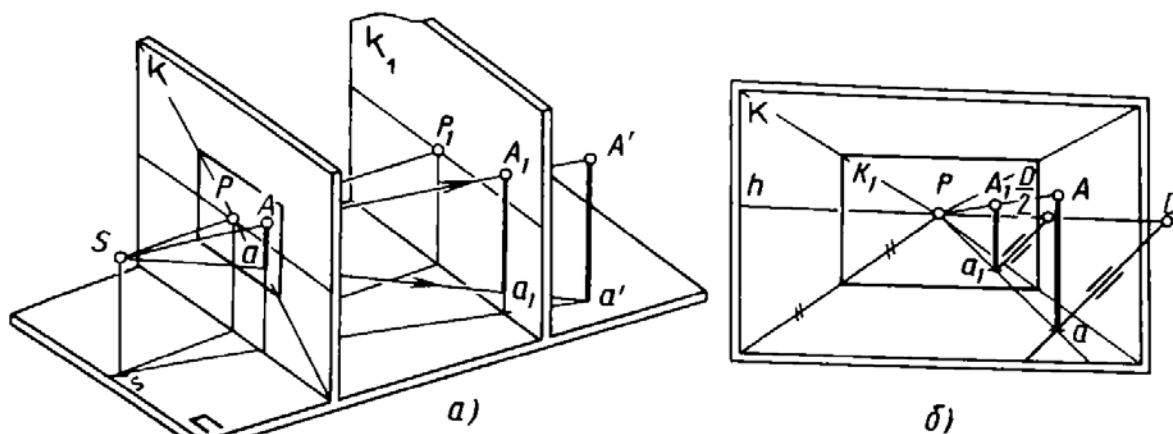


Рисунок 72 – Способ малой картины

Для построения задают в предметном пространстве вторую картину K_1 , равную по величине и параллельную основной K и отстоящую от нее на расстоянии SP , а также условный вертикальный предмет A_1a_1 . Строят перспективу плоскости K_1 и предмета A_1a_1 на основной картине.

Перспективное изображение, полученное на картине K , показывает, что обе картинные плоскости подобны. Коэффициент подобия определяется отношением расстояний точки зрения до картинных плоскостей K и K_1 . Заметим, что по данному условию расстояние от точки зрения S до плоскости картины K вдвое меньше, чем до K_1 , т. е. оно равно отношению 1:2. В связи с этим линейные размеры картины K вдвое больше плоскости K_1 . Если совместить плоскости K и K_1 , перемещая их параллельно друг другу в направлении главного луча зрения, то можно увидеть, что их изображения на картине подобны, центр подобия в точке P .

Отсюда:

- 1) сходственные стороны фигур параллельны;
- 2) соответствующие вершины их находятся на прямых, выходящих из точки P (центра подобия);
- 3) отношение отрезков от одноименных вершин фигур до центра подобия P равно коэффициенту подобия, т. е. в данном случае 1:2.

Эти свойства подобных фигур следует учитывать при использовании способа малой картины, а также при ее увеличении.

Способ малой картины применяют для построения параллельных линий при недоступных точках схода.

7.3 Способ увеличения картины

Для увеличения картины используют те же свойства подобия фигур, которые были рассмотрены раньше (рис. 73).

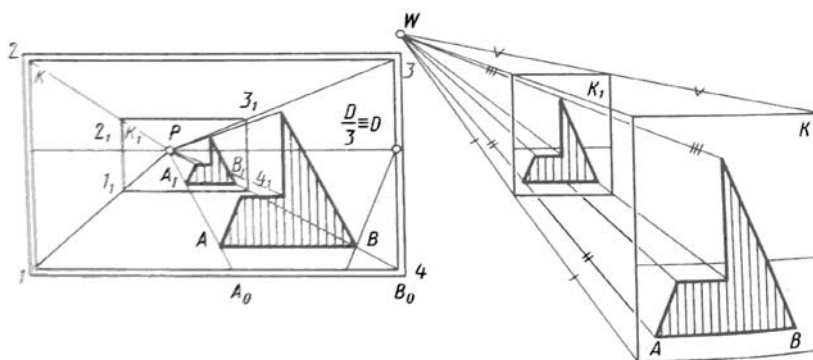


Рисунок 73 – Способ увеличения картины

Картина K получена преобразованием картины K_1 путем подобия. Заметим, что метрические элементы этих изображений находятся между собой в определенном соответствии. Две картины совмещены так, что совпали их линии горизонта и главные точки. Их дистанционные расстояния и расстояния от линии горизонта до основания каждой из картин находятся между собой в отношении, равном коэффициенту подобия построенных фигур.

7.4 Способ архитектора

Способ архитектора – это построение перспективы объекта по плану и фасаду с учетом положения точки зрения. Он очень прост и удобен тем, что при построении перспективы объекта можно заранее выбрать положение точки зрения и картины, чтобы обеспечить определенные условия наглядности изображения.

На плане положение зрителя задают точкой стояния S и основанием картины kk . На фасаде задают высоту точки зрения Ss , т. е. положение линии горизонта с учетом определенных условий и места рассматривания объекта в натуре.

Можно выделить несколько основных этапов построения главного изображения объекта по плану и фасаду:

1. Выбор точки зрения и определение композиционного расположения перспективного изображения на листе.
2. Построение перспективы плана объекта с применением способа опущенного плана.
3. Построение перспективы высот точек объекта с применением способа боковой стены.
4. Изображение окружающей среды (антуража) вокруг объекта с применением способа нанесения перспективной сетки.
5. Построение солнечных теней и графическое выявление светотени с применением способа отмывки.

Рассмотрим подробней этапы построения перспективного изображения.

1. Композиционное решение МОЖНО получить путем выполнения нескольких предварительных эскизов (набросков) и выбора среди них наиболее удачного.

Точка зрения задается на чертеже объекта, представленного планом и фасадом. Как правило, главный луч зрения должен проходить через середину объекта, что позволит избежать резких искажений на изображении его формы. Нужно, чтобы объект полностью попал в поле (конус) ясного зрения, а угол при вершине (точке зрения) имел не более 40° (рис. 74).

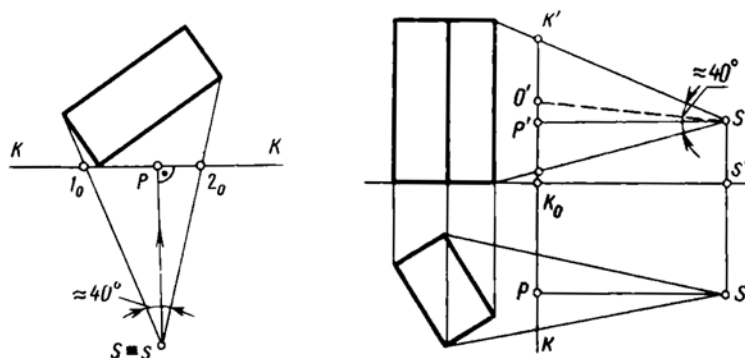


Рисунок 74 – Поиск композиционного решения при изображении способом архитектора

По заданному направлению главного луча зрения определяют положение линии горизонта с обязательным условием, что луч зрения $S'P'$ не должен выходить за пределы средней трети угла зрения (рис. 75).

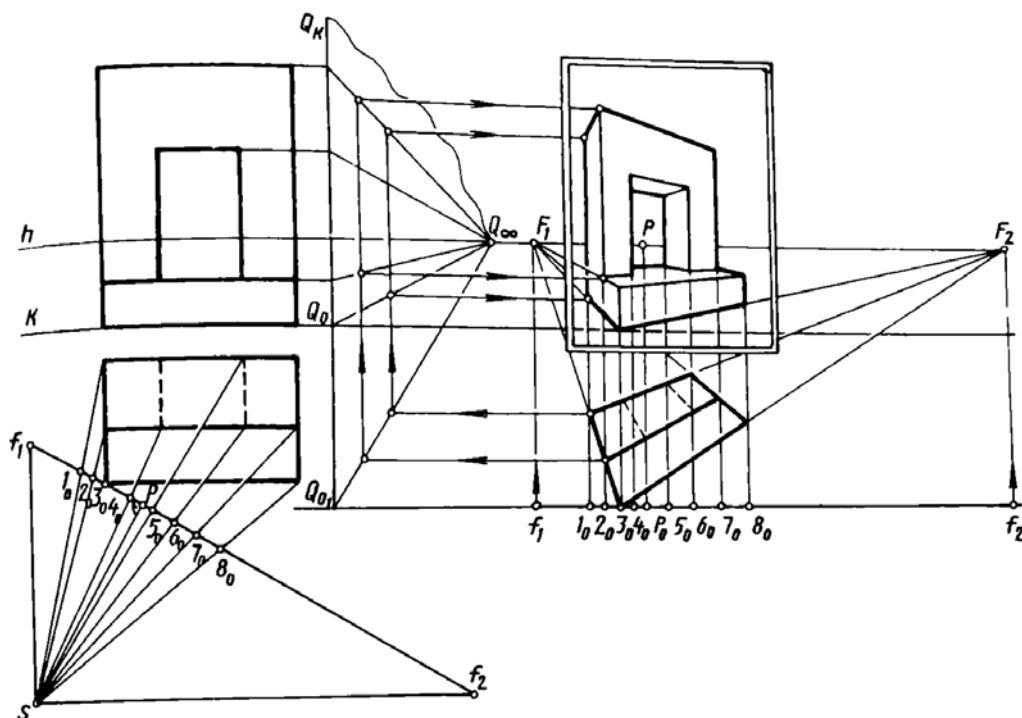


Рисунок 75 – Способ архитектора: главный луч зрения не выходит за пределы средней трети угла зрения

Следовательно, при совмещении с картиной они остаются подобными ($A_0\bar{A}B_0$ подобен $A_\infty\bar{S}B_\infty$). Из построения видно, что сходственные стороны этих треугольников в совмещенном положении параллельны ($B_\infty\bar{S} \parallel B_0\bar{A}$ и $A_\infty\bar{S} \parallel A_0\bar{A}$).

Используя эту особенность, можно построить перспективу угла или любой ругой фигуры по их совмещенному положению (рис. 77).

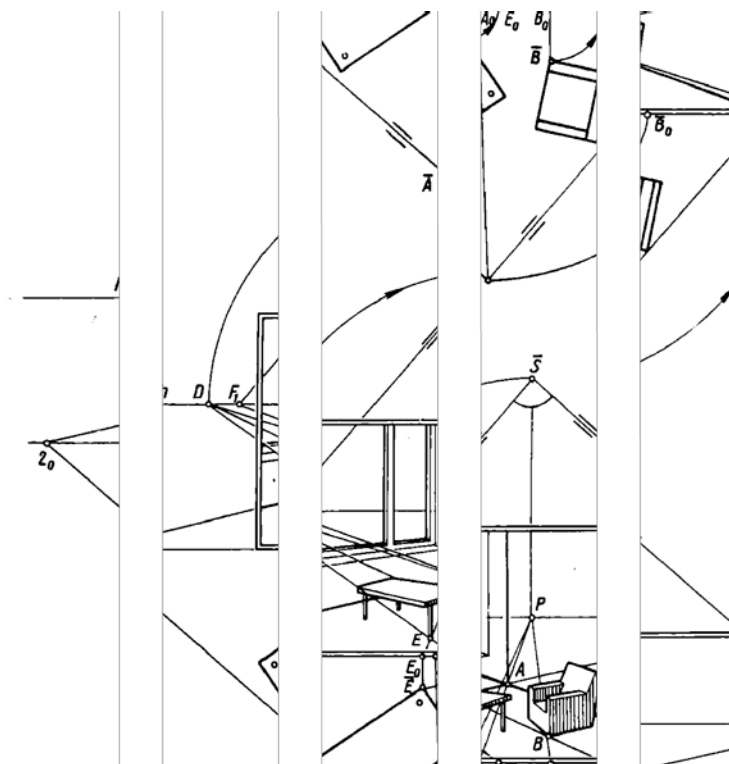


Рисунок 77 – Способ совмещения предметной плоскости с картиной

Способ совмещения удобно применять для построения в перспективе интерьера с предметами обстановки заданной высоты.

ТЕМА 8. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ТЕОРИИ ТЕНЕЙ. ТЕНИ ПРИ ИСКУССТВЕННОМ И ЕСТЕСТВЕННОМ ОСВЕЩЕНИИ

8.1 Теоретическая основа построения теней

Степень освещения предметов и их частей не одинакова. Наиболее освещены поверхности, на которые попадают прямые лучи. С уменьшением угла наклона световых лучей к поверхности яркость освещенности убывает (рис. 78).

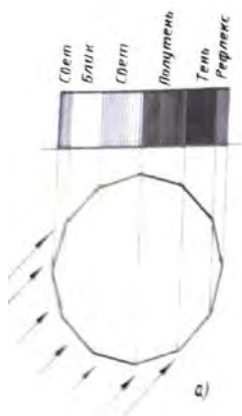


Рисунок 78 – Изменение освещенности предмета

Светотень на предмете в окружающем пространстве, и падающая тень от него строят следующим образом: от источника света C отходят световые лучи и падают на какую-либо плоскость (экран), но на их пути находится непрозрачный предмет, который задерживает их, в результате часть экрана остается неосвещенной. Эта часть называется **падающей тенью** предмета (рис. 79). Поверхность предмета разделяется на освещенную и затемненную части. Последняя называется **собственной тенью** предмета.

Граница, разделяющая освещенную и неосвещенную части предмета, является контуром собственной тени или линией раздела света и тени. Линия светораздела представляет собой множество точек, в которых световые лучи касаются поверхности предмета. Касательные лучи, попадая на экран, образуют линии контура падающей тени и ограничивают между предметом и экраном затемнённое пространство, которое называют **конусом тени**.

Построение падающей и собственной тени связано с условиями его освещения. Различают два источника освещения: искусственный и естественный. Искусственный свет расположен на небольшом расстоянии его называют светящейся точкой (факелом). При точечном освещении на экран падает пучок расходящихся лучей. Естественный источник света (солнце, луна) расположены условно далеко, поэтому их лучи считают параллельными. Освещение называется солнечным.



Рисунок 79 – Падающая тень

Насыщенность (густота) падающей и собственной тени предмета зависит от многих факторов. Существенную роль здесь играет расстояние между предметом и источником света, яркость света, цвет и тональность окружающих предметов в пространстве, чистота воздуха, время дня и др.

В реальных условиях собственная тень никогда не бывает абсолютно черной, так как в этой части поверхность освещается отраженным светом от других предметов. Отраженный свет в теневой части предмета называется рефлексом. Собственные тени на предметах обычно изображают темнее, чем падающие.

Если предмет плоскогранен, то переход от света к тени четко разграничен ребрами. У предметов круглой формы переход от света к тени осуществляется постепенно.

8.2 Понятие о построении теней в ортогональных проекциях

Для построения теней иногда приходится проводить линии под истинным углом наклона лучей к плоскости проекций, т. е. под углом 35° , который строится следующим образом: строится квадрат $ABCE$ (рис. 80), а затем диагональ AC откладывается на продолжении стороны AE , полученная точка D соединяется с точкой B . Полученный угол APB и будет равен углу наклона диагонали куба.

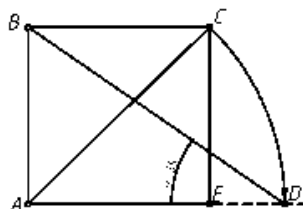


Рисунок 80 – Построение угла 35°

Тени в ортогональных проекциях строятся преимущественно на чертежах фасадов и реже в других проекциях (плане, разрезе, генеральном плане застройки). Наглядность изображения достигается двумя операциями. Первая – построение контуров (границ) теней, что является задачей начертательной геометрии. Вторая – графическое выявление градаций светотени с учетом физических законов освещения и физиологии восприятия.

8.3 Тени точек, линий и плоских фигур

Тень от точки падает на ту плоскость проекций, расстояние до которой меньше (рис. 81). Тень от плоской фигуры на плоскости, ей параллельной, повторяет форму этой фигуры (рис. 82). Когда контур тени от фигуры располагается на двух плоскостях проекций, то он имеет точки перелома a_x e_x v_x на оси проекций (рис. 82). Тень 5_h , построенная на продолжении горизонтальной плоскости проекций, называется фиктивной тенью. Тени 5_h и 5_v , от одной точки на разных плоскостях проекций (действительная и фиктивная) лежат на одной горизонтали. Часть тени, перекрываемая проекцией предмета, показывается как невидимая.

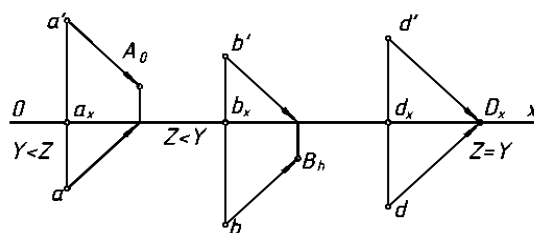


Рисунок 81 – Тень от точки

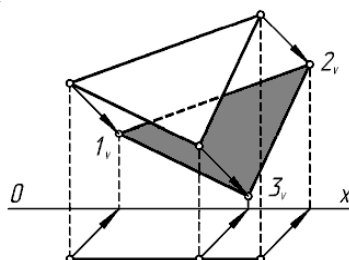


Рисунок 82 – Тень от плоской фигуры

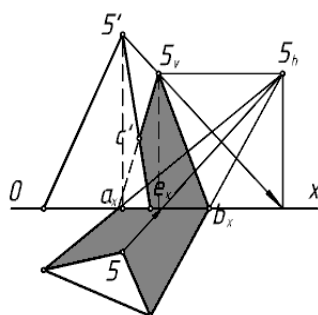


Рисунок 83 – Тень от фигуры, располагающаяся на двух плоскостях проекций

Построение падающей тени от точки на любую плоскость представляет собой позиционную задачу построения точки пересечения прямой с плоскостью (рис. 84). Тень от прямой строится по двум ее точкам.

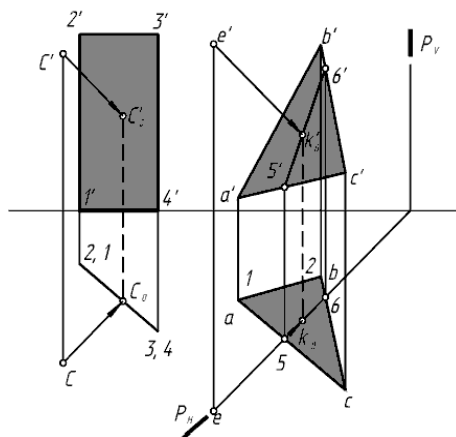


Рисунок 84 – Построение падающей тени

Тень от горизонтальной окружности на фронтальную плоскость (рис. 85). Тень от окружности удобно строить по восьми точкам аналогично построению эллипса, вписанного в контур тени квадрата.

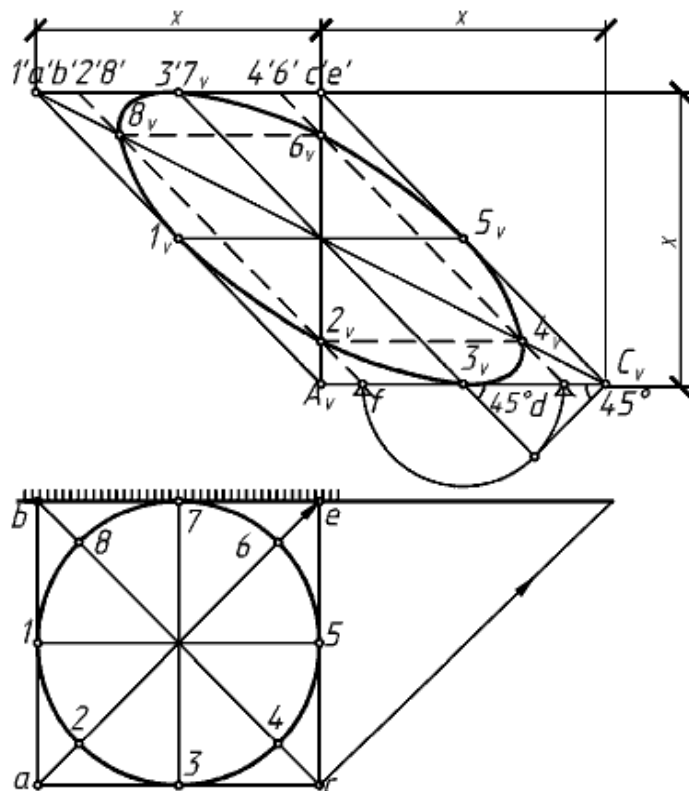


Рисунок 85 – Тень от горизонтальной окружности на фронтальную плоскость

В числе этих точек четыре точки $1_v, 7_v, 5_v, 3_v$ касания к линиям тени от сторон квадрата и четыре точки пересечения с линиями теней от диагоналей квадрата. Точка A_v располагается на одной вертикали с e' . Далее половина стороны квадрата $3_v C_v$ делится в отношении 0.7, проводятся прямые под углом 45° , которые, пересекаясь с диагоналями, дают точки $2_v, 4_v, 6_v, 8_v$.

Падающая тень окружности образует эллипс. При освещении из одной точки падающая тень окружности может получиться в виде параболы или гиперболы.

Тень от окружности общего положения (рис. 86). Могут быть известны только проекции двух сопряженных диаметров АВ и ED. Строятся в стороне тени от отрезков, параллельных этим диаметрам, и через точку C_v , (тень от центра) проводятся прямые $A_v B_v$ и $E_v D_v$, параллельные построенным в стороне $c'd_v$, и $c'b_v$, на которых находятся тени от концов сопряженных диаметров, и строится параллелограмм.

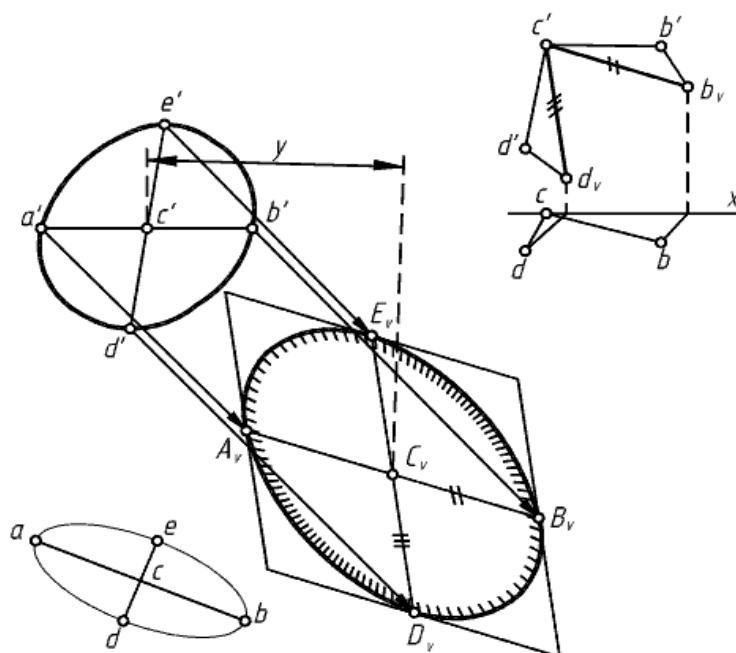


Рисунок 86 – Тень от окружности общего положения

8.4 Тень цилиндра

Две плоскости P и Q , касательные к цилиндру (рис. 87 а), дают собственные и падающие тени. Тень от верхнего основания строится по точкам 1 2 3 4 5. Падающая тень от цилиндра на стену по ширине равна $1,4$ диаметра цилиндра. Это следует из того, что диаметр проецируется на плоскость лучами, направленными под углом 45° , и тем самым ширина тени будет равна диагонали квадрата со стороной, равной диаметру. В точках 1_v и 5_v , – прямые, касательные к кривой. Тень от полуцилиндра на стенку строится по размеру x (рис. 87 б).

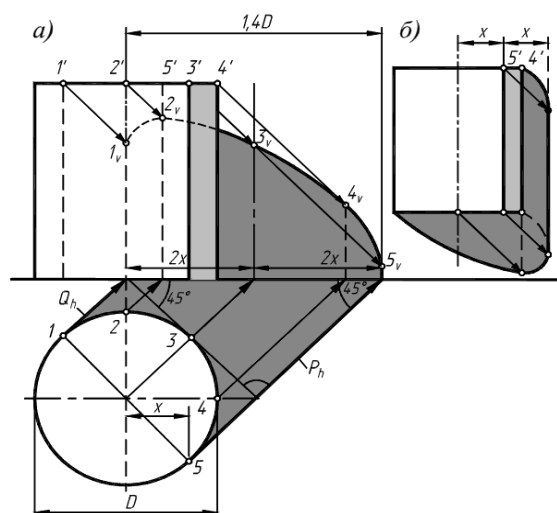


Рисунок 87 – Тень цилиндра

Две плоскости P и Q , касательные к цилиндру (рис. 87 а), дают собственные и падающие тени. Тень от верхнего основания строится по точкам 1 2 3 4 5. Падающая тень от цилиндра на стену по ширине равна 1,4 диаметра цилиндра (следует из того, что диаметр проецируется лучами под углом 45°). В точках $1v$ и $5v$ – касательные кривой. Тень от цилиндра на стенку строится по размеру x (рис. 87). Через концы радиуса основания (a' и c') проводятся линии под углом 45° до взаимного пересечения в точке d . Величина отрезка $a'd$ переносится на основание цилиндра. Точки $1'$ и $2'$ определяют положение образующих – границы собственной тени (видимой и невидимой).

8.5 Тень конуса

Поверхность конуса – это единственная поверхность, для построения контура собственной тени которой надо сначала построить падающую тень на плоскость его основания (рис. 88).

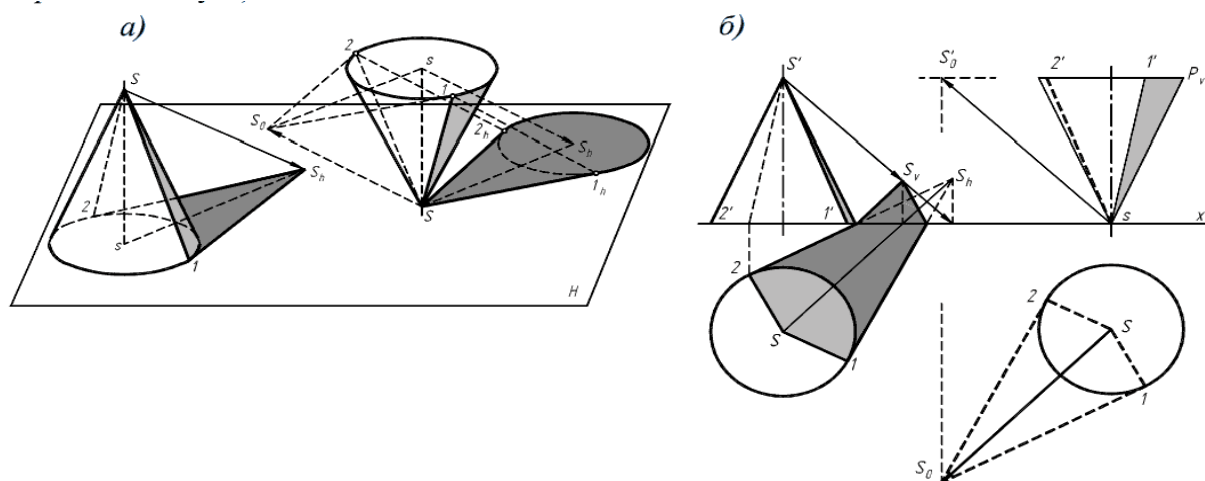


Рисунок 88 – Тень конуса

1. Через вершину S (рис. 88 а, б) проводится луч SS_h (обратный SS_0 – для обратного конуса).
 2. Находится точка его пересечения с плоскостью основания конуса S_h (S_0).
 3. Из полученной точки S , (или S_0) проводятся касательные $S_{h1}, S_{h2}, S_{01}, S_{02}$ к основанию конуса. Эти точки касания 1 и 2 определяют образующие конуса S_1, S_2 – границу собственной тени.
- У прямого конуса в тени будет меньше половины поверхности, у обратного – больше половины.

8.6 Тень сферы

Световые лучи, касающиеся поверхности сферы, образуют обертывающую цилиндрическую лучевую поверхность. Она касается сферы по большой окружности – контуру собственной тени сферы. Проекциями контура собственной тени являются эллипсы. Большая ось эллипса равна диаметру сферы, а малая ось равна $0,6D$ (рис. 89 а). Чтобы определить этот параметр, можно применить замену плоскости проекции H и построить новую проекцию сферы и ее собственную тень на плоскости проекций, параллельной лучам света. В этом случае при истинном наклоне луча (35°) новая проекция контура собственной тени будет перпендикулярна проекциям лучей (графическое построение угла в 35° показано на дополнительной проекции).

Построение падающей тени сферы на фронтальную плоскость проекций понятно из чертежа.

Собственная тень сферы может быть построена на фасаде без второй проекции по восьми точкам (рис. 89 б). Точки $3'$, $4'$, $5'$ и $6'$ определяются с помощью горизонтальных и вертикальных прямых, проведенных из точек $1'$ и $2'$ до пересечения с горизонтальным и вертикальным диаметрами. Точки $7'$ и $8'$ находят построением равностороннего треугольника и проведением прямых под углом 30° из точки $2'$ к диаметру.

Падающая тень полусферы (рис. 89 в) представляет собой полуэллипс, большая полуось которого равна $1,7$ радиуса. Она определяется засечкой из точки $1'$ отрезком, равным диаметру.

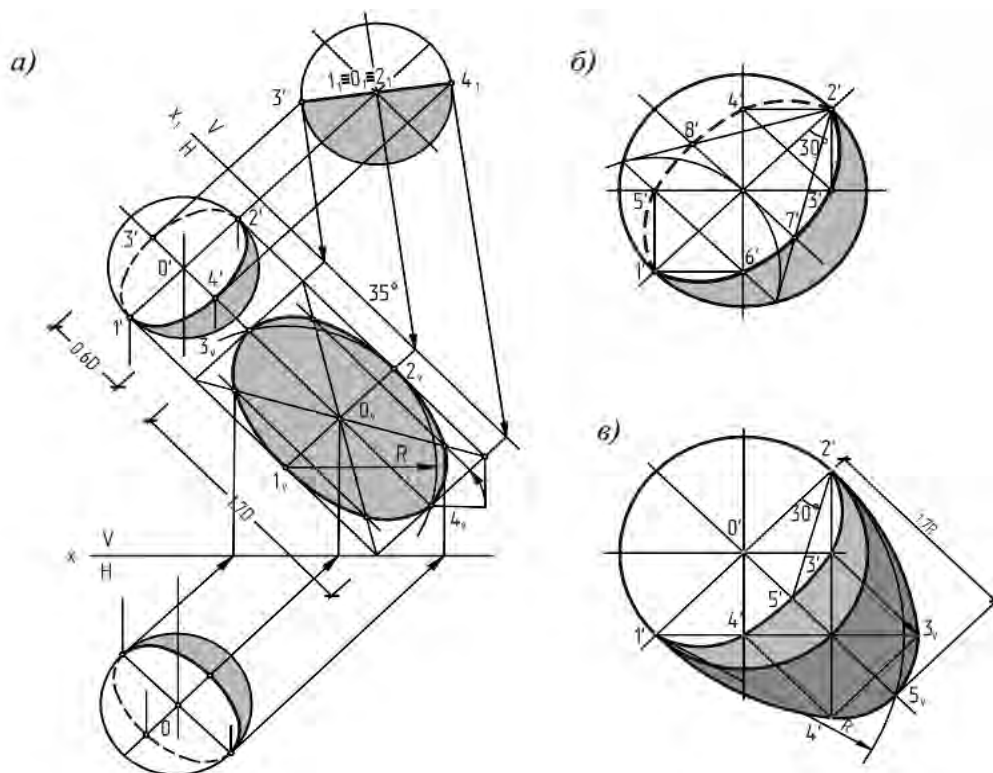


Рисунок 89 – Тень сферы

8.7 Построение теней при естественном освещении

Пример 1. На картине (рис. 90) заданы вертикальная пластина и опирающийся на ее верхний край прямолинейный стержень. Требуется построить падающую тень от пластины и стержня.

Тень от пластины строят по одной ближней ее вершине, помня, что параллельные линии имеют общую точку для построения тени от стержня вначале определяют его проекцию на предметную плоскость. Для этого находят проекцию точки b точки опоры B стержня на основании пластины. Затем строят проекцию стержня, соединив нижний его конец E с проекцией b опорной точки. После этого находят проекцию, а свободного конца A и строят от него тень A^* на предметную плоскость, которая определит тень E^*A^* от всего стержня.

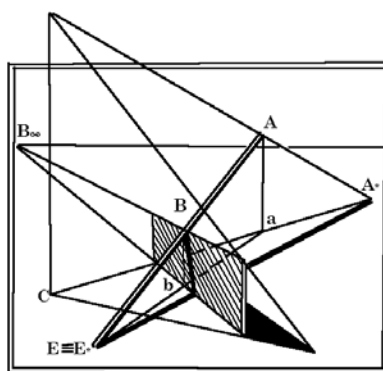


Рисунок 90 – Построение теней на нескольких плоскостях

Пример 2. На картине (рис. 91) заданы треугольная призма, лежащая на боковой грани, и конус с вертикальной осью. Требуется построить от них тень при точечном источнике света.

Построение падающей тени от призмы известно. Таким же образом строят тень от конуса на предметную плоскость. Для этого определяют сначала тень A^* от вершины A и через нее проводят две касательные к эллипсу – основанию конуса. Для построения тени от конуса на боковой наклонной грани призмы определяют две пары точек, принадлежащих ей.

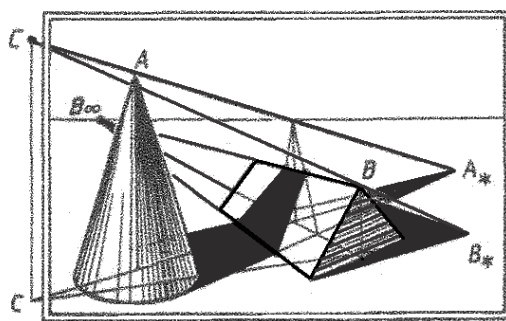


Рисунок 91 – Построение теней конуса и призмы

8.8 Построение теней при солнечном освещении

Относительно зрителя солнце может иметь три положения, в соответствии с этим возможны три ОСНОВНЫХ направления солнечных лучей:

1. Солнце расположено в предметном пространстве, т. е. перед зрителем. В этом случае солнечные лучи – восходящие параллельные прямые. Точка схода C_∞ солнечных лучей находится над линией горизонта. При таком положении солнца падающая от предмета тень B^*A^* направлена на зрителя, а сам предмет обращен к нему теневой стороной (рис. 92).

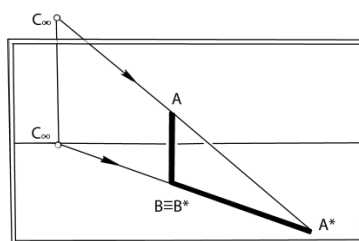


Рисунок 92 – Солнце расположено перед зрителем

2. Солнце расположено в мнимом пространстве, т. е. сзади зрителя. В этом случае солнечные лучи – нисходящие параллельные прямые. Точка схода C_∞ солнечных лучей находится под линией горизонта и в направлении, противоположном солнцу, а ее проекция c_∞ – на линии горизонта. При таком положении солнца падающая от предмета тень $A_\infty B_\infty$ направлена от зрителя, а сам предмет обращен к нему своей освещенной стороной (рис. 93).

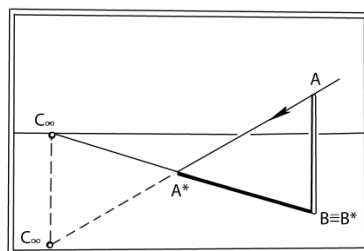


Рисунок 93 – Солнце расположено сзади зрителя

3. Солнце расположено в промежуточном пространстве, т. е. сбоку от зрителя (слева или справа). В этом случае солнечные лучи параллельны плоскости картины и наклонены к предметной плоскости под произвольным или заданным углом, т. е. они являются фронтальными прямыми (рис. 94). По законам перспективы они не имеют точки схода и остаются параллельными между собой, а их проекции на предметную плоскость параллельны основанию картины. Тень $A_\infty B_\infty$, падающая от предметов, будет горизонтальной и параллельной основанию картины. Предмет к зрителю будет обращен частично освещенной и теневой стороной. Направление солнечных лучей на картине указывается заданным углом наклона к ее основанию.

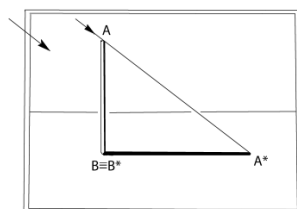


Рисунок 94 – Солнце расположено сбоку от зрителя

ТЕМА 9. ПОСТРОЕНИЕ ОТРАЖЕНИЙ В ЗЕРКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

9.1 Общие понятия о построении

Сущность процесса отражения от зеркала заключается в том, что лучи света, попадая на его поверхность, изменяют свое направление. Построение изображений лучей света, отраженных от плоского зеркала (рис. 95) основано на следующих законах оптики:

- 1) луч падающий (AB_1) и отраженный (B_1A_1) расположены в одной плоскости с перпендикуляром (BB_1), проведенным к зеркалу через точку падения (B_1);
- 2) угол падения равен углу отражения (α_1).

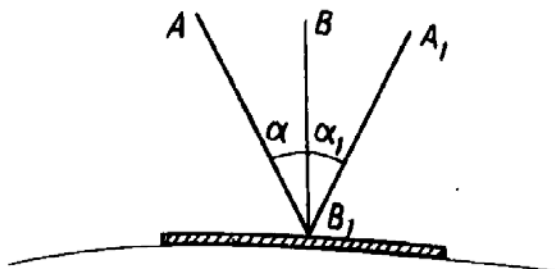


Рисунок 95 – Построение изображений лучей, отраженных от плоского зеркала

Из точки C на зеркало AB падает пучок лучей, ограниченный лучами CA и CB , проходящими через его крайние точки A и B (рис. 96). По законам оптики $\alpha=\alpha_1$, $\beta=\beta_1$ лучи отражаются от зеркала в направлении AA_1 и BB_1 расходящимся пучком.

Если глаз зрителя находится в поле A_1ABV_1 , то он видит точку C^* , где пересекаются отраженные лучи. Из построения следует, C и C^* лежат на одном перпендикуляре или заданная точка и ее отражение симметричны относительно плоскости зеркала ($CC^* \perp AB$).

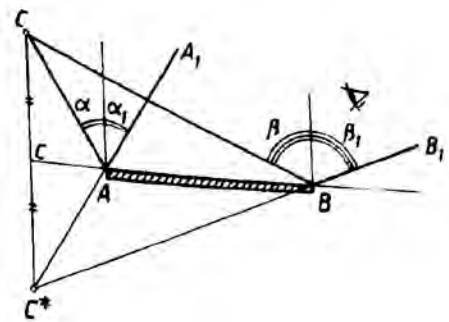


Рисунок 96 – Построение отражения от плоского зеркала

Для построения отражения предмета в зеркальной плоскости надо из всех характерных точек предмета опустить перпендикуляры к плоскости зеркала, найти точки их пересечения и продолжить перпендикуляры за плоскость зеркала на такое расстояние, на котором соответствующие точки предмета находятся перед ним.

7 основных положений зеркальной плоскости:

- 1) горизонтальное – зеркало параллельно предметной (ПП) и аппендикулярно к картинной (КП) плоскостям;
- 2) фронтальное – зеркало параллельно картинной (КП) и перпендикулярно к предметной (ПП) плоскостям;
- 3) вертикальное – зеркало перпендикулярно к картинной (КП) и предметной (ПП) плоскостям;
- 4) вертикальное – зеркало и перпендикулярно к предметной (ПП) плоскости и под произвольным углом расположено к картинной (КП);
- 5) наклонное – зеркало перпендикулярно к картинной и под произвольным углом расположено к предметной;
- 6) наклонное – зеркало расположено под произвольным углом к предметной (ПП) и картинной (КП) плоскостям (плоскость особого положения);
- 7) наклонное – зеркало расположено под произвольным углом к предметной (ПП) и картинной (КП) плоскостям (плоскость общего положения).

9.2 Построение отражений в зеркальной поверхности воды

Плоскость зеркала расположена горизонтально (рис. 97). Это отражение предметов в спокойной глади воды, в плоскости лакированного пола, полированной крышки стола, мокрого асфальта.

Если предмет непосредственно соприкасается с водой, то отражение любой точки или отрезка Aa определяют на перпендикуляре, проведенном к плоскости зеркала и откладывают от точки a пересечения его с водой равный по величине отрезок ($Aa = aA^*$). Затем, пользуясь точкой схода A_{∞} , строят отражение вертикальной плоскости набережной, проведя прямую A^*A_{∞} .

По тем же правилам построено отражение в воде мостика с наклонным берегом реки.

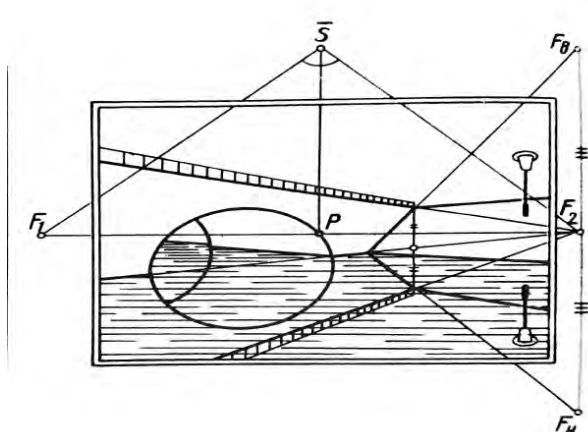
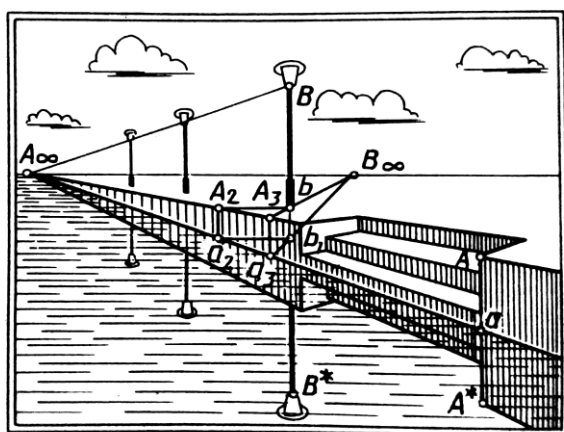


Рисунок 97 – Построение отражений в зеркальной поверхности воды

9.3 Примеры построения перспективных отражений в зеркальной плоскости, различным образом расположенной в предметном пространстве

Пример 1. Зеркало расположено на фронтальной стене комнаты (рис. 98).

Сначала из всех характерных точек предмета проводят перпендикуляры к плоскости зеркала. Заметим, что они являются глубинными прямыми (точка схода – главная точка картины). Затем строят точки пересечения этих перпендикуляров с плоскостью зеркала, проводя через них вспомогательные глубинные плоскости. На рисунке показано построение отражения передней грани тумбочки. Через нее проведена глубинная плоскость и построена линия пересечения с зеркалом. Сначала определена точка 1 пересечения плинтуса стены с основанием глубинной плоскости, а затем прямая 1–2.

На завершающем этапе откладывают от точек 1 и 2 на перпендикулярах за плоскость зеркала такое же расстояние, на котором находятся точки A и a ребра тумбы перед ним. Задача, по существу, сводится к удвоению глубинного отрезка, поэтому здесь удобно применить способ построения диагонали, прямоугольника. Для этого через верхний угол A тумбочки и середину отрезка 1–2 (линии пересечения) проводят диагональ Aa^* прямоугольника, которая на его основании отметит положение ножки тумбочки a^* и отражение всего ребра A^*a^* . Таким же способом строят отражения всех остальных точек предмета.

Для удвоения отрезка ($0-1=1-a^*$) применяют и другой способ построения, используя масштаб глубин с дистанционной точкой схода линий переноса. На основе применения теоремы Фалеса точку схода A_∞ линий переноса можно задать произвольно.

Заметим, что в зеркале отражена стена, которая находится позади зрителя.

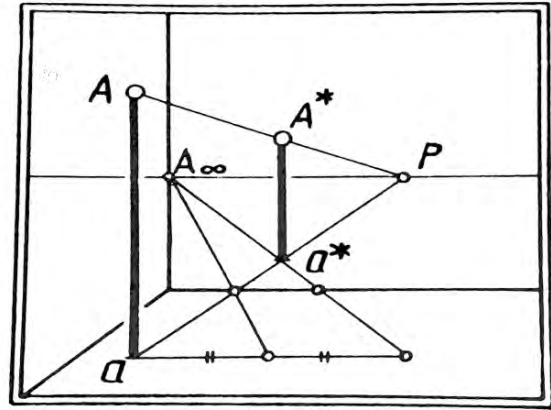
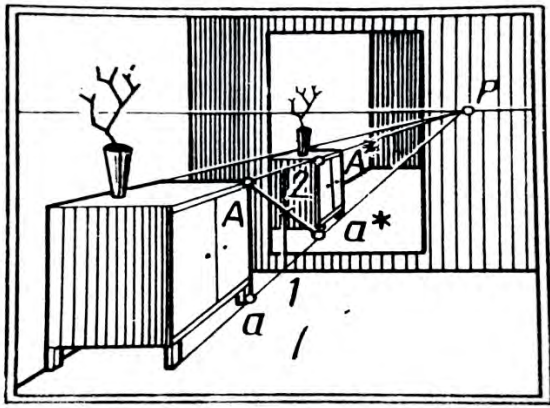
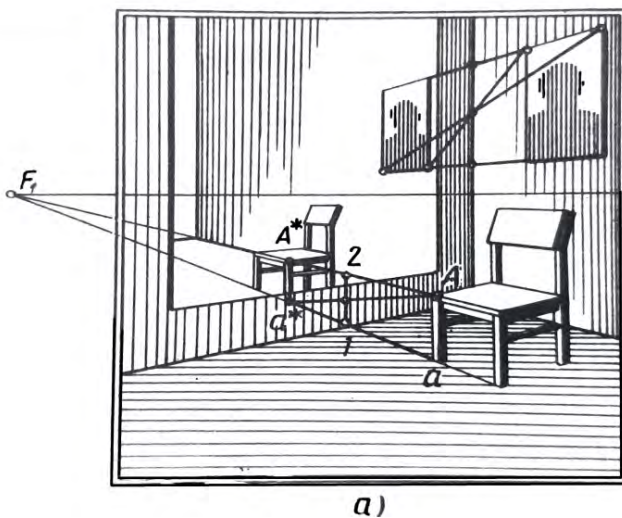


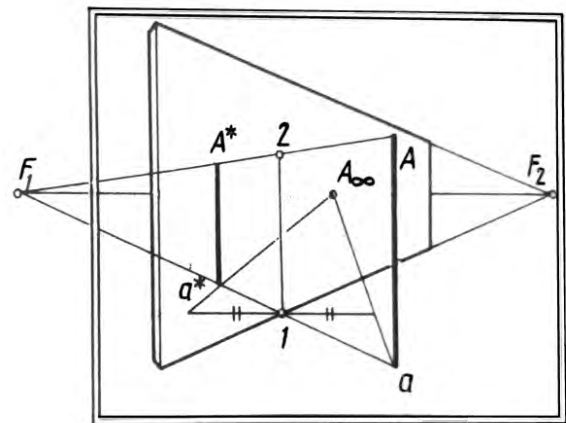
Рисунок 98 – Зеркало расположено на фронтальной стене комнаты

Пример 2. Зеркало висит на боковой стене комнаты (рис. 99). Плинтусы стен имеют точки схода F_1 и F_2 .

Сначала из всех точек предмета проводят к плоскости зеркала перпендикуляры, точкой схода которых является F_1 , (на рисунке по казано построение 1-ой ножки стула Aa). Для определения точек пересечения перпендикуляров с зеркалом проводят через них вспомогательную плоскость. Она пересечет плоскость стены по прямой 1-2. Следовательно, точки 1 и 2 будут точками пересечения перпендикуляров с плоскостью зеркала. На продолжении перпендикуляров откладывают отрезки $A-2=2-A^*$ и $a-1=1-a^*$. Точка a^* определит отражение основания и вертикальное положение ножки стула A^*a^* . Аналогично другие точки. Отражение другого угла в зеркале художник задает по своему усмотрению, так как его нет на картине. Другой способ рассмотрен на рисунке 99 б.



а)



б)

Рисунок 99 – Зеркало висит на боковой стене комнаты

Пример 3. Зеркало наклонено к предметной плоскости и перпендикулярно к картине (рис. 100). Следовательно, горизонтальные его края будут глубинными прямыми с главной точкой схода P . На картине изображена комната с фронтальной стеной. На правой боковой стене висит наклоненное зеркало, а у левой стены оно стоит на полу с упором на стену. Перед каждым зеркалом на полу стоит условный вертикальный предмет Aa и Bb . Требуется построить их отражения в зеркале.

Сначала через заданные вертикальные отрезки проводят вспомогательные плоскости, перпендикулярные зеркалу. Так как по условию плоскости зеркала и картины взаимно перпендикулярны, вспомогательные плоскости должны быть фронтальными. Через концы a и b отрезков проводят линии $a-1$ и $b-1$ пересечения вспомогательных фронтальных плоскостей с предметной параллельно основанию картины. Заметим, что точка 1 является пересечением оснований зеркала и вспомогательной фронтальной плоскости. Через точку 1 параллельно боковым краям зеркала проводят линию 1-2 пересечения этих плоскостей. Поскольку через отрезки Aa и Bb проведены фронтальные плоскости, то прямые углы между перпендикулярами и прямой 1-2 будут натуральными. За плоскость зеркала откладывают соответственно равные отрезки. Точка 2 – и точка пересечения продолжения заданных отрезков и их отражений. Отрезок и его построение в зеркале симметричны относительно линии пересечения.

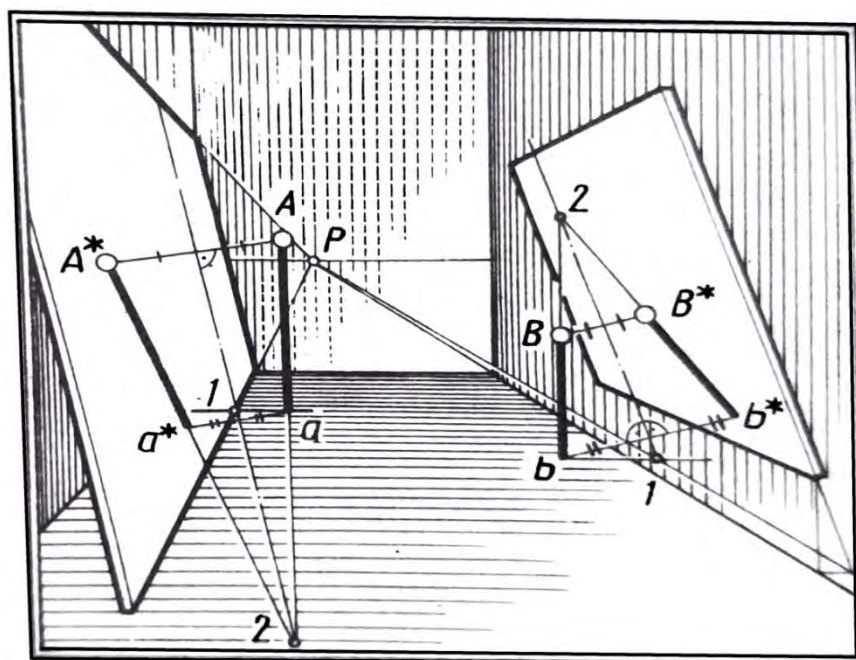


Рисунок 100 – Зеркало наклонено к предметной плоскости и перпендикулярно к картине

ЛИТЕРАТУРА

1. Макарова, М. Н. Перспектива : учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по худож.-граф. спец. / М. Н. Макарова. – М. : Просвящение, 1989. – 191 с.
2. Макарова, М. Н. Практическая перспектива : учеб. пособие для студентов высших учебных заведений / М. Н. Макарова. – М. : Академический Проект, 2005. – 400 с.
3. Раушенбах, Б. В. Геометрия картины и зрительное восприятие / Б. В. Раушенбах. – Санкт-Петербург : Азбука-классика, 2002. – 320 с.
4. Петрова, В. В. Линейная перспектива и тени : учебное пособие / В. В. Петрова. – Тольятти : Тольяттинский государственный университет (ТГУ), 2020. – 157 с.
5. Норлинг, Э. Объемный рисунок и перспектива / Э. Норлинг. – Пер. с англ. М. Авдониной – М. : Эксмо, 2004. – 160 с.
6. Жданова, Н. С. Перспектива : учебное пособие / Н. С. Жданова. – М. : Владос, 2004. – 224 с.
7. Павлов, В. И. Композиция и перспектива / В. И. Павлов, Я. Вермеер. – Санкт-Петербург : ЗАО «Полиграфическое предприятие № 3», 2018. – 140 с.
8. Композиция и перспектива / пер. с англ. Л. Степановой. – М. : АСТ, 2016. – 128 с.
9. Занберова, Т. В. Основы перспективы в рисунке : учебно-методическое пособие / Т. В. Занберова. – Армавир : Армавирский колледж управления и социально-информационных технологий 2019. – с. 39.

Учебное издание

ПЕРСПЕКТИВА

Конспект лекций

Составитель:

Милеева Екатерина Сергеевна

Редактор *А.В. Пухальская*
Корректор *А.В. Пухальская*
Компьютерная верстка *Е.С. Милеева*

Подписано к печати 04.07.2023. Формат 60х90 ¹/₁₆. Усл. печ. листов 4,3.
Уч.-изд. листов 5,4. Тираж 20 экз. Заказ № 171.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»
210038, г. Витебск, Московский пр., 72.

Отпечатано на ризографе учреждения образования

«Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 3/1497 от 30 мая 2017 г.