

Таблица 1 – Результаты корреляционного анализа (r^2) для уравнений регрессии второго порядка между типографской шкалой pH и цветиметрическими показателями

Наименование шкалы	RGB	HSB	Lab	CMYK
Jonhson	98,5	99,8	99,0	98,0
GuoQi Pneumatic Store	82,8	99,3	95,0	90,3
ООО «Энергохимия плюс»	89,1	96,8	99,5	99,5
Scan	99,9	99,9	99,9	99,6

Как следует из полученных данных, существует высокая корреляционная зависимость между значениями полиграфической шкалой pH и цветиметрическими характеристиками. Так как полученные модели показали свою высокую результативность, то в дальнейшем было проведено цветиметрическое исследование связи цвета pH индикаторных полосок бумаги с реальными растворами с различным pH (табл. 2).

Таблица 2 – Результаты корреляционного анализа (r^2) для уравнений регрессии второго порядка между экспериментальными показателями pH и цветиметрическими показателями

RGB	HSB	Lab	CMYK
99,7	99,2	99,6	97,5

Из приведенных данных следует, что полученные модели в интервале pH 1,52–9,44 также характеризуются высокой эффективностью.

В целом, по результатам всех исследований, можно констатировать, что шкала Lab является наиболее пригодной для практических целей.

Таким образом, показано, что применение цветиметрических методов возможно при определении pH в микроанализе.

3.3 Физика и техническая механика

УДК 517.956

ЛАГРАНЖЕВА И ЭЙЛЕРОВА КООРДИНАТЫ НА НИТИ

Федосеев Г.Н., к.т.н., доц., Рыбченко У.Ф., студ.

*Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь*

Реферат. В статье рассмотрены продольные смещения точек нити, ограничивающих элемент растяжимой нити. Установлена связь относительной длины с продольной скоростью. Используются лагранжевы и эйлеровы координаты.

Ключевые слова: эйлерова координата, лагранжева координата, относительная длина нити, продольная скорость нити.

Положим, что нить нерастяжима. Представим нить моделью-кривой, лишенной толщины. Положение точки на нити задается дуговой координатой s , отсчитывается от начала отсчета 0 (рис. 1).

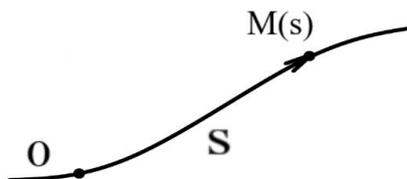


Рисунок 1 – Дуговая координата на нити

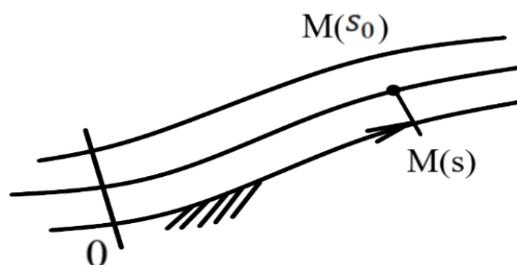


Рисунок 2 – Лагранжева и эйлерова

Если нить растяжимая, мысленно заключим её в нерастяжимую идеально гибкую трубку и используем две координаты: лагранжеву и эйлерову (рис. 2). Первая s_0 неизменная, ибо отсчитывается вдоль нерастянутой нити. Вторая отсчитывается вдоль нерастяжимой трубки, в которую (мысленно) заключена нить. Начало отсчета дуг s и s_0 общее.

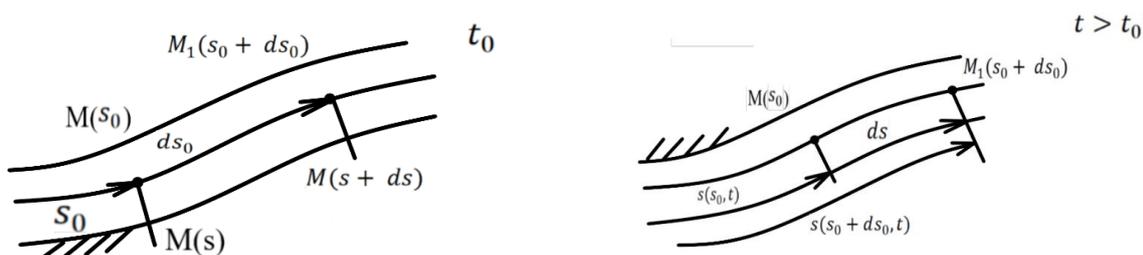


Рисунок 3 – Изменение длины элемента нити

Рассмотрим в момент t_0 две бесконечно близкие точки нити M и M_1 с лагранжевыми координатами s_0 и $s_0 + ds_0$. По мере растяжения нити точки смещаются в положения с эйлеровыми координатами $s(s_0, t)$ и $(s_0 + ds_0, t)$. Длина элемента нити ds_0 изменяется до размера ds (рис. 3):

$$ds = s(s_0 + ds_0, t) - s(s_0, t) = \frac{\partial s(s_0, t)}{\partial s_0} ds_0.$$

$$\text{Относительная длина нити в точке } s_0: f_L = \frac{ds}{ds_0} = \frac{ds(s_0, t)}{ds_0} = f(s_0, t),$$

(индекс L указывает, что относительная длина выражена в лагранжевых координатах).

Ту же величину можно выразить в эйлеровых координатах, если воспользоваться зависимостью $s_0 = s_0(s, t): f = f[s_0(s, t), t] = f(s, t)$.

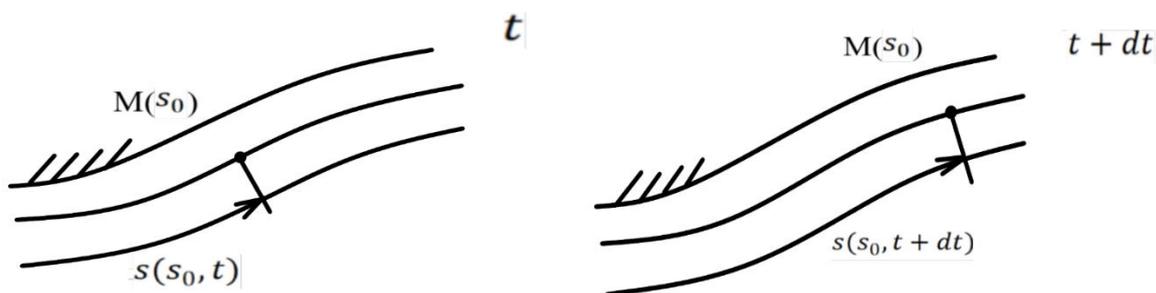


Рисунок 4 – Перемещение точки растяжимой нити

За время dt точка нити проделала путь (рис. 4)

$$ds = s(s_0, t + dt) - s(s_0, t) = \frac{\partial s(s_0, t)}{\partial t} dt.$$

$$\text{Продольная скорость точки } M(s_0) \lambda_L = \frac{ds}{dt} = \frac{\partial s(s_0, t)}{\partial t}.$$

Если использовать зависимость $s_0 = s_0(s, t)$, представим выражение продольной скорости в эйлеровых координатах:

$$\lambda = \frac{ds[s_0(s, t), t]}{dt} = \lambda(s, t).$$

Пусть время «заморожено». На нити отмечены две бесконечно близкие точки. Положим, что на нити задана некоторая функция координат и времени, например, температура нити.

При переходе из точки M в точку M_1 температура получает приращение $du_L = \frac{\partial u_L}{\partial s_0} ds_0 = \frac{\partial u}{\partial s} ds = du$, $\frac{\partial u_L}{\partial s_0} = \frac{ds}{ds_0} \frac{\partial u}{\partial s} = f \frac{\partial u}{\partial s}$.

Изобразим нить в два бесконечно близких момента времени. За время dt точка нити сместилась в трубке на расстояние $ds = \lambda dt$, где λ – продольная скорость. Приращение температуры точки $du_L = \frac{\partial u(s_0, t)}{\partial t} dt$.

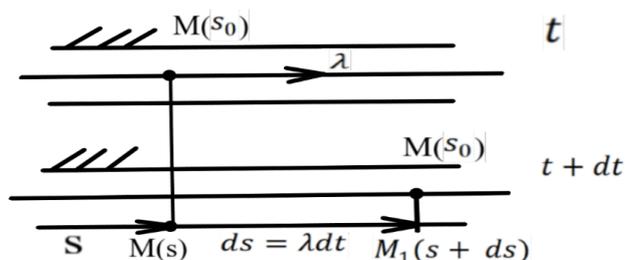


Рисунок 5 – Частное приращение du_t и du_s

Это же приращение может быть получено как сумма двух частных приращений du_t и du_s : приращения в положении $M(s)$ и приращения из-за перехода в положение $M_1(s + ds)$ $du_t = \frac{\partial u(s, t)}{\partial t} dt$, $du_s = \frac{\partial u(s, t)}{\partial s} ds$.

Тогда (рис. 5) $du = du_t + du_s = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial s} \lambda dt$, $\frac{\partial u_L}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial s} \lambda$.

Производные $\frac{\partial u_L}{\partial t}$ и $\frac{\partial u}{\partial t}$ различны. В первом случае речь идёт о скорости изменения температуры точки нити, во втором случае – о скорости изменения температуры точки трубки, с которой совпадает в момент t движущаяся со скоростью λ точка нити.

Установим связь относительной длины с продольной скоростью (рис. 6):

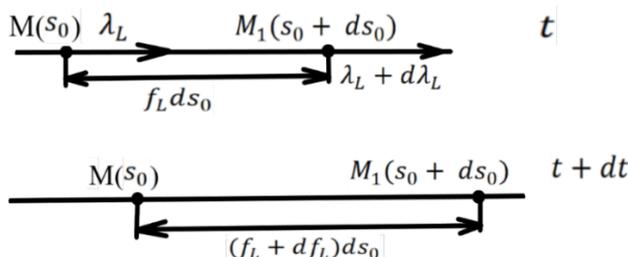


Рисунок 6 – К выводу связи относительной длины и продольной скорости

$$(f_L + df_L) ds_0 = \left[f_L + \left(\frac{\partial f_L}{\partial t} dt \right) \right] ds_0 = f_L ds_0 + \left(\frac{\partial f_L}{\partial s_0} ds_0 \right) dt, \quad \frac{\partial f_L}{\partial t} = \frac{\partial \lambda_L}{\partial s_0}$$

Это соотношение входит в число основных уравнений движения нити.

$$\text{В эйлеровых координатах } \frac{\partial f_L}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \lambda \frac{\partial f}{\partial s} \frac{\partial \lambda_L}{\partial s_0} = f \frac{\partial \lambda}{\partial s} \frac{\partial \lambda}{\partial s} = \frac{1}{f} \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \lambda \frac{\partial f}{\partial s} \right). \quad [1]$$

Список использованных источников

1. Якубовский, Ю. В. Основы механики нити / Ю. В. Якубовский [и др.] . – Москва: Легкая индустрия, 1973. – 271 с.