

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦИИ

Методические указания по выполнению лабораторных работ
для студентов специальности 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических
процессов и производств (легкая промышленность)»

Витебск
2022

УДК 681.5

Составители:

А. А.Корниенко, Е. Б. Дунина, А. С. Соколова

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом УО «ВГТУ», протокол № 9 от 30.05.2022.

Моделирование объектов и систем автоматизации: методические указания по выполнению лабораторных работ / сост. А. А. Корниенко, Е. Б. Дунина, А. С. Соколова. – Витебск : УО «ВГТУ», 2022. – 55 с.

Методические указания содержат материал, необходимый для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Моделирование объектов систем автоматизации».

Издание предназначено для студентов специальности 1-53 01 01-05 «Автоматизация технологических процессов и производств (легкая промышленность)» дневной и заочной на базе ссуз форм обучения.

УДК 681.5

© УО «ВГТУ», 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. МАЛОСИГНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФИЛЬТРА-УСИЛИТЕЛЯ НА ОПЕРАЦИОННОМ УСИЛИТЕЛЕ	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. ВЫДЕЛЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМОВ	15
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦЕПИ НА ТУННЕЛЬНОМ ДИОДЕ	25
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ УСИЛИТЕЛЯ НА ПОЛЕВОМ ТРАНЗИСТОРЕ	31
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ	46
ЛИТЕРАТУРА	53

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. МАЛОСИГНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФИЛЬТРА-УСИЛИТЕЛЯ НА ОПЕРАЦИОННОМ УСИЛИТЕЛЕ

Цель работы: исследовать работу, спроектировать и сделать расчет, также построить АЧХ и ФЧХ аналогового фильтра-усилителя на операционном усилителе.

Краткие теоретические сведения

Электрическим фильтром называется четырехполюсник, устанавливаемый между источником питания и нагрузкой и служащий для беспрепятственного (с малым затуханием) пропускания токов одних частот и задержки (или пропускания с большим затуханием) токов других частот.

Диапазон частот, пропускаемых фильтром без затухания (с малым затуханием), называется полосой пропускания или полосой прозрачности; диапазон частот, пропускаемых с большим затуханием, называется полосой затухания или полосой задерживания.

В качестве пассивных фильтров обычно применяются четырехполюсники на основе катушек индуктивности и конденсаторов.

Различают также активные фильтры. Активными фильтрами называют частотно-избирательные электрические цепи, содержащие активные элементы. В настоящее время в качестве активных элементов широкое распространение нашли операционные усилители. Избирательные свойства таких фильтров в основном определяются выбором параметров пассивных элементов (R , C), а также схемами их подключения.

В связи с этим различают фильтры нижних частот, фильтры верхних частот, полосовые фильтры (а в последнее время и Т-образные фильтры) и режекторные (заграждающие).

Теперь рассмотрим проектирование аналогового полосового фильтра-усилителя на операционном усилителе, схема которого приведена на рисунке 1.1. Сам операционный усилитель будем считать идеальным.

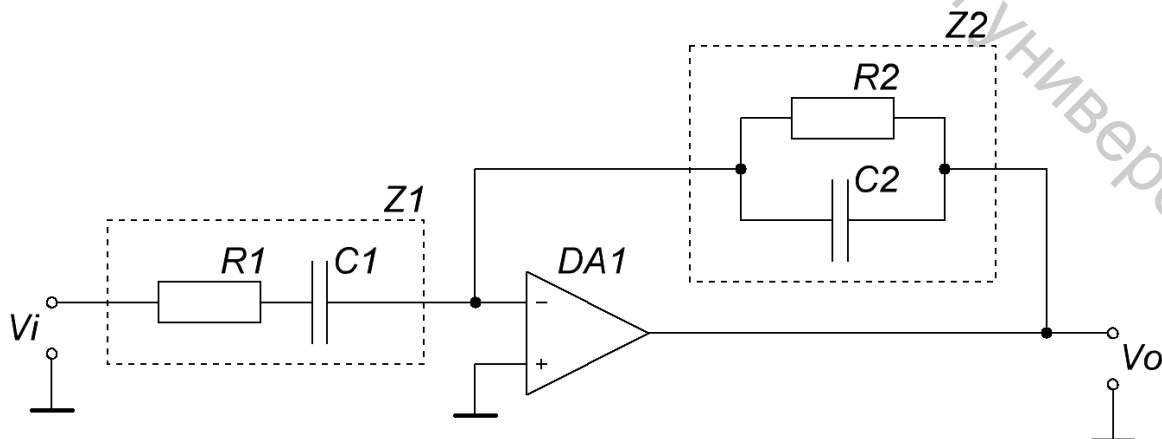


Рисунок 1.1 – Схема полосового RC-фильтра на интегральном операционном усилителе

Обоснование основных элементов схемы:

- $C1$ и $R1$ ($Z1$) – RC-цепочка, работающая как фильтр высоких частот; образует завал амплитудно-частотной характеристики в области нижних частот.
- $C2$ и $R2$ ($Z2$) – RC-цепочка, работающая как фильтр нижних частот; образует завал амплитудно-частотной характеристики в области верхних частот. Наличие в схеме элементов $C1$, $R1$, а также $C2$, $R2$ позволяет осуществлять избирательность по определенной частоте, т. е. выделить необходимую полосу пропускания (что и является основной функцией полосового фильтра).

Порядок выполнения лабораторной работы

Выполним расчет фильтра, представленного на рисунке 1.1.

Подготовимся:

> **restart;**

Зададим основные уравнения, описывающие работу усилителя на малом сигнале:

> **Vo := (-Z2/Z1) * Vi ;**

$$Vo := -\frac{Z2 Vi}{Z1}$$

> **Z1 := R1 + 1 / (I * omega * C1) ;**

$$Z1 := R1 - \frac{I}{\omega C1}$$

> **Z2 := R2 * 1 / (I * omega * C2) / (R2 + 1 / (I * omega * C2)) ;**

$$Z2 := -\frac{IR2}{\omega C2 \left(R2 - \frac{I}{\omega C2} \right)}$$

Введем круговую частоту

> **omega := 2 * Pi * f ;**

$$\omega := 2 \pi f$$

Найдем в аналитическом виде коэффициент передачи фильтра и его фазочастотную характеристику как функции от частоты:

> **gain := abs (evalc (Vo/Vi)) ;**

$$gain := \left| -\frac{1}{4} \frac{R2 R1}{\pi^2 f^2 C2^2 \left(R2^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C2^2} \right) \left(R1^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C1^2} \right)} - \frac{1}{4} \frac{R2^2}{\pi^2 f^2 C2 \left(R2^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C2^2} \right) C1 \left(R1^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C1^2} \right)} + I \left(\frac{1}{2} \frac{R2^2 R1}{\pi f C2 \left(R2^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C2^2} \right) \left(R1^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C1^2} \right)} - \frac{1}{8} \frac{R2}{\pi^3 f^3 C2^2 \left(R2^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C2^2} \right) C1 \left(R1^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C1^2} \right)} \right) \right|$$

> phase:=evalc(op(2,convert(Vo/Vi,polar))) ;

$$phase := \arctan \left(\frac{1}{2} \frac{R2^2 R1}{f C2 \left(R2^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C2^2} \right) \left(R1^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C1^2} \right)} - \frac{1}{8} \frac{R2}{f^3 C2^2 \pi^2 \left(R2^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C2^2} \right) C1 \left(R1^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C1^2} \right)} - \frac{1}{4} \frac{R2 R1}{f^2 C2^2 \pi \left(R2^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C2^2} \right) \left(R1^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C1^2} \right)} - \frac{1}{4} \frac{R2^2}{f^2 C2 \left(R2^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C2^2} \right) \pi C1 \left(R1^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C1^2} \right)} \right)$$

Эти выражения, несмотря на простоту схемы усилителя, выглядят довольно сложно, что, однако, ничуть не мешает использовать их для выполнения расчетов. Зададим конкретные значения параметров:

> R1:= 1000:
> R2:= 3000:
> C1:=0.08*10⁽⁻⁶⁾ :
> C2:=0.01*10⁽⁻⁶⁾ :

Построим АЧХ фильтра как зависимость коэффициента передачи в децибелах (dB) от частоты f в Гц:

> plot([log10(f),20*log10(gain),f=10..50000],
color=black, thickness=4, title="Коэффициент передачи в
dB как функция от логарифма частоты f в Гц",
titlefont=["ROMAN",18], axesfont=["ROMAN",14]) ;

Эта характеристика представлена на рисунке 1.2. Здесь полезно обратить внимание на то, что спад усиления на низких и высоких частотах происходит довольно медленно из-за малого порядка фильтра.

Коэффициент передачи в dB как функция от логарифма частоты f в Гц

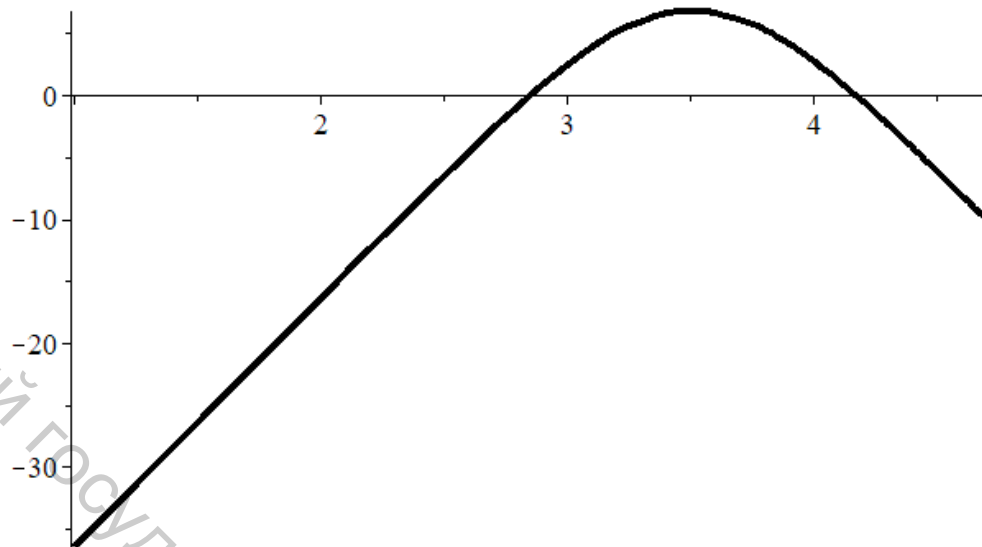


Рисунок 1.2 – АЧХ RC-фильтра на операционном усилителе

Далее построим фазочастотную характеристику фильтра как зависимость фазы в радианах от частоты f в Гц:

```
> plot([log10(f),phase,f=10..50000], color=black,
thickness=4, title="фаза в радианах как функция от
логарифма частоты f в Гц", titlefont=["ROMAN",18],
axesfont=["ROMAN",14]);
```

Полученная фазочастотная характеристика (ФЧХ) фильтра показана на рисунке 1.3.

Фаза в радианах как функция от логарифма частоты f в Гц

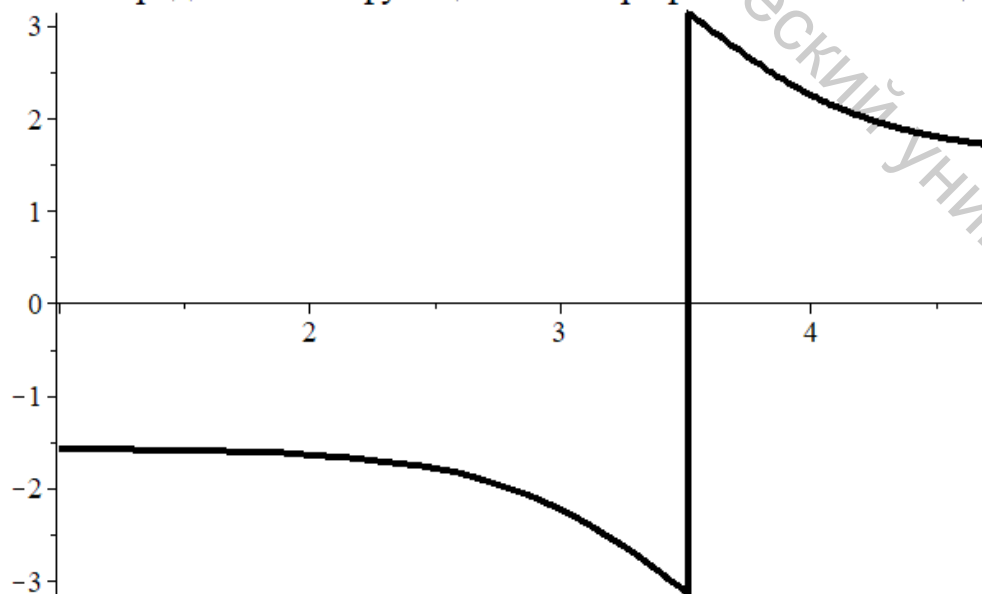


Рисунок 1.3 – ФЧХ RC-фильтра на операционном усилителе

На ФЧХ фильтра можно заметить характерный разрыв, связанный с превышением фазовым углом граничного значения π . Такой способ представления фазового сдвига общепринят, поскольку его изменения стремятся вписать в диапазон от $-\pi$ до π .

Сдвиг полосы пропускания вправо полосового RC-фильтра на интегральном операционном усилителе получим, задав следующие данные:

```
> R1:= 1:
> R2:= 3:
> C1:=0.08*10^(-9):
> C2:=0.01*10^(-9):
> plot([log10(f),phase,f=10000000..50000000000],
color=black, thickness=4, title="Фаза в радианах как
функция от логарифма частоты f в Гц",
titlefont=["ROMAN",18], axesfont=["ROMAN",14]);
```

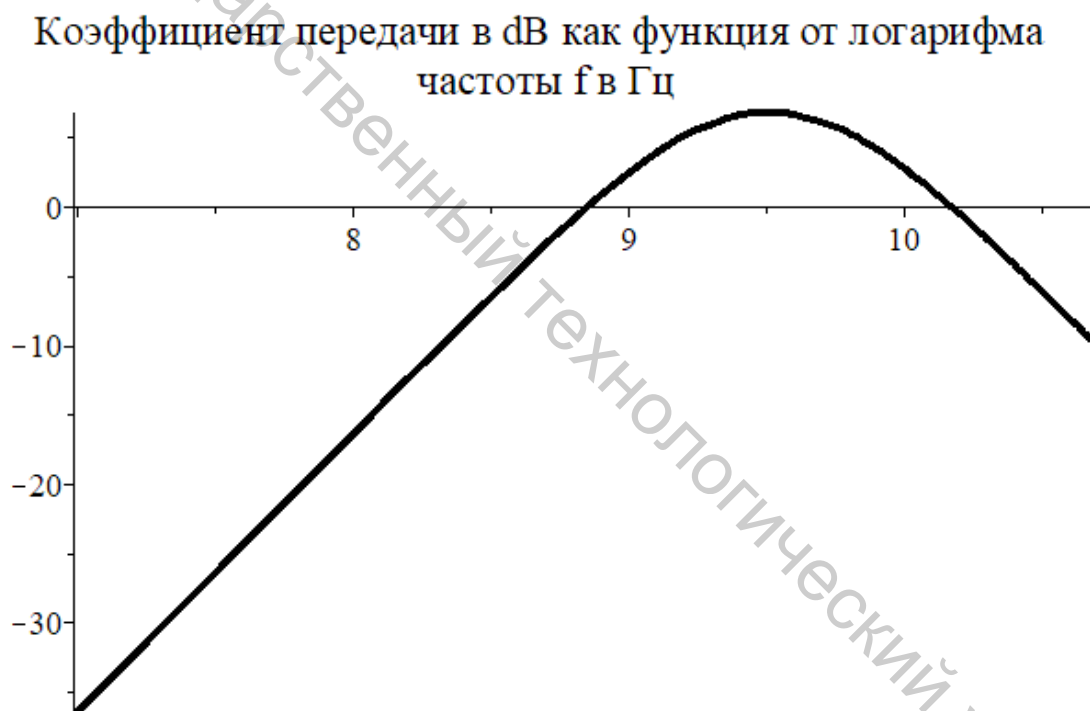


Рисунок 1.4 – АЧХ полосового RC-фильтра на операционном усилителе со сдвигом полосы пропускания вправо

```
> plot([log10(f),phase,f=10000000..50000000000],
color=black, thickness=4, title="Фаза в радианах как
функция от логарифма частоты f в Гц",
titlefont=["ROMAN",18], axesfont=["ROMAN",14]);
```

Фаза в радианах как функция от логарифма частоты f в Гц

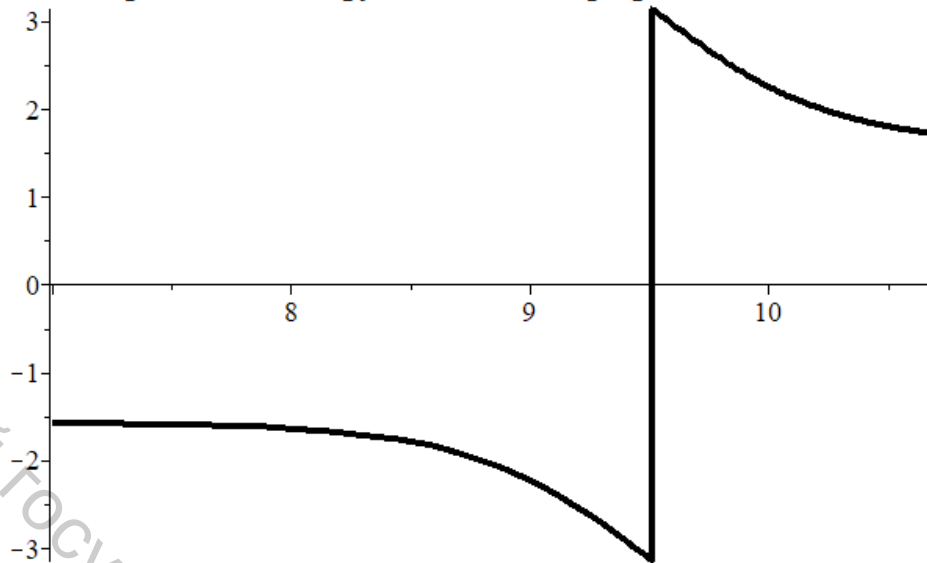


Рисунок 1.5 – ФЧХ полосового RC-фильтра на операционном усилителе со сдвигом полосы пропускания вправо

Сдвиг полосы пропускания влево полосового RC-фильтра на интегральном операционном усилителе получим, задав следующие данные:

```
> R1:=2000;
> R2:=4000;
> C1:=0.03*10^(-6);
> C2:=0.07*10^(-6);
> plot([log10(f),phase,f=100..50000], color=black,
thickness=4, title="Фаза в радианах как функция от
логарифма частоты f в Гц", titlefont=["ROMAN",18],
axesfont=["ROMAN",14]);
> plot([log10(f),phase,f=100..50000], color=black,
thickness=4, title="Фаза в радианах как функция от
логарифма частоты f в Гц", titlefont=["ROMAN",18],
axesfont=["ROMAN",14]);
```

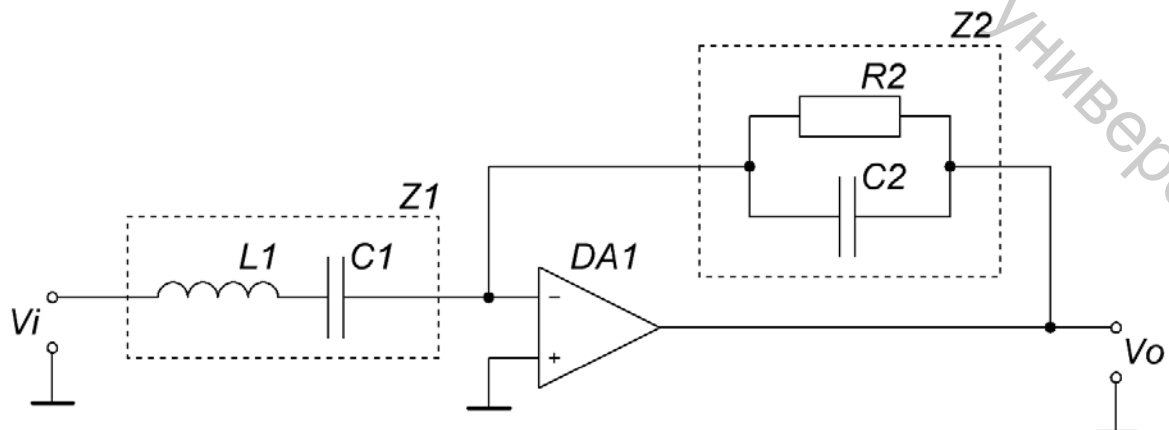


Рисунок 1.6 – Схема полосового LC-RC-фильтра на интегральном операционном усилителе

Выполним моделирование полосового *LC-RC*-фильтра на интегральном операционном усилителе (рис. 1.6):

```
> Z1:=I*omega*L1+1/(I*omega*C1);
```

$$Z1 := I\omega L1 - \frac{I}{\omega C1}$$

```
...
```

```
> L1:=10:
```

```
> R2:=20000:
```

```
> C1:=0.08*10^(-6):
```

```
> C2:=0.01*10^(-6):
```

```
...
```

```
> plot([log10(f),20*log10(gain),f=1..50000], color=black,
thickness=4, title="Коэффициент передачи в dB как функция
от логарифма частоты f в Гц", titlefont = ["ROMAN",18],
axesfont = ["ROMAN",14]);
```

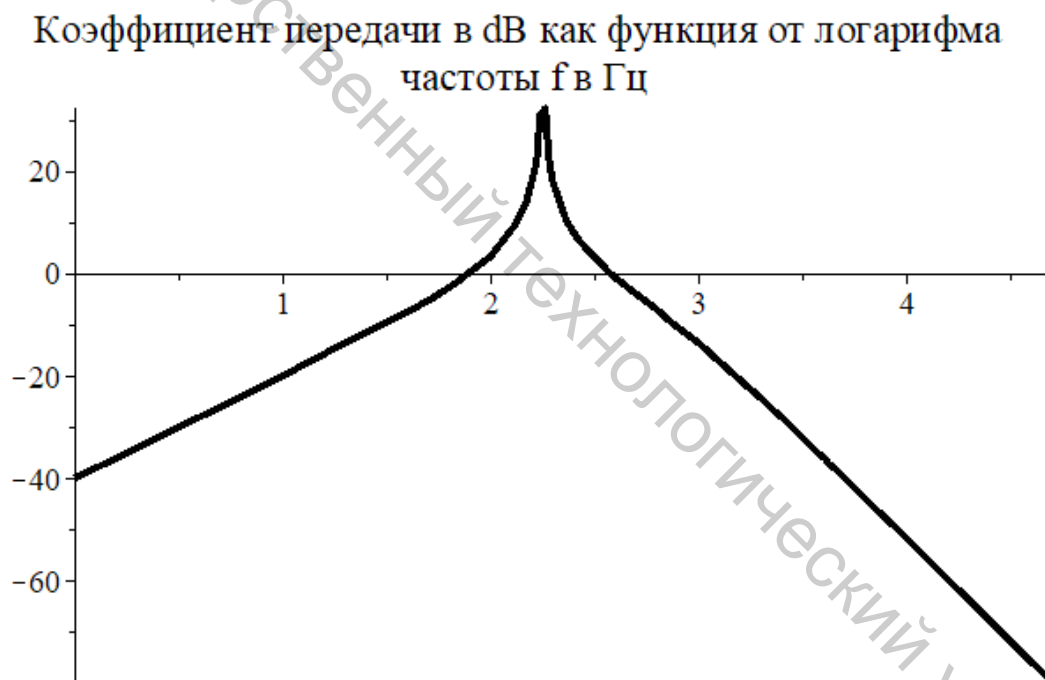


Рисунок 1.7 – АЧХ полосового *LC-RC*-фильтра на интегральном операционном усилителе

```
> plot([log10(f),phase,f=1..50000], color=black,
thickness=4, title="Фаза в радианах как функция от
логарифма частоты f в Гц", titlefont=["ROMAN",18],
axesfont=["ROMAN",14]);
```

Фаза в радианах как функция от логарифма частоты f в Гц

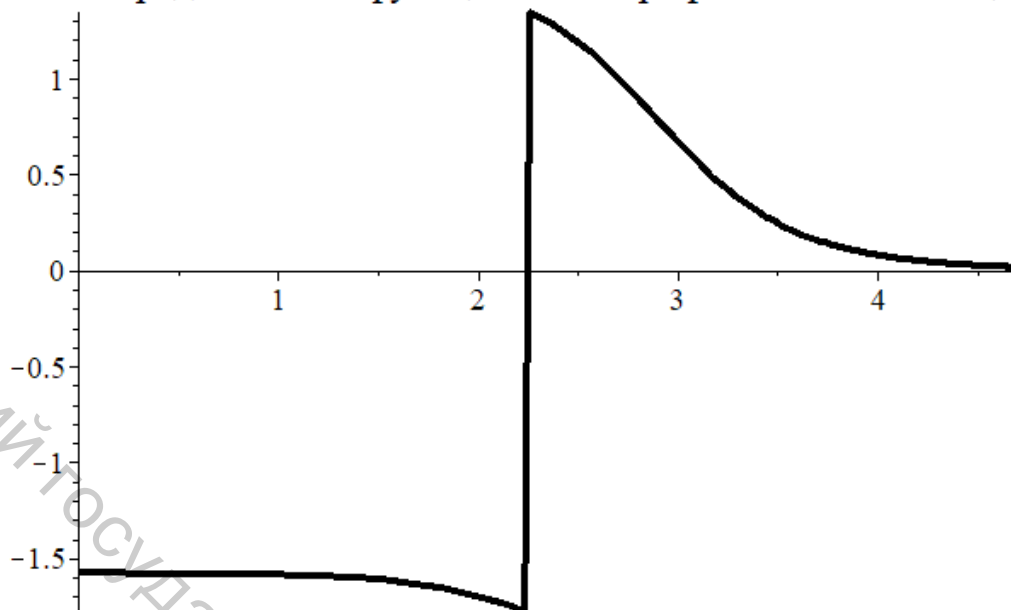


Рисунок 1.8 – ФЧХ полосового LC-RC-фильтра на интегральном операционном усилителе

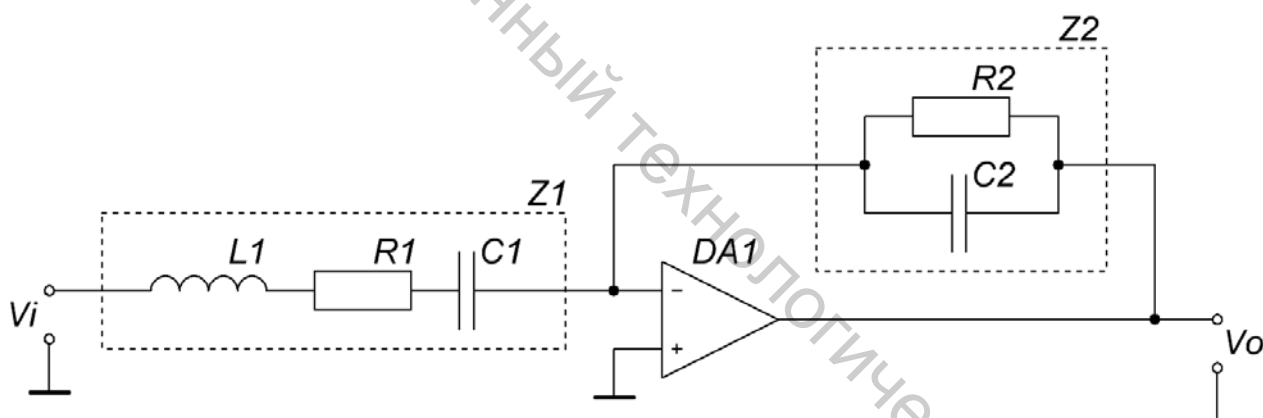


Рисунок 1.9 – Схема полосового LRC-RC-фильтра на интегральном операционном усилителе

Выполним моделирование полосового $LRC-RC$ -фильтра на интегральном операционном усилителе (рис. 1.9):

```
> Z1:=R1+I*omega*L1+1/(I*omega*C1);
```

$$Z1 := R1 + I\omega L1 - \frac{I}{\omega C1}$$

...

```
> L1:=10:
```

```
> R1:=10000:
```

```
> R2:=20000:
```

```
> C1:=0.08*10^(-6):
```

```
> C2:=0.01*10^(-6):
```

...

```
> plot([log10(f),20*log10(gain),f=1..50000], color=black,
thickness=4, title="Коэффициент передачи в dB как функция
от логарифма частоты f в Гц", titlefont = ["ROMAN",18],
axesfont = ["ROMAN",14]);
```

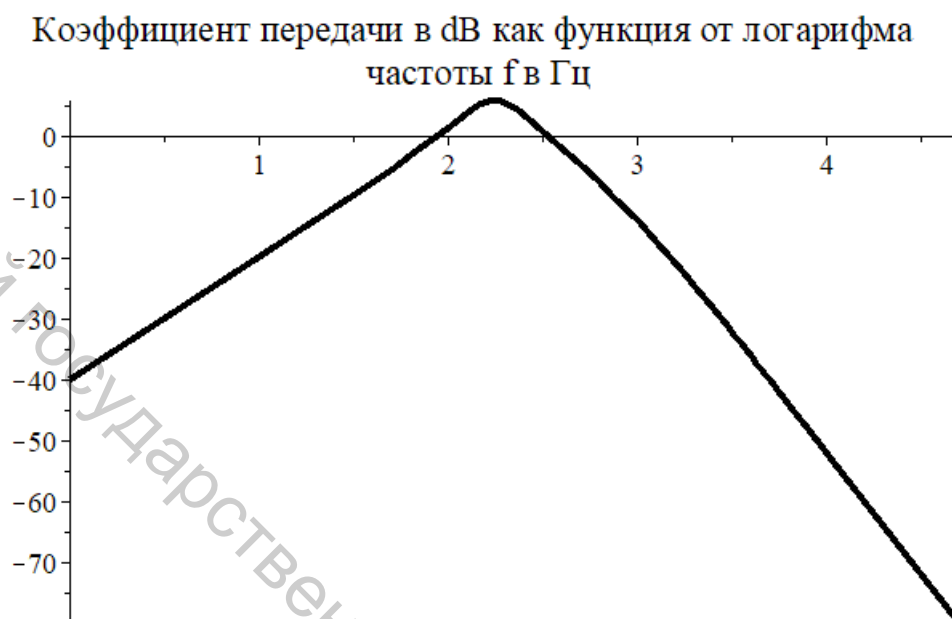


Рисунок 1.10 – АЧХ полосового LRC-RC-фильтра на интегральном операционном усилителе

```
> plot([log10(f),phase,f=1..50000], color=black,
thickness=4, title="Фаза в радианах как функция от
логарифма частоты f в Гц", titlefont=["ROMAN",18],
axesfont=["ROMAN",14]);
```

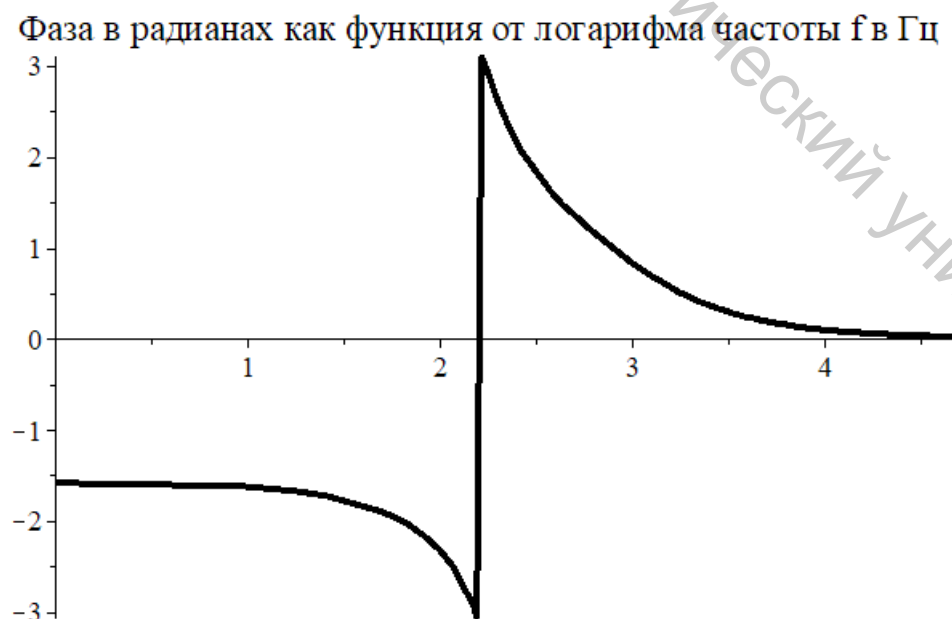


Рисунок 1.11 – ФЧХ полосового LRC-RC-фильтра на интегральном операционном усилителе

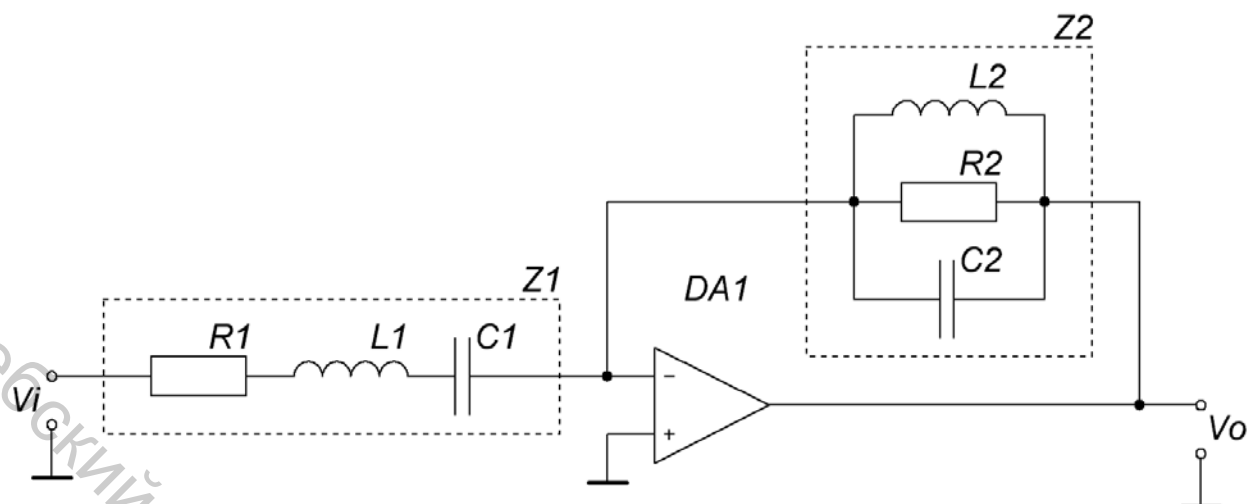


Рисунок 1.12 – Схема полосового RLC-фильтра на интегральном операционном усилителе

Выполним моделирование полосового RLC-фильтра на интегральном операционном усилителе (рис. 1.12):

```
> Z1:=R1+I*omega*L1+1/(I*omega*C1);
```

$$Z1 := R1 + I\omega L1 - \frac{I}{\omega C1}$$

```
> Z2:=R2*I*omega*L2/((1+R2*I*omega*C2)*I*omega*L2+R2);
```

$$Z2 := \frac{IR2\omega L2}{I(1 + IR2\omega C2)\omega L2 + R2}$$

```
...
```

```
> L1:=10:
```

```
> L2:=25:
```

```
> R1:=100:
```

```
> R2:=2000000:
```

```
> C1:=0.08*10^(-6):
```

```
> C2:=0.01*10^(-6):
```

```
...
```

```
> plot([log10(f),20*log10(gain),f=1..50000], color=black,
thickness=4, title="Коэффициент передачи в dB как функция
от логарифма частоты f в Гц", titlefont = ["ROMAN",18],
axesfont = ["ROMAN",14]);
```

Коэффициент передачи в dB как функция от логарифма частоты f в Гц

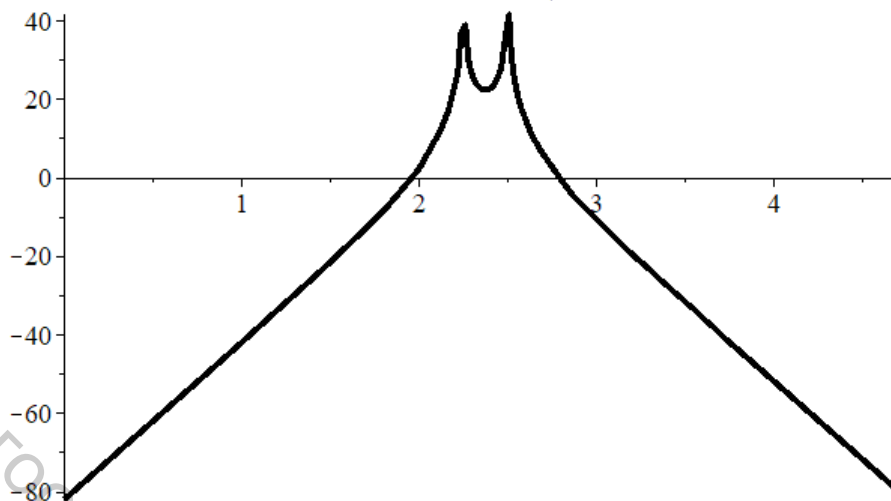


Рисунок 1.13 – АЧХ полосового RLC-фильтра на интегральном операционном усилителе

```
> plot([log10(f),phase,f=1..50000], color=black,
thickness=4, title="Фаза в радианах как функция от
логарифма частоты f в Гц", titlefont=["ROMAN",18],
axesfont=["ROMAN",14]);
```

Фаза в радианах как функция от логарифма частоты f в Гц

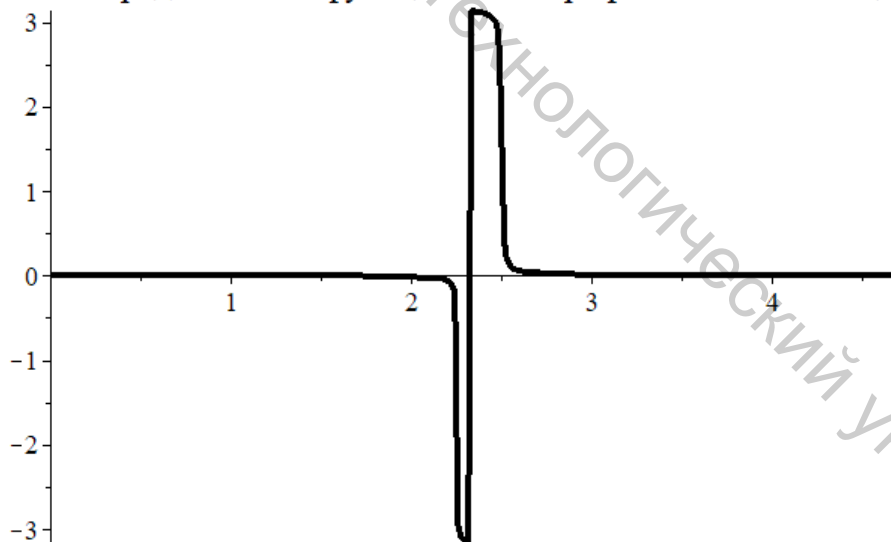


Рисунок 1.14 – ФЧХ полосового RLC-фильтра на интегральном операционном усилителе

Задания для выполнения лабораторной работы

1. Получить ФЧХ и АЧХ фильтра на операционном усилителе в различных исполнениях.
2. Задавая различные значения сопротивления, емкости и конденсатора получить:

- а) сдвиг полосы пропускания в область больших частот;
 - б) сдвиг полосы пропускания в область меньших частот;
 - в) увеличение полосы пропускания.
3. Сделать вывод и оформить отчет.

Контрольные вопросы

1. Что называется электрическим фильтром?
2. Принцип работы электрического фильтра?
3. Обоснуйте основные элементы полосового фильтра на интегральном операционном усилителе?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. ВЫДЕЛЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМОВ

Цель работы: выделить сигналы на фоне шумов, определить период и амплитуду каждой гармоники, даже если исходный сигнал сильно искажен шумом.

Краткие теоретические сведения

Рассмотрим фильтрацию зашумленных сигналов с помощью преобразования Фурье. Этот процесс можно рассматривать как один из методов математической обработки сложных сигналов. Он является разновидностью регрессии, когда в качестве функции регрессии выступает ряд Фурье.

Для удобства и наглядности дальнейшего анализа воздействия фильтра на сигнал в частотной области, представим сигнал в виде совокупности элементарных гармонических сигналов. Гармоническим называют сигнал, описываемый синусоидальной функцией:

$$S(t) = A_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.1)$$

где A_m – амплитудное значение сигнала;

$\omega = 2\pi F$ – круговая частота, выражаемая в радианах;

$F = \frac{1}{T}$ – частота сигнала;

T – период следования;

φ – начальная фаза сигнала.

Гармонический сигнал характерен тем, что он длится на неограниченном интервале времени и не может быть разложен на элементарные составляющие.

Известно, что любой сложный периодический сигнал может быть

представлен в виде суммы элементарных гармонических сигналов с помощью рядов Фурье. Это возможно, если функция, описывающая сигнал, отвечает условиям Дирихле:

1. Функция непрерывна на отрезке разложения.

2. В пределах периода T функция имеет конечное число максимумов и минимумов.

Пусть сигнал описывается функцией $S(t)$, которая имеет частоту $\omega = 2\pi F$. Применяя разложение в ряд Фурье, получим:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)), \quad (2.2)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$ – номера гармоник;

a_0 , a_k и b_k – амплитуды разложения, определяющиеся по выражениям:

$$\begin{aligned} \frac{a_0}{2} &= \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt; \\ a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \cos(k\omega t) dt; \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \sin(k\omega t) dt. \end{aligned}$$

Помимо формы (2.2) функцию $S(t)$ можно представить в виде:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos(k\omega t - \varphi_k)), \quad (2.3)$$

где A_k и φ_k – соответственно амплитуда и начальная фаза, определяющиеся по выражениям:

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \quad \varphi_k = \arctg\left(\frac{b_k}{a_k}\right).$$

Таким образом, периодическую функцию $S(t)$ можно представить в виде суммы слагаемых, каждое из которых является синусоидальным колебанием с амплитудой A_k и начальной фазой φ_k .

Каждая составляющая сигнала с частотой $k\omega$ называется *гармоникой*. Колебание с частотой ω называется первой гармоникой, с частотой 2ω – второй гармоникой и т. д.

Совокупность амплитуд гармонических составляющих, представленная

как функция частоты, называется *амплитудным спектром сигнала* (спектром амплитуд). Аналогично, совокупность значений φ_k гармоник сигнала, представленная на интервале $0 - 360^\circ$, называется *спектром фаз*.

Совокупность A_k и φ_k полностью определяют частотный спектр сигнала. Спектр амплитуд и спектр фаз для периодического сигнала называют *линейчатыми*, так как они состоят из отдельных составляющих. Например, для периодического сигнала прямоугольной формы, показанного на рисунке 2.1 а, спектр амплитуд имеет вид, показанный на рисунке 2.1 б.

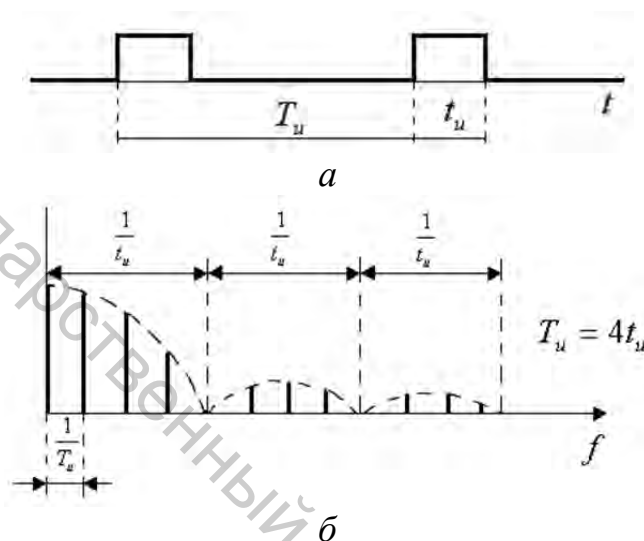


Рисунок 2.1 – Периодический сигнал прямоугольной формы:
а – график сигнала; б – спектр амплитуд

При уменьшении частоты периодического сигнала число гармонических составляющих в его спектре будет соответственно возрастать, стремясь в пределе к бесконечности. Такой спектр называется *сплошным*, и получить его можно, используя не ряд, а интеграл Фурье. Для одиночного прямоугольного импульса имеем спектр, показанный на рисунке 2.2 б.

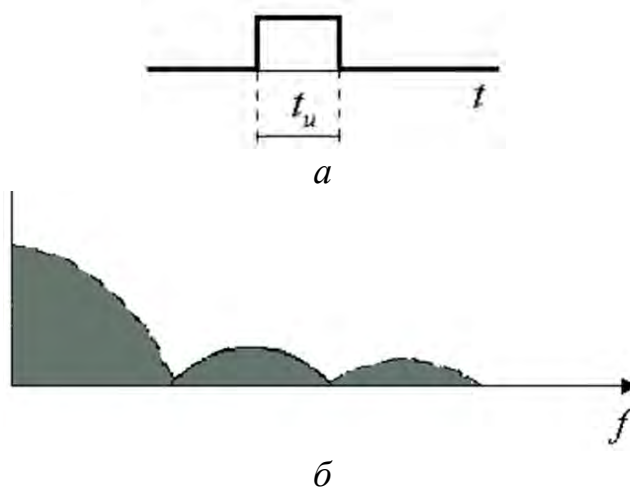


Рисунок 2.2 – Одиночный прямоугольный импульс:
а – график сигнала; б – спектр амплитуд

Порядок выполнения лабораторной работы

В пакете Matlab нельзя не выделить особо функции прямого и обратного преобразований Фурье. В системе MATLAB эти функции реализуют наиболее эффективные алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ), обеспечивающие решение крупноразмерных задач (например, обработки сигналов, представленных векторами и матрицами больших размеров) в десятки раз быстрее, чем при обычных методах выполнения преобразований Фурье.

Применение преобразования Фурье позволяет выделить сигнал на фоне шума или разложить составной сигнал на отдельные гармоники и определить параметры этих гармоник.

Для решения задачи необходимо обязательно присоединить пакет MATLAB:

```
> restart;  
> with(Matlab):
```

Построим график сигнала, состоящего из трех гармоник.

```
> num:=1024:A1:=4.6:A2:=1.:A3:=2:  
> v1:= 1: v2:= 6: v3:= 9:  
> Time:=[seq(0.03*t,t=1..num)]:  
> data:= [seq(A1*cos(v1*Time[t])+A2*cos(v2*Time[t])  
+A3*cos(v3*Time[t]),t=1..num)]:  
> plots[pointplot](zip((x,y)->[x,y], Time, data),  
style=line,thickness=3, axesfont=["ROMAN",14]);
```

Число элементов в векторе равно 2^N , где N – целое число. Масштаб времени 0,03 с.

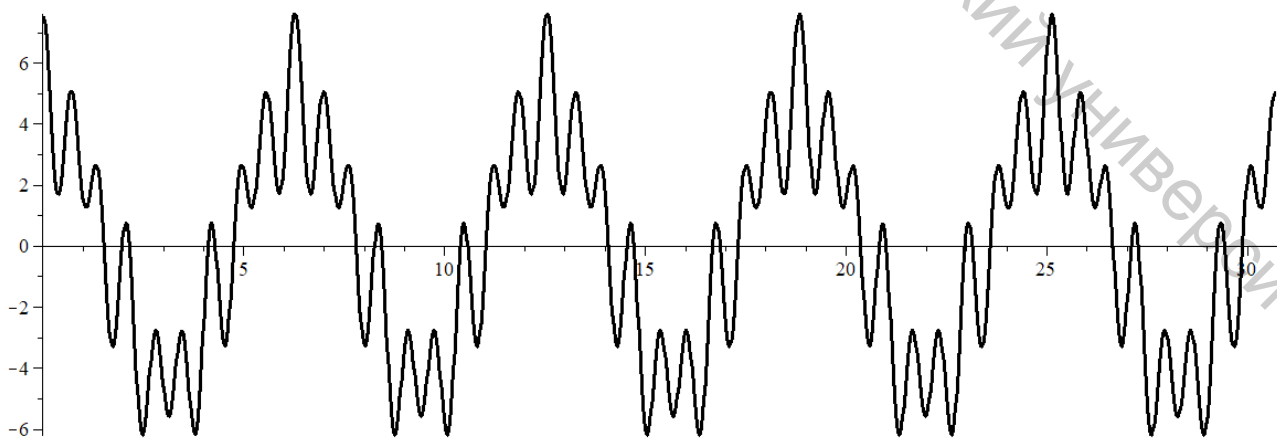


Рисунок 2.3 – График сигнала

Сигнал с наложением шума получим с помощью генератора случайных чисел *rand*:

```
> tol:=10000:
> r:=rand(0..tol):
```

Интервал изменения случайных чисел 0..10000.

```
> noisy_data:=[seq(r()*data[t]/tol, t=1..num)]:
> plots[pointplot](zip(proc (x, y) options operator,
arrow; [x, y] end proc, Time, noisy_data), style=line,
thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14]);
```

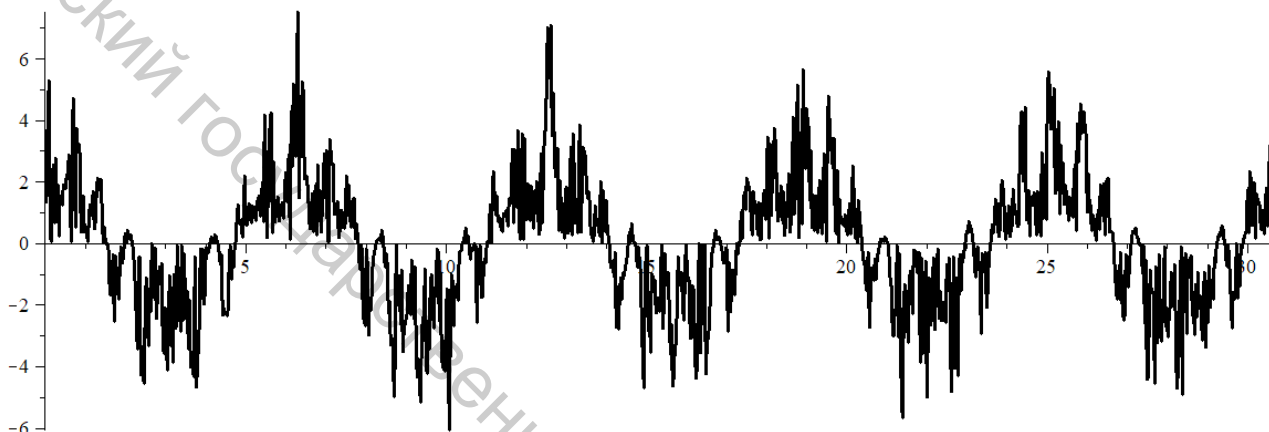


Рисунок 2.4 – График сигнала с наложением шума

Это сигнал с наложением шума.

Выделить составные гармоники и «убрать» шум можно с помощью преобразования Фурье. Для этого присоединим пакет *DiscreteTransforms*:

```
> with(DiscreteTransforms):
```

Делаем копию исходного сигнала:

```
> AB:=Array(1..num, proc(n) s:=0; t:= n; s:=data[t] end
proc, 'datatype'='float'[8]):
```

Выполняем Фурье-преобразование этого сигнала:

```
> U:= FourierTransform(AB):
```

Строим графики исходного сигнала и его Фурье-образа:

```
> use plots in display(<<<listplot(AB, thickness=3,
axesfont=["ROMAN", 14])>, <listplot(map(Re,U[1..100]),
thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14])>,
<listplot(map(Im,U[1..100]), thickness=3,
axesfont=["ROMAN", 14])>>>); end use;
```

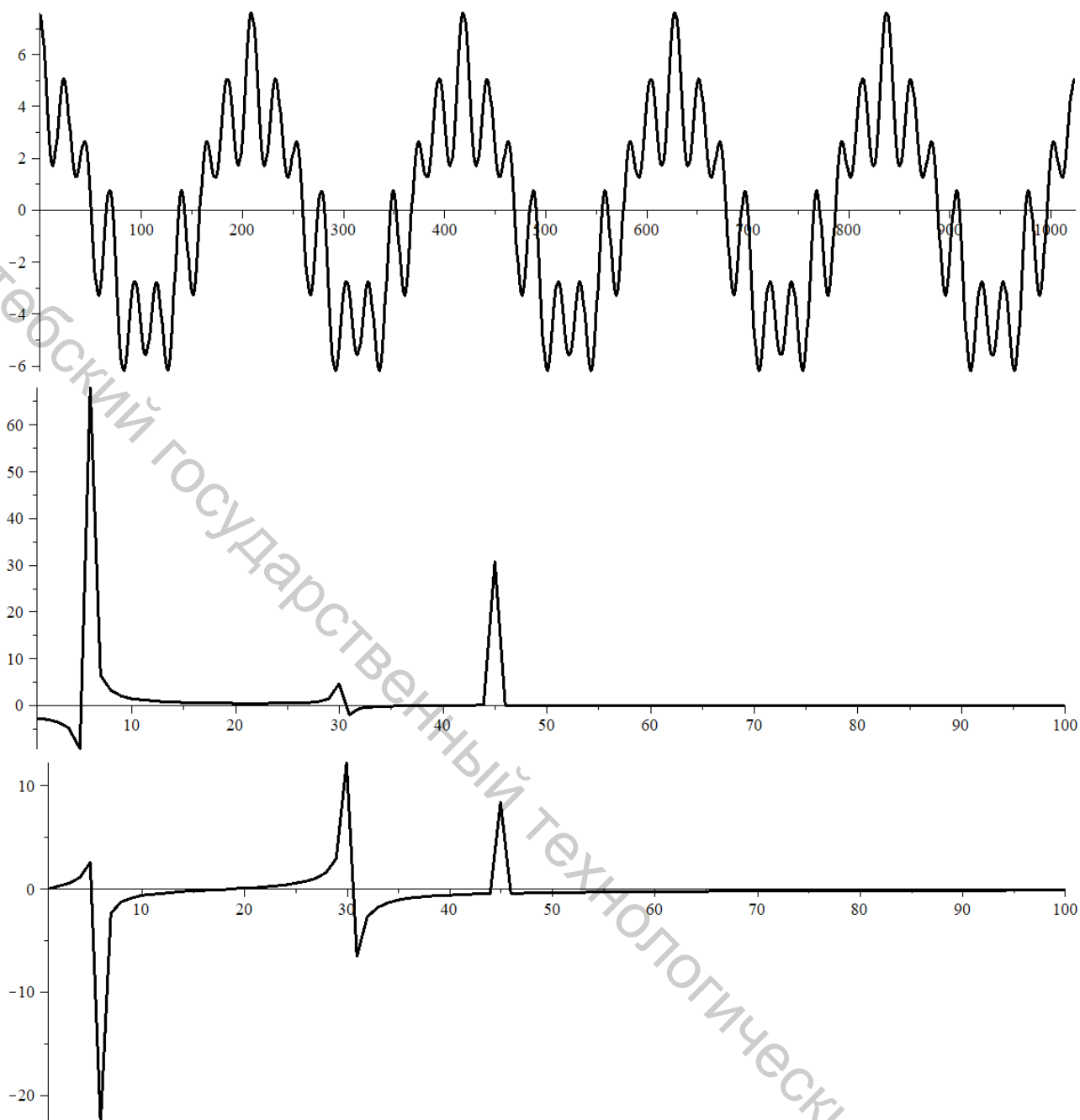


Рисунок 2.5 – Графики исходного сигнала и его Фурье-образа

Из нижнего рисунка видно, что исходный сигнал состоит из трех гармоник. Чтобы определить период и амплитуду первой гармоники, в Фурье-образе U_i приравняем нулю все элементы с номерами большими, чем 20. Новый Фурье-образ обозначим через $U1$:

```
> U1:=U;
> for t to num do if t<=20 then U1[t]:=U[t] else
U1[t]:=0+I*0 end if: end do:
```

Выполним обратное Фурье-преобразование и получим график первой гармоники:

```
> OAB1:=InverseFourierTransform(U1, inplace=true):
```

Строим график исходного сигнала и первой гармоники и по нему определяем характеристики гармоники.

```
> use plots in display(<<<listplot(AB, thickness=3,
axesfont=["ROMAN", 14])>, <listplot(map(Re, OAB1),
thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14])>>>); end use;
```

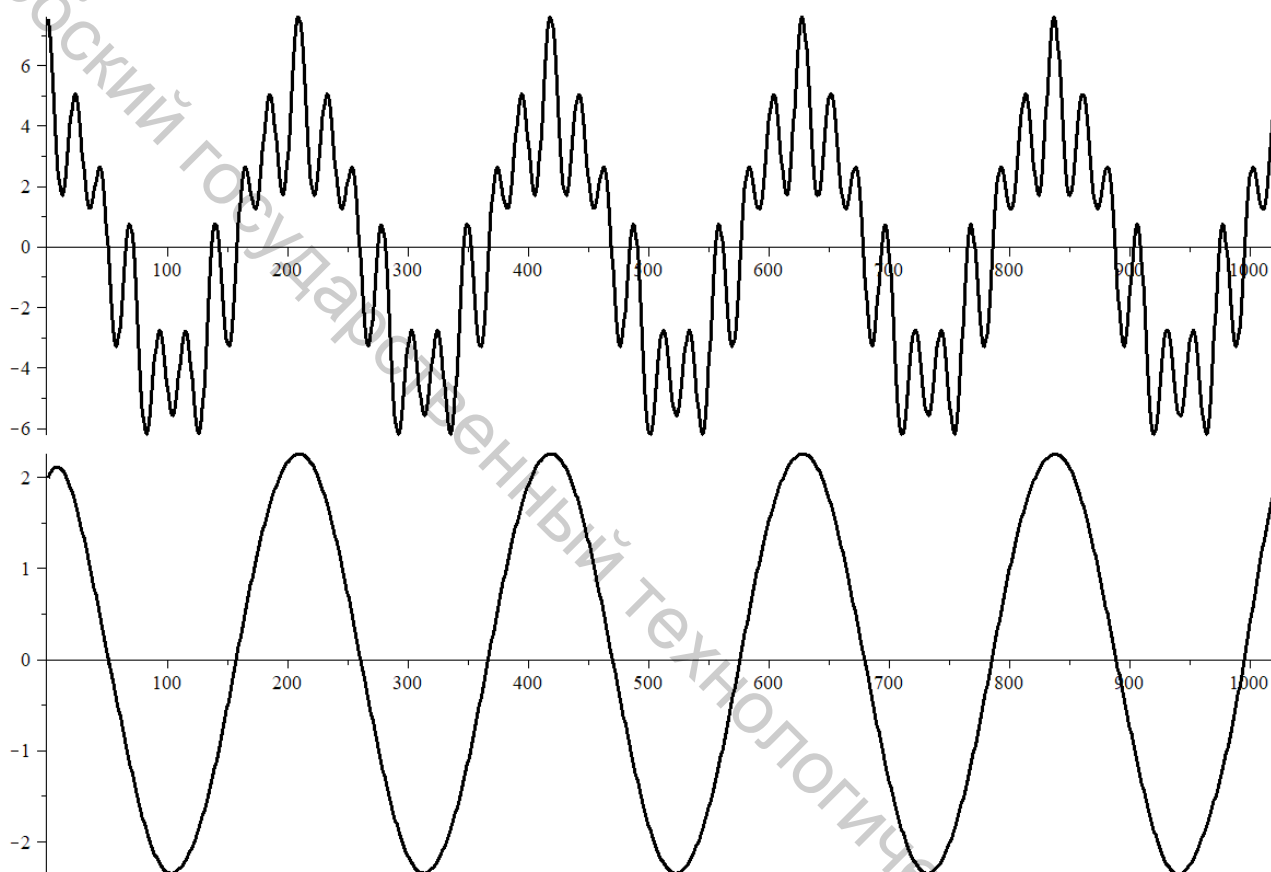


Рисунок 2.6 – График исходного сигнала и первой гармоники

Аналогично определяем период и амплитуду второй и третьей гармоник:

```
> U:=FourierTransform(AB);
> U2:=U;
> for t to num do if t<=20 then U2[t]:=0+I*0 end if: if
t>40 then U2[t]:=0+I*0 end if: end do:
> OAB2:=InverseFourierTransform(U2, inplace=true):
> use plots in display(<<<listplot(AB[1..200],
thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14])>, <listplot(map(Re,
OAB2[1..200]), thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14])>>>);
end use;
```

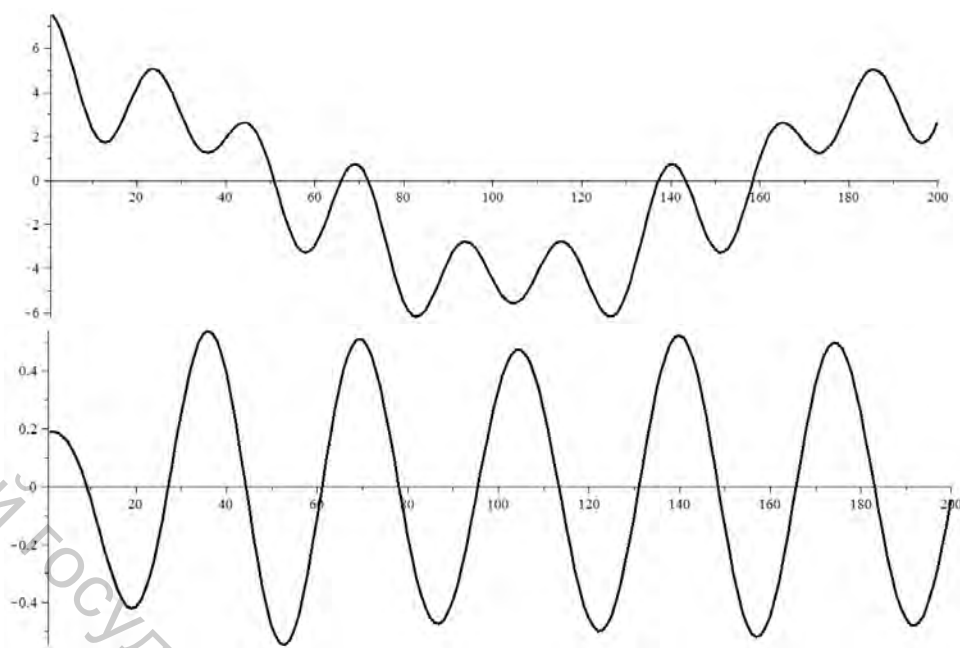


Рисунок 2.7 – Графики исходного сигнала и второй гармоники

```
> U:=FourierTransform(AB) ;
> U3:=U;
> for t to num do if t<=40 then U3[t]:=0+I*0 end if: if
t>50 then U3[t]:=0+I*0 end if: end do:
> OAB3:=InverseFourierTransform(U2, inplace=true):
> use plots in display(<<<listplot(AB[1..200],
thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14])>, <listplot(map(Re,
OAB3[1..200]), thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14])>>>);
end use;
```

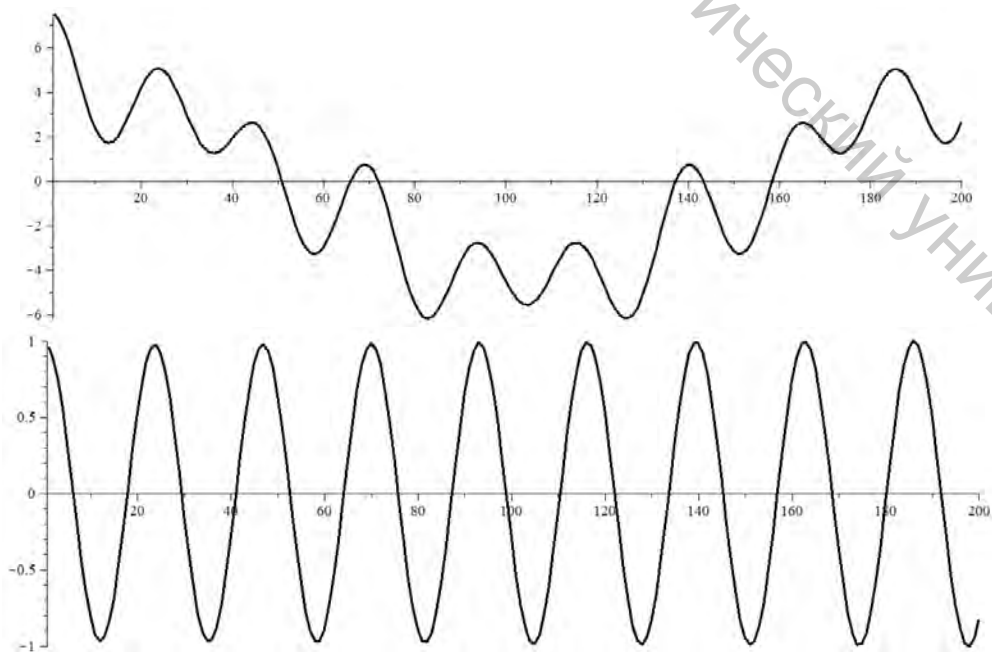


Рисунок 2.8 – Графики исходного сигнала и третьей гармоники

Создаем массив сигнала с шумом:

```
> ABN:=Array(1..num, proc(n) s:=0; t:= n;  
s:=noisy_data[t] end proc, 'datatype'='float'[8]):
```

Фурье-преобразование сигнала с шумом:

```
> UN:= FourierTransform(ABN):
```

График сигнала с шумом и его Фурье-образ:

```
> use plots in display(<<<listplot(ABN, thickness=3,  
axesfont=["ROMAN", 14])>, <listplot(map(Re,UN[1..100]),  
thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14])>,  
<listplot(map(Im,UN[1..100]), thickness=3,  
axesfont=["ROMAN", 14])>>>); end use;
```

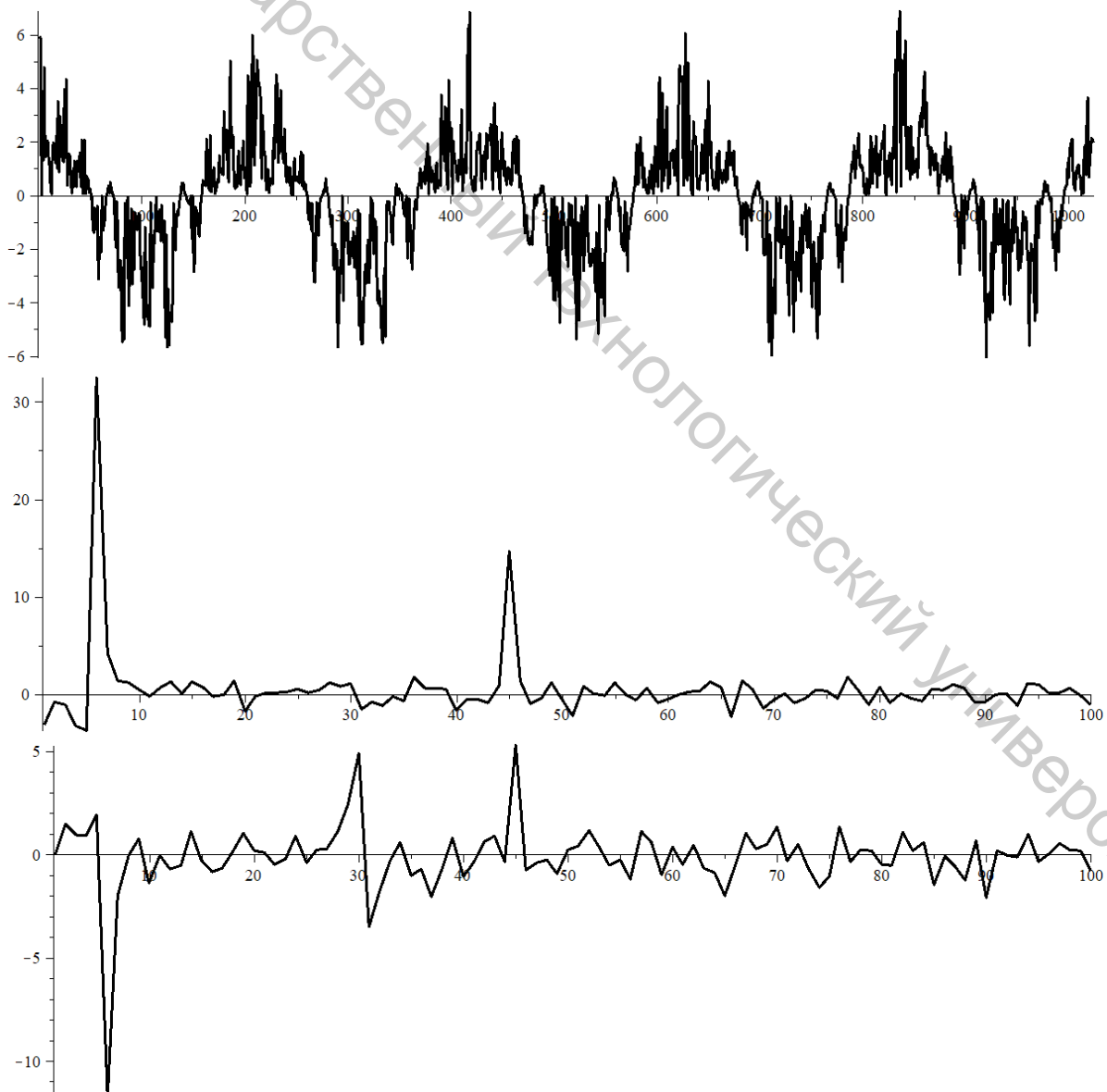


Рисунок 2.9 – Графики сигнала с шумом и его Фурье-образа

Убираем шум, амплитуда которого ниже, чем $Ampl$:

```
> Ampl:=10:  
> UN:=FourierTransform(ABN):  
> for t by 1 from 1 to num do if abs(UN[t])< Ampl then  
UN[t]:=0+I*0 end if: end do:
```

Выполняем обратное Фурье-преобразование исправленного сигнала:

```
> OABN:=InverseFourierTransform(UN, inplace=true):
```

График исходного сигнала, сигнала с шумом и сигнала «очищенного» от шума:

```
> use plots in display(<<<listplot(AB, thickness=3,  
axesfont=["ROMAN", 14])>, <listplot(ABN, thickness=3,  
axesfont=["ROMAN", 14])>, <listplot(map(Re,OABN),  
thickness=3, axesfont=["ROMAN", 14])>>>); end use;
```

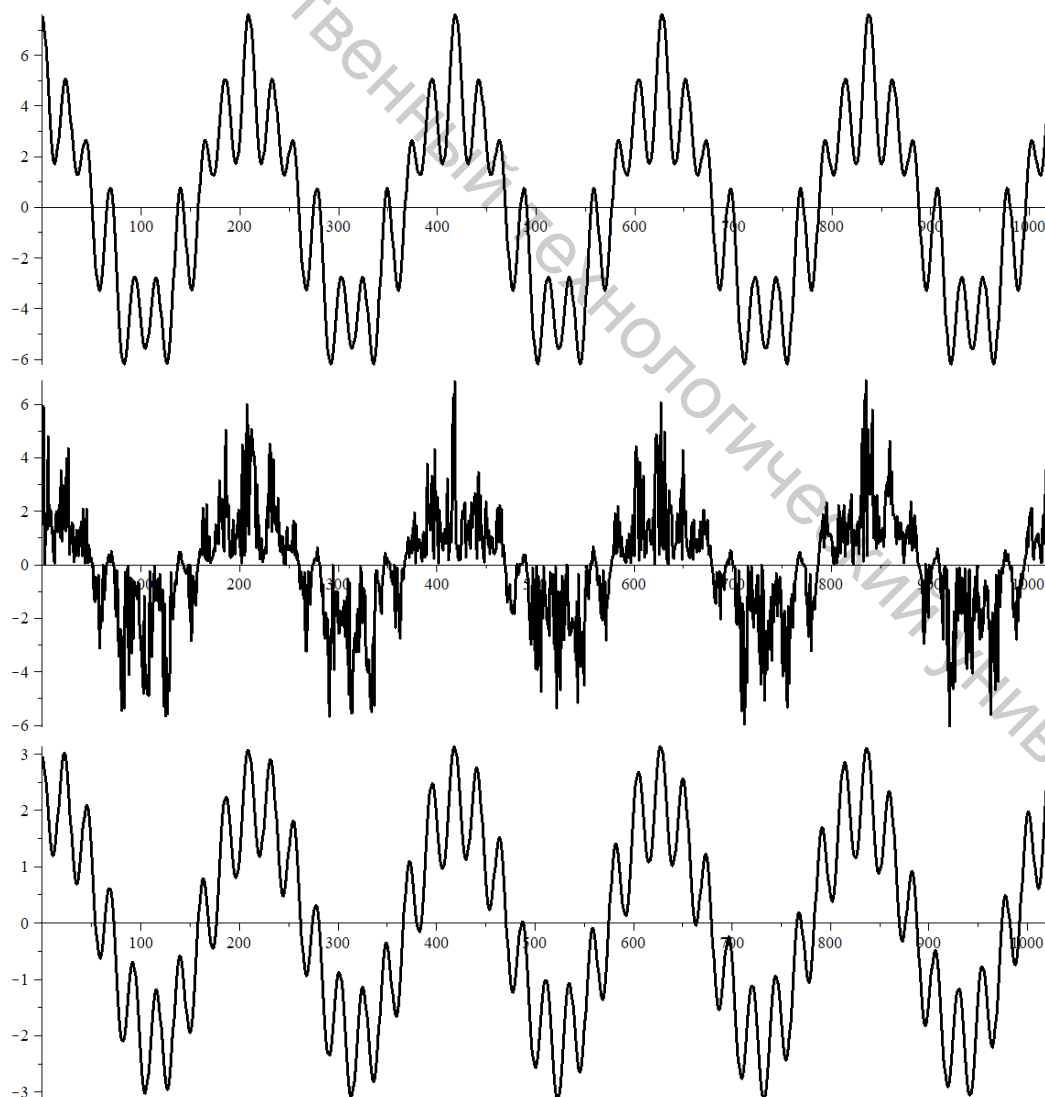


Рисунок 2.10 – График исходного сигнала, сигнала с шумом и сигнала, «очищенного» от шума

Повышая $Ampl$, добиваемся, чтобы «очищенный» от шума сигнал совпадал с исходным.

Задания для выполнения лабораторной работы

1. Выделить сигнал на фоне шумов.
2. Определить круговую частоту и амплитуду первых трех гармоник.
3. Сделать вывод и оформить отчет.

Таблица 2.1 – Данные по вариантам

Вариант	$A1$	$A2$	$A3$	$\nu1$	$\nu2$	$\nu3$
1	3,0	1,0	2,	1,0	3,0	6,0
2	4,0	1,33	2,67	1,5	4,5	9,0
3	5,0	1,67	3,33	2,0	6,0	12,0
4	6,0	2,0	4,0	2,5	7,5	15,0
5	7,0	2,33	4,67	3,0	9,0	18,0
6	8,0	2,67	5,33	3,5	10,5	21,0
7	9,0	3,0	6,0	4,0	12,0	24,0
8	10,0	3,33	6,67	4,5	13,5	27,0
9	11,0	3,67	7,33	9,0	4,5	1,0
10	12,0	4,0	8,0	12,0	6,0	1,5
11	13,0	4,33	8,67	15,0	7,5	2,0
12	14,0	4,67	9,33	18,0	9,0	2,5
13	15,0	5,0	10,0	21,0	10,5	3,0
14	16,0	5,33	10,67	24,0	12,0	3,5
15	17,0	5,67	11,33	27,0	13,5	4,0

Контрольные вопросы

1. Для чего осуществляют фильтрацию зашумленных сигналов?
2. Какие методы фильтрации зашумленных сигналов существуют?
3. Чем характерен гармонический сигнал?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦЕПИ НА ТУННЕЛЬНОМ ДИОДЕ

Цель работы: выполнить моделирование электрической цепи, которая состоит из последовательно включенных источников напряжения, резистора, индуктивности и туннельного диода, имеющего N-образную вольтамперную характеристику (ВАХ).

Краткие теоретические сведения

Туннельный диод относится к группе полупроводниковых приборов, вольтамперные характеристики которых имеют участок с отрицательным

дифференциальным сопротивлением. Туннельный диод применяется как многофункциональный прибор (усиление, генерация, переключение и др.) для работы преимущественно в области СВЧ. Он может работать и на более низких частотах, однако его эффективность в том случае значительно ниже, чем, например, транзистора. В основе работы туннельного диода лежит туннельный эффект, сущность которого заключается в том, что электрон, обладающий энергией, меньшей, чем высота потенциального барьера, может проникнуть с некоторой вероятностью сквозь этот тонкий потенциальный барьер.

На рисунке 3.1 приведены *реальные* ВАХ туннельного диода.

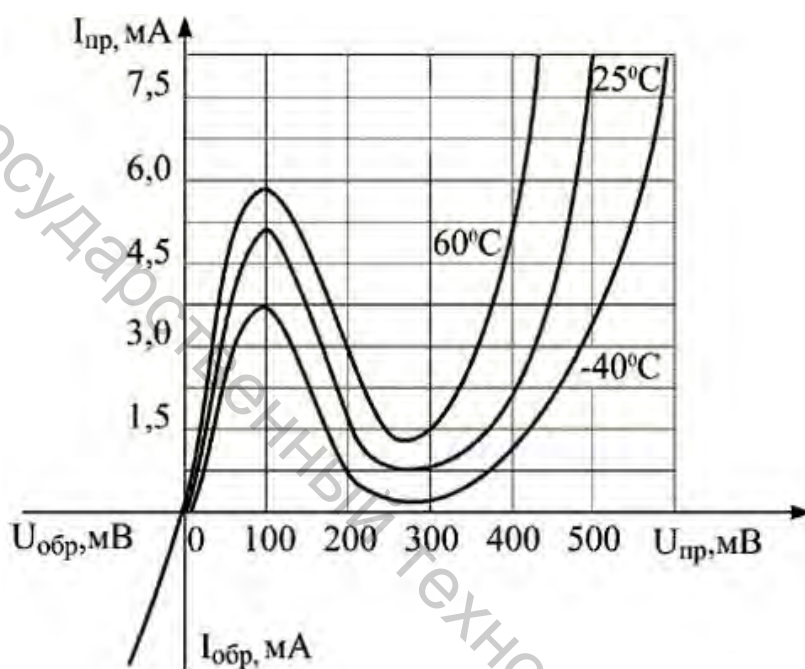


Рисунок 3.1 – Реальные ВАХ туннельного диода

На рисунке 3.2 представлена *теоретическая* ВАХ туннельного диода.

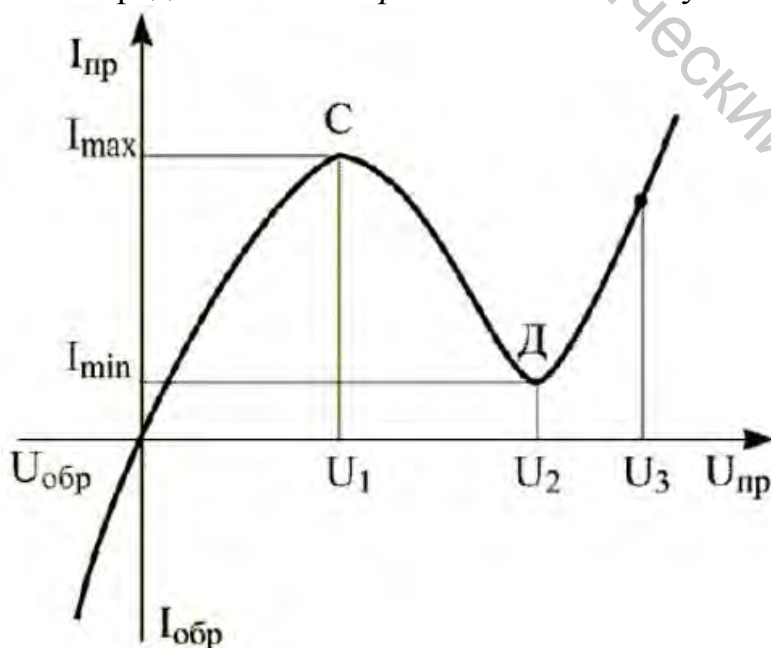


Рисунок 3.2 – Теоретические ВАХ туннельного диода

Особенность этих характеристик в следующем: в области обратных напряжений ток диода обладает весьма малым дифференциальным сопротивлением. В области прямых напряжения с увеличением напряжений прямой ток сначала растёт до пикового значения I_{max} при напряжении несколько десятков милливольт, а затем начинает уменьшаться (участок СД, в пределах которого туннельный диод обладает отрицательным дифференциальным сопротивлением R). Затем ток спадает до минимального значения I_{min} при напряжении U_2 порядка несколько сотен милливольт; в дальнейшем прямой ток вновь начинает увеличиваться с ростом напряжения.

Туннельный диод характеризуется следующими основными параметрами:

- отношением токов в максимуме и минимуме ВАХ $\left(\frac{I_{max}}{I_{min}} \right)$;
- отрицательной дифференциальной проводимостью (крутизной) на участке СД в точке максимума производной $S = \frac{dI}{dU}$;
- отрицательным дифференциальным сопротивлением на участке СД в точке максимума производной $R = \frac{dU}{dI}$;
- напряжением переключения $\Delta U_H = U_3 - U_1$, которое определяет возможный скачок напряжения на нагрузке при работе туннельного диода в схеме переключения;
- барьерной ёмкостью $C(U_2)$ диода, которая обычно измеряется при минимуме тока. Ёмкость в максимуме тока равна $C(U_1) \approx 0,8C(U_2)$.

Отличительными способностями туннельного диода являются также малое потребление мощности, устойчивость к радиационному излучению, малые габариты и масса. Влияние температуры на характеристику сравнительно невелико.

Порядок выполнения лабораторной работы

Выполним моделирование цепи, которая состоит из последовательно включенных источников напряжения E_s , резистора R_s , индуктивности L и туннельного диода, имеющего N-образную ВАХ. Туннельный диод обладает емкостью C , что имитируется конденсатором C , подключенным параллельно туннельному диоду.

Пусть ВАХ реального туннельного диода задана выражением:

```
> restart;
> with(DEtools):
> with(plots):
> A:=3: a:=10: B:=1*10^(-8): b:=20:
> Id:=Ud->A*Ud*exp(-a*Ud)+B*(exp(b*Ud-1));
```

$$Ud \rightarrow A Ud e^{-a Ud} + B e^{b Ud - 1}$$

Построим график ВАХ:

```
> plot(Id(Ud), Ud=-0.02..0.88, color=black, thickness=4,
labels=['Ud', 'Id'], labelfont=["ROMAN", 18],
axesfont=["ROMAN", 14]);
```

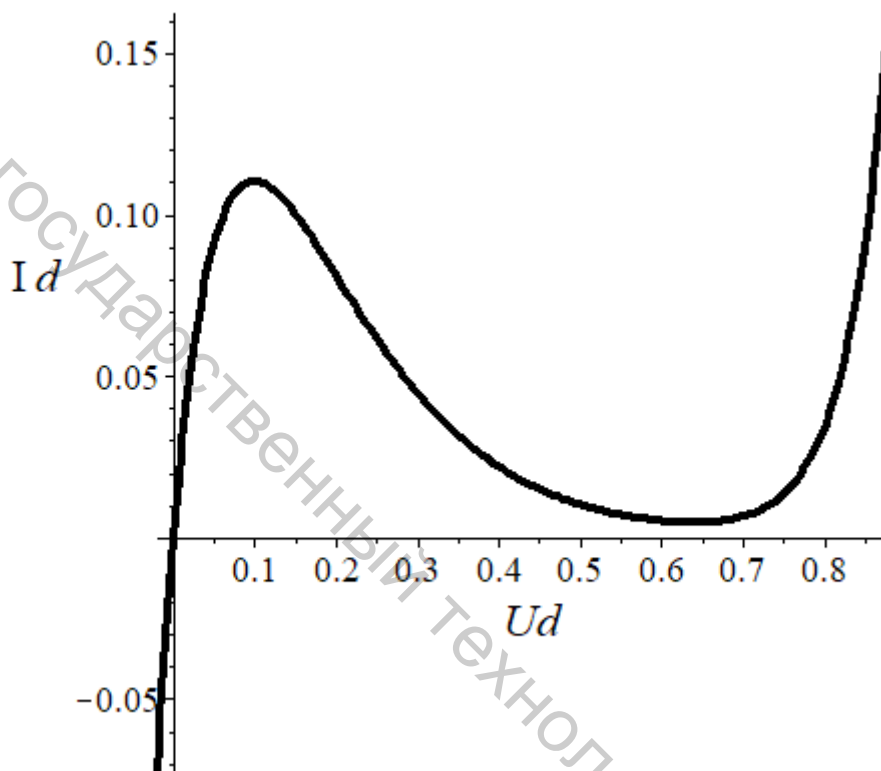


Рисунок 3.3 – График ВАХ туннельного диода

Нетрудно заметить, что ВАХ туннельного диода не только резко нелинейна, но и содержит протяженный участок отрицательной дифференциальной проводимости, на котором ток падает с ростом напряжения на диоде. Это является признаком того, что такая цепь способна на переменном токе отдавать энергию во внешнюю цепь и приводить к возникновению колебаний в ней различного типа.

Работа цепи описывается системой из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{Es - i(t) \cdot Rs - u(t)}{L}; \\ \frac{du}{dt} = \frac{i(t) - Id(u(t))}{C}. \end{cases}$$

Пусть задано $Es = 0,35 \text{ В}$, $Rs = 15 \text{ Ом}$, $C = 10 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$, $L = 30 \cdot 10^{-9} \text{ Гн}$ и

максимальное время моделирования $t_m = 10 \cdot 10^{-9}$ с. Итак, задаем исходные данные:

```
> Es:=0.35:
> Rs:=15:
> C:=10*10^(-12):
> L:=30*10^(-9):
> tm:=10*10^(-9):
```

Составим систему дифференциальных уравнений цепи и выполним ее решение с помощью функции `dsolve`:

```
> se:=diff(i(t),t)=(Es-i(t)*Rs-u(t))/L,
diff(u(t),t)=(i(t)-Id(u(t)))/C:
> F:=dsolve({se, i(0)=0, u(0)=0}, {i(t),u(t)},
type=numeric, method=classical, stepsize=0.8*10^(-11),
output=listprocedure):
```

Поскольку заведомо известно, что схема имеет малые значения L и C , мы задали с помощью параметров достаточно малый шаг решения для функции `dsolve` – $\text{stepsize} = 0.8 \cdot 10^{-11}$ (с). При больших шагах возможна численная неустойчивость решения, искажающая форму колебаний, получаемую при моделировании. Используя функции `odeplot` и `display` пакета `plots`, построим графики решения в виде временных зависимостей $10 \cdot u(t)$ и $10 \cdot i(t)$ и линии, соответствующей напряжению E_s источника питания:

```
> gu:=odeplot(F, [t, 10*u(t)], 0..tm, color=black,
thickness=4, labels=[t, 10u(t)], labelfont=["ROMAN", 18],
axesfont=["ROMAN", 14]):
> display(gu);
```

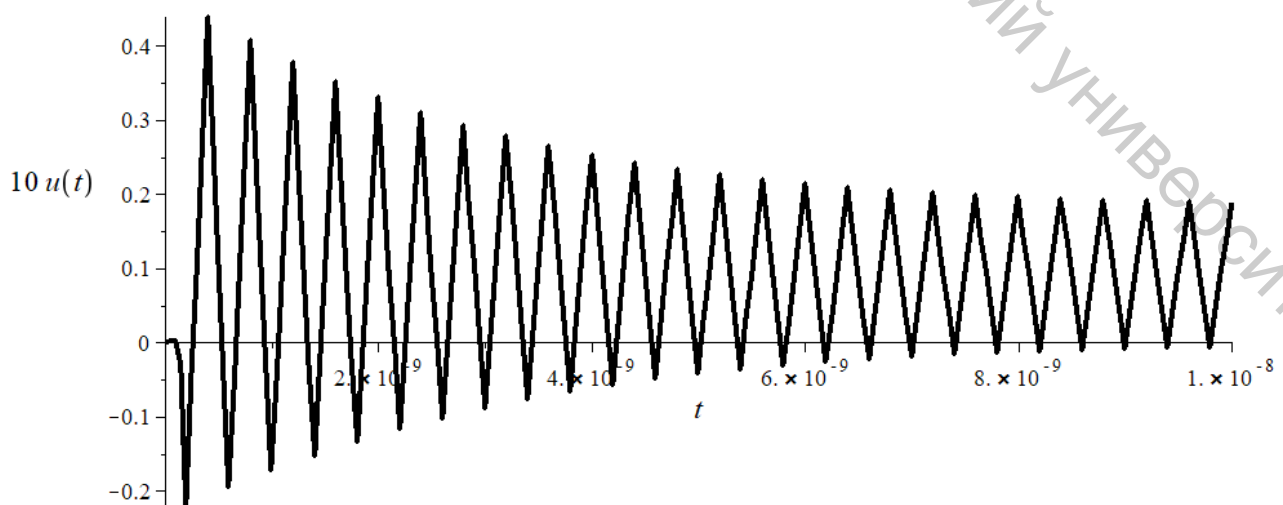


Рисунок 3.4 – График решения в виде временной зависимости $10 \cdot u(t)$

```

> i:=odeplot(F, [t, 10*i(t)], 0..tm, color=black,
thickness=4, labels=[t, 10*i(t)], labelfont=["ROMAN",
18], axesfont=["ROMAN", 14]):
> display(gi);

```

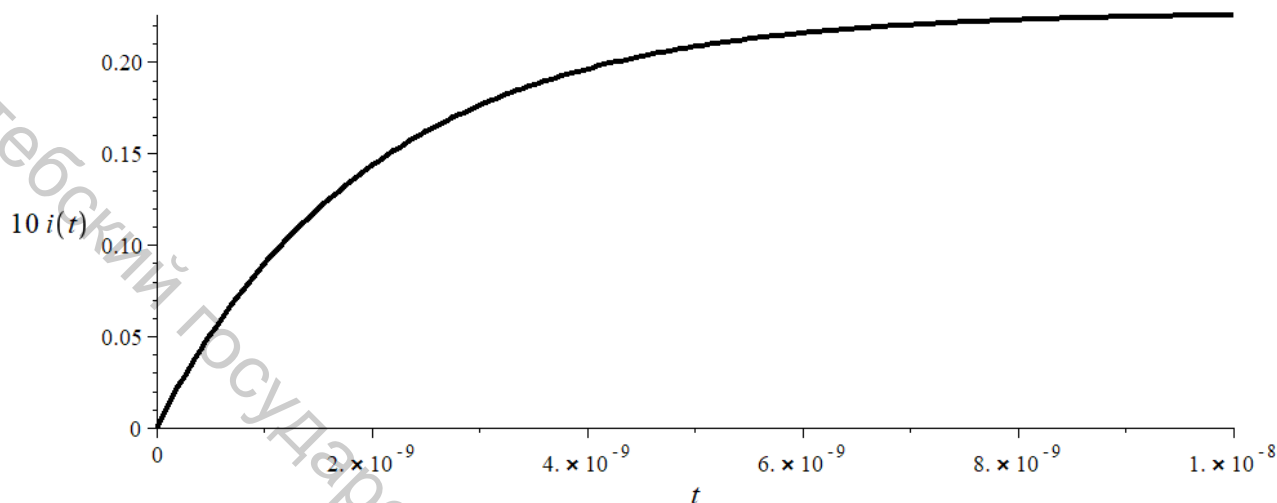


Рисунок 3.5 – График решения в виде временной зависимости $10 \cdot i(t)$

```

> ge:=odeplot(F, [t, Es], 0..tm, color=gray,
thickness=4):
> display(gu, gi, ge);

```

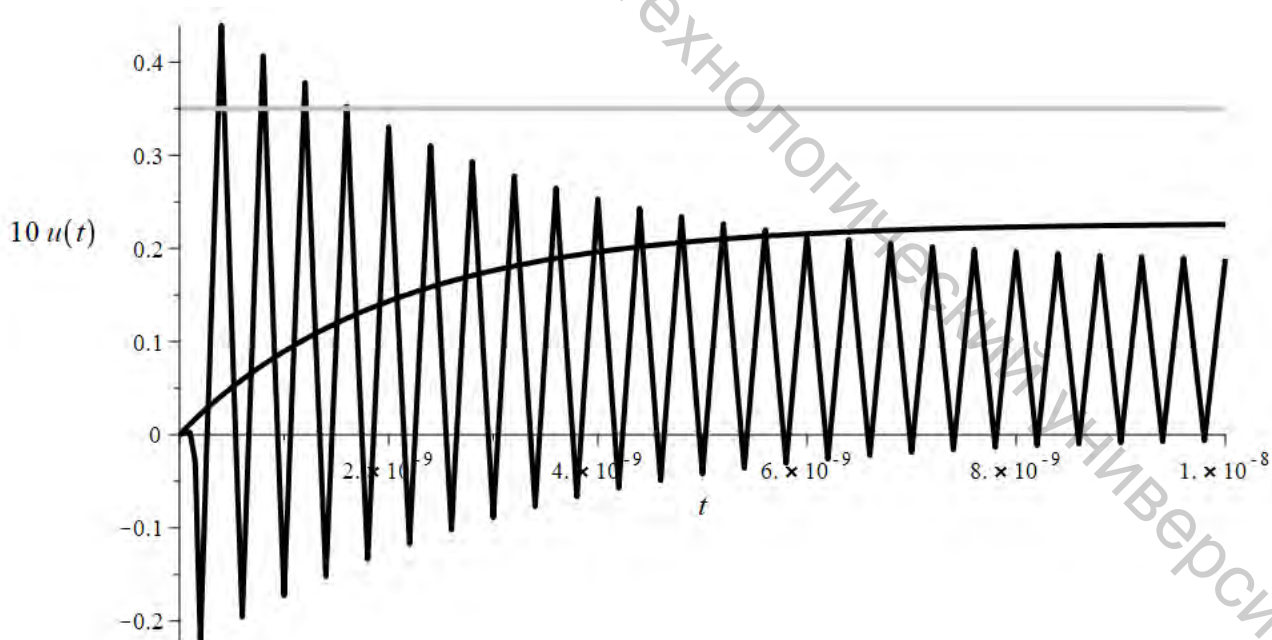


Рисунок 3.6 – График решения в виде временных зависимостей $10 \cdot u(t)$, $10 \cdot i(t)$ и линии, соответствующей напряжению Es источника питания

Из графиков хорошо видно, что цепь создает автоколебания релаксационного типа. Их форма сильно отличается от синусоидальной.

Задания для выполнения лабораторной работы

1. Изменяя параметры цепи E_s , R_s , найдите оптимальные условия для режима автоколебаний:

- а) с максимальной постоянной амплитудой;
- б) с возрастающей амплитудой;
- в) с уменьшающейся амплитудой.

2. Исследовать режим автоколебаний на обычном диоде $I_d = I_0 \left(\frac{U_d}{0,05} - 1 \right)$,

где I_0 – малый обратный ток диода, U_d – напряжение на диоде.

3. Сделать вывод и оформить отчет.

Контрольные вопросы

- 1. Что называется туннельным диодом?
- 2. Что лежит в основе работы туннельного диода?
- 3. Отличительные особенности туннельного диода.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ УСИЛИТЕЛЯ НА ПОЛЕВОМ ТРАНЗИСТОРЕ

Цель работы: произвести расчет характеристик усилителя на полевом транзисторе операторным методом.

Краткие теоретические сведения

Усилителем называется такое устройство, в котором сравнительно маломощный входной сигнал управляет передачей гораздо большей мощности от источника питания в полезную нагрузку.

Основной задачей любого усилителя является повышение уровня мощности сигнала. Если мощность сигнала на нагрузке не превышает мощности сигнала на входе, то прибор не может считаться усилителем. Например, повышающий трансформатор нельзя считать усилителем, поскольку в нем мощность во вторичной обмотке такая же (даже несколько меньше за счет потерь), как и в первичной обмотке. Повышение напряжения сопровождается соответствующим уменьшением тока. Не только трансформатор, но и любое другое пассивное устройство (не содержащее источников питания) не способно увеличивать мощность. Усилитель же всегда работает совместно с тем или иным источником питания (батарея, выпрямитель). Именно энергия источника питания и обеспечивает повышение мощности на выходе усилителя.

В простейшем случае электронный усилитель можно представить в виде цепи, состоящей из источника питания E и последовательно включенных сопротивлений нагрузки R_n и переменного внутреннего сопротивления полевого транзистора (ПТ) R_i (рис. 4.1).

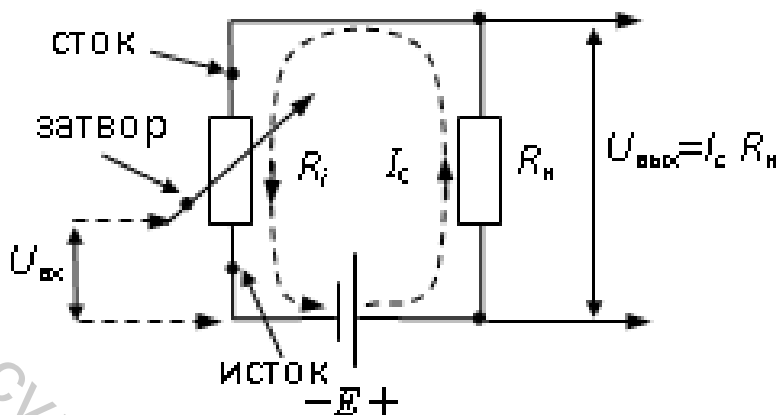


Рисунок 4.1 – Простейшая эквивалентная схема усилителя

По цепи $+E, R_n, R_i, -E$ протекает ток $I_c = \frac{E}{R_i + R_n}$. Выходное напряжение усилителя $U_{вых} = I_c R_n$. Внутреннее сопротивление ПТ R_i является переменным и зависит от входного напряжения усилителя. Увеличение напряжения $U_{вх} = U_3$ ПТ с каналом n -типа приведет к уменьшению R_i и увеличению I_c . Это, в свою очередь, приведет к увеличению выходного сигнала $U_{вых} = I_c R_n$. И наоборот, уменьшение $U_{вх}$ вызовет увеличение R_i , уменьшение I_c и $U_{вых}$. Если входное напряжение является переменным (например, гармоническим), то и выходное напряжение будет изменяться по закону входного сигнала (если усилитель линейный).

Почему амплитуда $U_{вых}$ будет больше, чем амплитуда $U_{вх}$, и почему $P_{вых} > P_{вх}$? Дело в том, что величина напряжения источника питания E значительно больше $U_{вх}$ и ток стока I_c (и его изменение) значительно больше входного тока I_3 . Таким образом, маломощный входной сигнал управляет передачей гораздо большей мощности от источника питания в нагрузку. Обычно $E = 10 \div 15 \text{ В}$, $I_c = 1 \div 10 \text{ мА}$, $U_{вх}$ – десятки-сотни милливольт.

Основные характеристики усилителей

Амплитудная характеристика усилителя (АХ) – зависимость амплитуды (или действующего значения) выходного напряжения от амплитуды (или действующего значения) входного напряжения постоянной частоты. На рисунке 4.2 штриховой линией показана АХ идеального усилителя, а сплошной – реального усилителя.

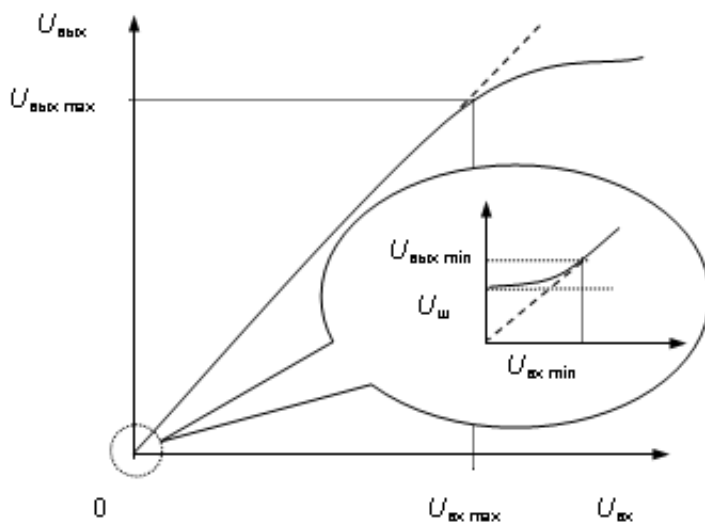


Рисунок 4.2 – Амплитудная характеристика усилителя

АХ реального и идеального усилителей совпадают только для амплитуд входного сигнала от $U_{вх\ min}$ до $U_{вх\ max}$. На этом участке АХ – прямая линия, угол наклона которой к оси абсцисс определяет коэффициент усиления по напряжению. При $U_{вх} < U_{вх\ min}$ АХ реального усилителя не проходит через начало координат; даже при $U_{вх} = 0$ на выходе усилителя имеется некоторое выходное напряжение $U_{ш}$, обусловленное действием флуктуационных шумов в усилителе и другими помехами. Для нормальной работы усилителя $U_{вх\ min}$ должно быть больше $U_{ш}$. При $U_{вх} > U_{вх\ max}$ АХ реального усилителя тоже изгибается, что приводит к нелинейным искажениям усиливаемого сигнала. Верхний изгиб АХ связан с нелинейностью вольтамперной характеристики усилительного элемента и перегрузкой его при больших амплитудах входного сигнала. Таким образом, реальный усилитель может усиливать сигнал без существенных искажений только при выполнении условия: $U_{вх\ min} \leq U_{вх} \leq U_{вх\ max}$. Динамический диапазон усилителя D есть отношение амплитуд максимального и минимального сигналов $D = U_{вх\ max} / U_{вх\ min}$. Его удобно выражать в децибелах $D(дБ) = 20 \lg(U_{вх\ max} / U_{вх\ min})$.

Коэффициенты усиления. Коэффициентом усиления по мощности называется отношение $K_P = P_{вых} / P_{вх}$. Аналогично, коэффициентом усиления по напряжению называется отношение $K_U = U_{вых} / U_{вх}$, а коэффициентом усиления по току – $K_I = I_{вых} / I_{вх}$. В общем случае эти коэффициенты являются комплексными величинами.

В ряде случаев коэффициенты усиления выражают в логарифмических единицах – децибелах (дБ): $K_P = 10 \lg(P_{вых} / P_{вх})$, $K_U = 20 \lg(U_{вых} / U_{вх})$, $K_I = 20 \lg(I_{вых} / I_{вх})$.

Коэффициент усиления электронного усилителя для гармонических сигналов малой амплитуды является комплексной величиной: $K = |K| e^{i\varphi}$. Как модуль $|K|$, так и фаза φ комплексного коэффициента усиления зависят от частоты f . Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) показывает зависимость модуля коэффициента усиления по напряжению $|K_U|$ от частоты f

входного гармонического колебания.

Усиление на различных частотах получается неодинаковым, оно уменьшается на верхних и нижних частотах. Граничной частотой f_{cp} называют ту частоту, на которой усиление уменьшается на заданную величину от максимального усиления. Чаще всего условливаются, хотя это не является обязательным, что граничная частота соответствует уменьшению усиления по мощности в два раза. Если в качестве нагрузки включено активное сопротивление R_n , то обычно измеряют напряжение на выходе усилителя $U_{вых}$, а выходную мощность рассчитывают по формуле $P_{вых} = \frac{U_{вых}^2}{R_n}$. Легко увидеть, что

на f_{cp} усиление по напряжению уменьшается до 0,707 (на 3дБ) от усиления на средних частотах. Указывая граничную частоту, надо всегда указывать уровень, на котором она определена. Граничная частота $|K_U|$ может быть верхней f_v или нижней f_n . Диапазон $(f_n \div f_v)$ называется полосой пропускания усилителя.

По полосе пропускания усилители разделяются на *избирательные* и *широкополосные*. Для избирательных усилителей f_n близка к f_v (рис. 4.3 а). Для широкополосных – $f_n \ll f_v$ (рис. 4.3 б). В широкополосных усилителях обычно различают области верхних и нижних частот, где существенно уменьшается усиление, и область средних частот, в которой усиление сравнительно постоянно. Существует особый класс усилителей, для которых $f_n = 0$. Это усилители постоянного тока.

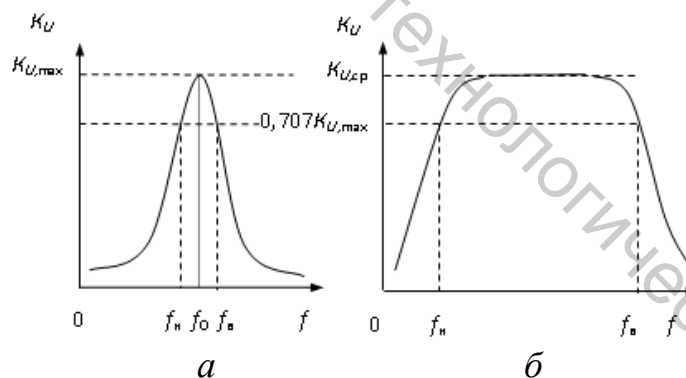


Рисунок 4.3 – Амплитудно-частотная характеристика усилителей:
а – узкополосного; б – широкополосного

Нелинейные искажения обусловлены наличием в усилителе элементов с нелинейными характеристиками (транзисторов, ламп и т. д.). При входном сигнале синусоидальной формы наличие нелинейных искажений проявляется в том, что выходной сигнал получается не чисто синусоидальным, а содержит ряд гармоник. Если не учитывать постоянную составляющую, то выходной сигнал может быть представлен в виде разложения в ряд Фурье:

$$U_{вых} = U_1 \sin(\omega t) + U_2 \sin(2\omega t) + U_3 \sin(3\omega t) + \dots + U_n \sin(n\omega t),$$

где индекс 1,2,3,...n – означает номер гармоники.

Величина нелинейных искажений оценивается клирфактором, или коэффициентом нелинейных искажений, который равен

$$K_{ни} = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_n^2}{U_1^2}}. \text{ Коэффициент } K_{ни} \text{ обычно выражают в процентах.}$$

При усилении звуковых колебаний допустим клирфактор порядка нескольких процентов, в специальных измерительных усилителях – десятые и даже сотые доли процента.

Усилитель с общим истоком. В усилителях входной и выходной сигналы обычно имеют один общий провод, соединенный с землей. В зависимости от того, какой электрод полевого транзистора подключен к этому проводу, различают три схемы включения: с общим истоком, общим стоком и общим затвором. Трем возможным схемам включения транзисторов соответствуют три основных типа усилительных каскадов: с общим истоком, общим стоком и общим затвором.

На рисунке 4.4 приведена схема с общим истоком (ОИ). Это наиболее часто используемая схема включения полевого транзистора, которая характеризуется высоким входным сопротивлением, высоким выходным сопротивлением, схема усиливает ток и напряжение, как следствие, обладает большим коэффициентом усиления по мощности. Фаза выходного сигнала сдвинута относительно фазы входного сигнала на 180° . К недостаткам схемы можно отнести относительно низкую, по сравнению с другими схемами включения, верхнюю границу полосы пропускания.

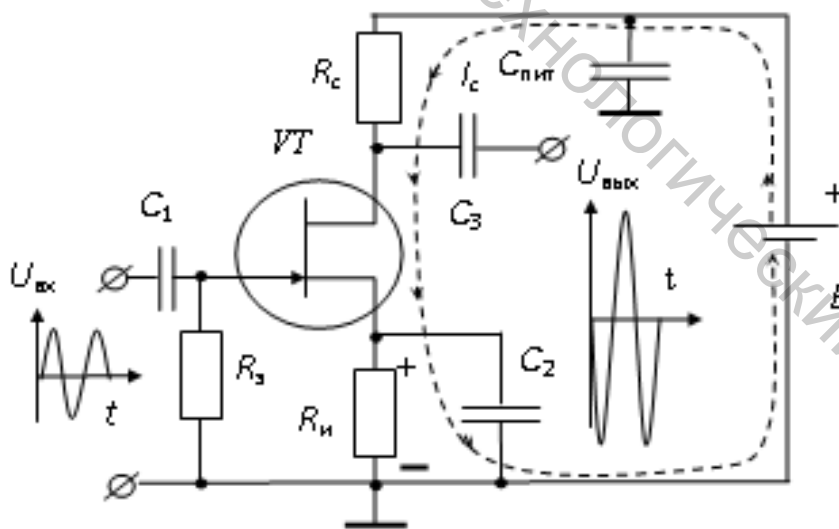


Рисунок 4.4 – Схема усилительного каскада с общим истоком

Графоаналитический метод анализа работы усилителя. Для нормальной работы любого усилительного каскада необходимо, при отсутствии входного сигнала, установить напряжение на затворе, ток, протекающий по каналу, и напряжение, падающее на транзисторе. При использовании графоаналитического метода для выбора рабочей точки (задания постоянного напряжения на затворе транзистора $U_{зи0}$ и величины тока стока I^*) можно воспользоваться проходной характеристикой полевого транзистора при

выбранном напряжении питания, как показано на рисунке 4.5. На графике семейства выходных характеристик полевого транзистора необходимо построить нагрузочную прямую $U_{си} = E - I_c R_c$. Ввиду малости сопротивления R_u (рис. 4.4) падением напряжения на нем можно пренебречь. Нагрузочная прямая строится по двум точкам. Одна из них $U_{си} = E$ (транзистор полностью закрыт, $I_c = 0$) лежит на оси абсцисс, другая $I_c = E / R_c$ (транзистор полностью открыт, $U_{си} = 0$) расположена на оси ординат. Все возможные значения токов I_c и напряжений $U_{си}$ на полевом транзисторе лежат в точках пересечения его выходных характеристик с линией нагрузки. Точка пересечения выходной характеристики транзистора при $U_{зи0}$ с нагрузочной прямой определяет напряжение $U_{си0}$.

Под воздействием входного напряжения $U_{вх}$ происходит изменение тока стока I_c , т. е. в цепи стока появляется его переменная составляющая. При активной нагрузке переменная составляющая тока стока находится в фазе с переменным напряжением на затворе транзистора и равна $I_c = S U_{вх}$. Здесь S – крутизна проходной (стоко-затворной) характеристики полевого транзистора. По рисунку 4.5 видно, что при повышении напряжения на затворе ток стока возрастает и увеличивается падение напряжения на сопротивлении R_c . Так как $U_{си} = E - I_c R_c$, а напряжение E есть величина постоянная, то напряжение $U_{си}$ при этом падает. Таким образом, сдвиг фаз между входным и выходным напряжением равен 180° .

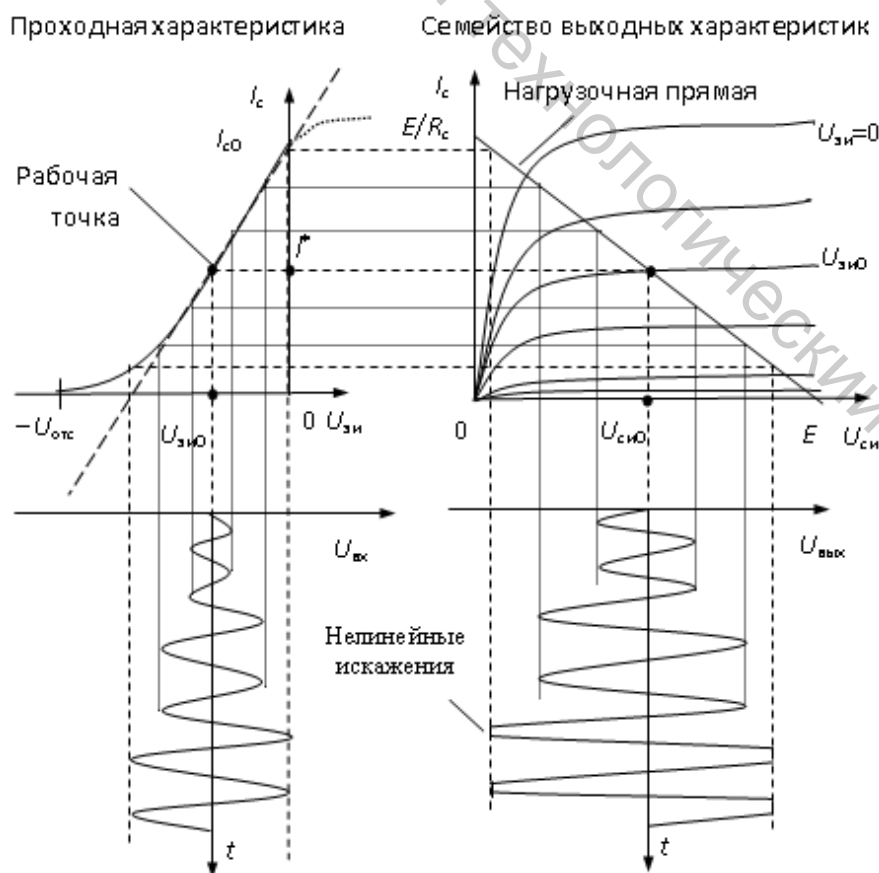


Рисунок 4.5 – Графоаналитический метод

Для того чтобы усилитель работал без тока затвора, вносящего нелинейные искажения, и уменьшить постоянную составляющую тока стока, на затвор транзистора (относительно истока) подается отрицательное напряжение смещения так, чтобы рабочая точка находилась приблизительно на середине прямолинейного участка стоко-затворной (проходной) характеристики, как это показано на рисунке 4.5. Источником напряжения смещения может служить батарея или маломощный выпрямитель. На рисунке 4.6 показано включение такого источника в цепь затвора. Более распространенным является автоматическое смещение, в качестве которого используется небольшая часть напряжения источника питания E . Получение автоматического напряжения смещения показано на рисунке 4.7. В цепь истока между истоком и минусом источника E включается сопротивление R_u , называемое сопротивлением смещения. Постоянная составляющая тока истока I_u создает на сопротивлении R_u падение напряжения $U_u = I_u R_u$ с полярностью, показанной на рисунке. Потенциал земли (1) относительно истока равен $-I_u R_u$, а потенциал затвора U_z относительно земли равен нулю, так как полевой транзистор работает без тока затвора. Поэтому потенциал затвора относительно истока равен $U_{zi} = -I_u R_u$. Например, если $R_u = 500 \text{ Ом}$ и $I_u = 5 \text{ мА}$, то напряжение смещения $U_{zi} = -0,05 \cdot 500 = -2,5 \text{ В}$.

По рисунку 4.5 видно, что сначала при увеличении амплитуды входного напряжения, амплитуды тока истока и напряжения выходного сигнала линейно увеличиваются, т. е. $\Delta U_{вых}$ пропорционально $\Delta U_{вх}$. Это соответствует линейному участку амплитудной характеристики (рис. 4.2). При дальнейшем увеличении амплитуды входного сигнала форма импульсов тока стока вначале искажается и в дальнейшем ограничивается, что связано с нижним и верхним загибом проходной характеристики полевого транзистора. На амплитудной характеристике (рис. 4.2) появляется отклонение от линейности и загиб. Таким образом, при больших входных гармонических сигналах на входе выходной сигнал становится не гармоническим, т. е. появляются нелинейные искажения.

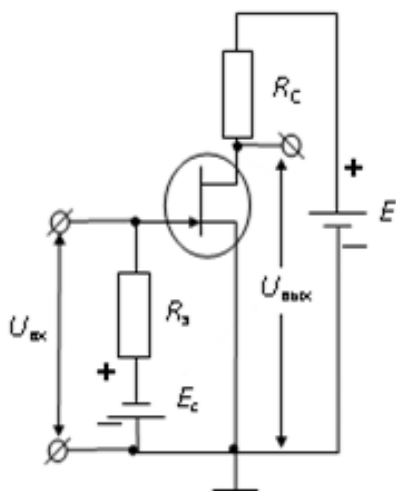


Рисунок 4.6 – Схема подачи напряжения смещения затвора

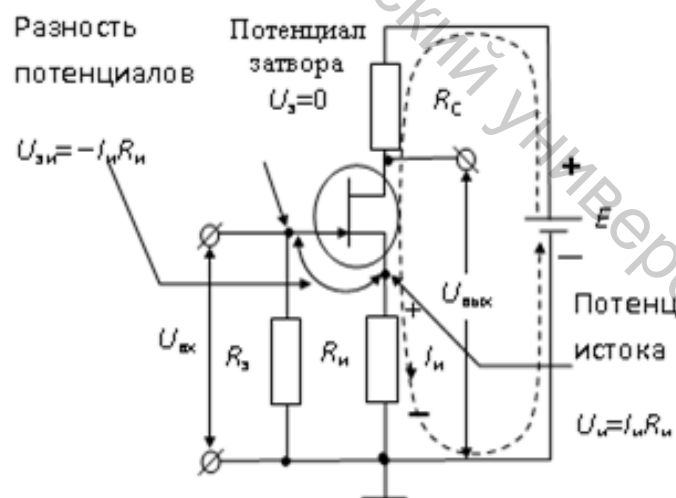


Рисунок 4.7 – Схема автоматического смещения затвора

На рисунке 4.8 приведена принципиальная схема двухкаскадного усилителя с общим истоком. На этой схеме пунктиром показаны паразитные емкости C_{cu} , C_m (монтажа) и C_{zu} второго каскада.

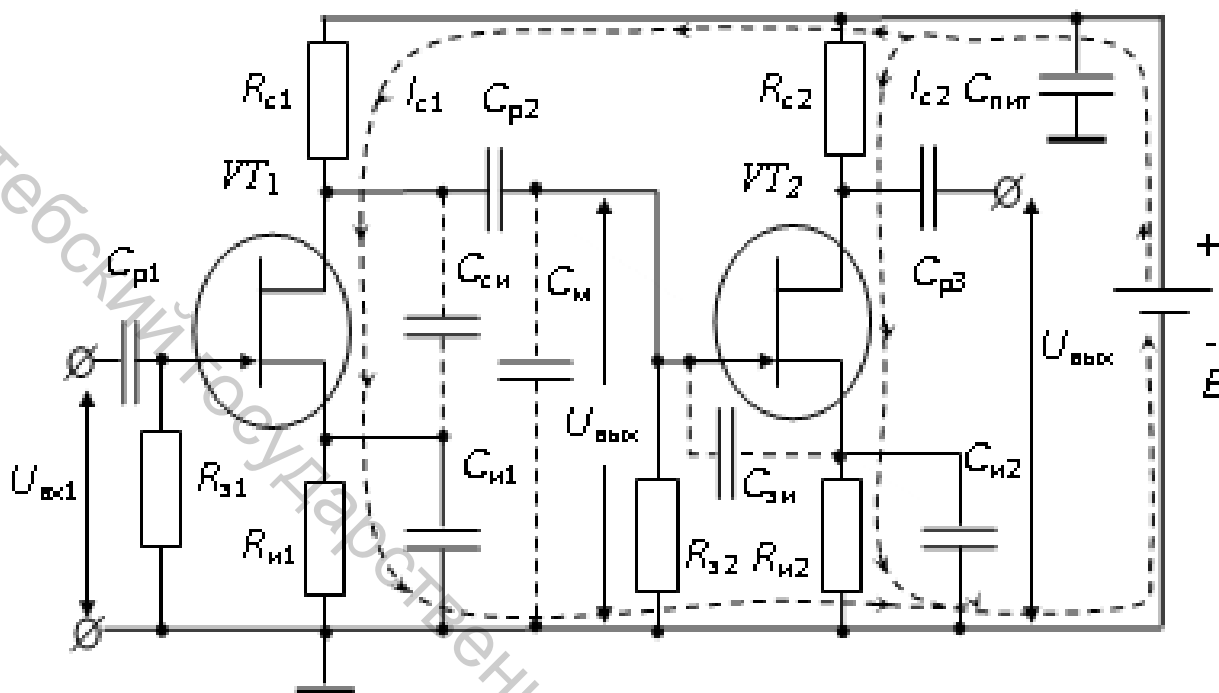


Рисунок 4.8 – Двухкаскадный усилитель с общим истоком

Для объяснения формы АЧХ удобно воспользоваться эквивалентными схемами. На рисунке 4.9 показана эквивалентная схема для всех частот для переменных токов и напряжений первого каскада усилителя, изображенного на рисунке 4.8. На этой схеме полевой транзистор заменен эквивалентным генератором с ЭДС $\mu U_{вх}$ и внутренним сопротивлением R_i . Здесь μ – статический коэффициент усиления транзистора, а R_i – его внутреннее сопротивление. Сопротивление нагрузки R_{c1} одним выводом соединено со стоком, а другим – с истоком через большую емкость $C_{пит}$, подключенную параллельно источнику питания E . Параллельно R_c включена выходная паразитная емкость полевого транзистора сток – исток C_c . Выходное напряжение с R_{c1} через разделительную емкость C_{p2} подается на сопротивление $R_{з2}$ – входное сопротивление второго каскада. Если второго каскада нет, то вместо $R_{з2}$ на эквивалентной схеме следует изобразить R_n (сопротивление нагрузки). Параллельно $R_{з2}$ включены паразитные емкости C_m и C_{zu} . Для понимания процессов, происходящих в схеме, необходимо знать порядки величин сопротивлений и емкостей усилителя. Обычно R_i равняется нескольким десяткам кОм, R_{c1} – нескольким десяткам или сотням кОм, R_n должно быть того же порядка величины, что и R_{c1} или больше (например, это может быть входное сопротивление второго каскада $R_{з2}$). $R_{з1} \approx R_{з2} \sim 0,5 \div 1,0 \text{ МОм}$, $C_{p1} \sim C_{p2} \sim 0,01 \div 0,1 \text{ мкФ}$, $C_{zu} \sim 10 \text{ пФ}$, $C_{zc} \sim 3 \text{ пФ}$ и $C_{cu} \sim 1 \text{ пФ}$, $C_m \sim 2 \text{ пФ}$.

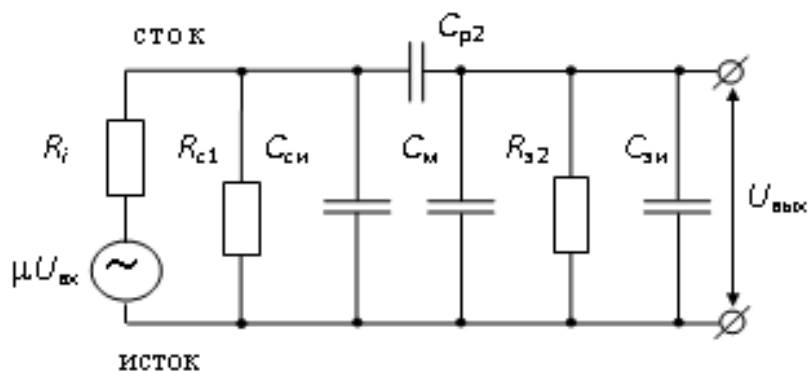


Рисунок 4.9 – Полная эквивалентная схема каскада с общим истоком

На нижних частотах сопротивления паразитных емкостей $|\dot{X}_{C_{си}}| \gg R_{c1}$, $|\dot{X}_{C_{м}}| \gg R_{з2}$ и $|\dot{X}_{C_{зи}}| \gg R_{з2}$, поэтому их можно не учитывать. Эквивалентная схема для нижних частот приведена на рисунке 4.10. Для примера допустим, что эквивалентный генератор вырабатывает ЭДС $\mu U_{вх} = 10$ В. Пусть $R_{c1} = R_i$ и $R_{з2} \gg R_{c1}$. Тогда на сопротивлении R_{c1} выделится напряжение $U_{11} = 5$ В. Это напряжение должно быть передано на выходные клеммы схемы (к точкам 2,2) через делитель напряжения $C_{p2}R_{з2}$. Коэффициент передачи делителя $\dot{K} = \frac{R_{з2}}{R_{з2} + \dot{X}_{C_{p2}}}$. Поэтому $U_{вых} = U_{22} = U_{11} \frac{R_{з2}}{R_{з2} + \dot{X}_{C_{p2}}}$. Так как $\dot{X}_{C_{p2}} = \frac{-j}{\omega C_{p2}}$, то $\dot{K}$ зависит от частоты. При $f = 0$ $X_{C_{p2}} = \infty$ и $U_{вых} = 0$. При этом все напряжение U_{11} , равное 5 В, падает на конденсаторе C_{p2} . При увеличении частоты сопротивление $|\dot{X}_{C_{p2}}|$ уменьшается, $\dot{K}$ увеличивается и $U_{вых}$ также увеличивается. На частоте f_n (нижняя граница полосы пропускания на уровне -3 дБ, см. рис. 4.3) модуль коэффициента передачи делителя равен 0,707:

$$|\dot{K}| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{R_{з2}}{\sqrt{R_{з2}^2 + X_{C_{p2}}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(X_{C_{p2}}/R_{з2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi f_n C_{p2} R_{з2})^2}}}.$$

Отсюда $f_n = \frac{1}{2\pi C_{p2} R_{з2}} = \frac{1}{2\pi \tau_n}$, где $\tau_n = C_{p2} R_{з2}$. С этой частоты

начинается область средних частот. При дальнейшем увеличении частоты потеря напряжения на конденсаторе C_{p2} уменьшается, а $U_{вых}$ растет. На какой-то частоте падение напряжения на C_{p2} становится ничтожно малым и все напряжение с R_{c1} передается на $R_{з2}$ без потерь и $U_{вых} = 5$ В.

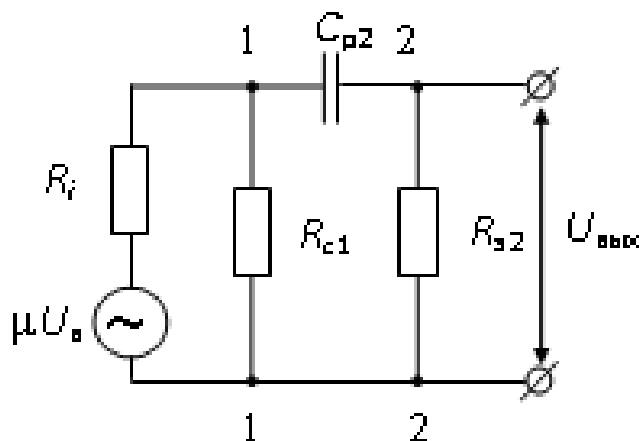


Рисунок 4.10 – Эквивалентная схема усилителя с ОИ в области нижних частот

Эквивалентная схема для средних частот (рис. 4.11), как следует из приведенных выше рассуждений, не содержит конденсатора C_{p2} и паразитных емкостей, так как все еще выполняется условие $|\dot{X}_{C_{п}}| \gg R_{с2}$. Здесь $C_{п} = C_{cu} + C_3 + C_m$. В эквивалентной схеме (рис. 4.11 а) сопротивления R_{c1} и $R_{с2}$ можно заменить эквивалентным сопротивлением $R_э = \frac{R_{c1}R_{с2}}{R_{c1} + R_{с2}}$ и получить новую эквивалентную схему (рис. 4.11 б). При $R_{с2} \gg R_{c1}$ сопротивление $R_э = R_{c1}$. Легко видеть, что АЧХ на средних частотах не зависит от частоты, так как эквивалентная схема не содержит реактивных элементов.

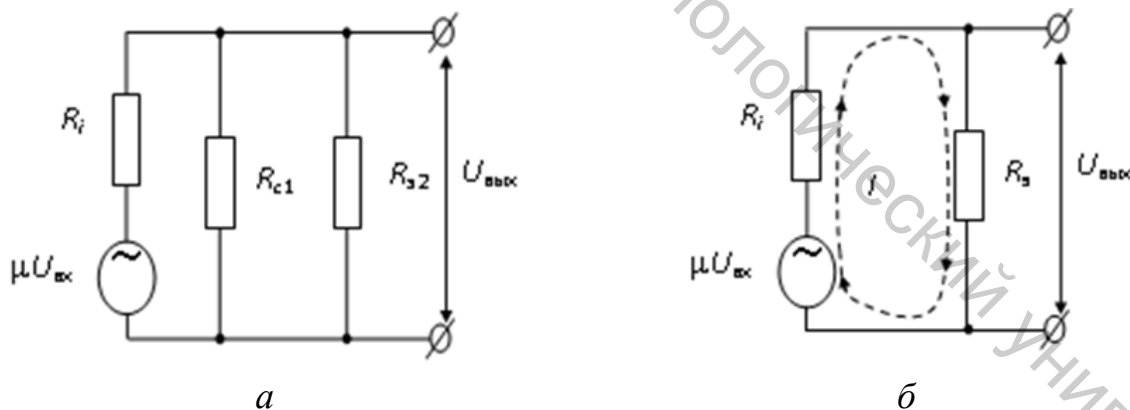


Рисунок 4.11 – Эквивалентная схема усилителя с ОИ в области средних частот

Из эквивалентной схемы для средних частот легко получить зависимость динамического коэффициента усиления каскада от сопротивления нагрузки $R_э$. Под действием ЭДС $\mu U_{вх}$ в цепи эквивалентный генератор, R_i , $R_э$ протекает ток $I = \frac{\mu U_{вх}}{R_i + R_э}$. Протекая по $R_э$, этот ток создает на нем падение напряжения,

равное $U_{вых} = IR_э = \frac{\mu U_{вх} R_э}{R_i + R_э}$. Динамический коэффициент усиления:

$$K_U = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{\mu U_{\text{вх}} R_3}{(R_i + R_3) U_{\text{вх}}} = \frac{\mu R_3}{R_i + R_3}.$$

При $R_{32} \gg R_{c1}$ $K_U = \frac{\mu R_{c1}}{R_i + R_{c1}}.$

График зависимости $K_U = f(R_3)$ приведен на рисунке 4.12. Из рисунка видно, что динамический коэффициент усиления K_U при увеличении R_3 стремится к статическому коэффициенту усиления μ .

При дальнейшем увеличении частоты сопротивление паразитных емкостей уменьшается и становится соизмеримым с R_{c1} и R_{32} . Поэтому эквивалентная схема для верхних частот содержит дополнительно паразитную емкость $C_n = C_{cu} + C_m + C_{zu}$ (рис. 4.13). В области верхних частот при увеличении частоты влияние (шунтирующее действие) C_n увеличивается и

сопротивление нагрузки, равное $R_n^* = \frac{R_3 |\dot{X}_n|}{R_3 + |\dot{X}_n|}$, уменьшается. Из рисунка 4.12

следует, что динамический коэффициент усиления каскада и $U_{\text{вых}}$ при этом уменьшаются. На частоте f_e (верхняя граница полосы пропускания на уровне – 3дБ, рис. 4.3) модуль коэффициента передачи делителя R_i , R_n^* равен 0,707

$$|K| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{R_n^*}{\sqrt{R_i^2 + R_n^{*2}}} = \frac{1}{\sqrt{(R_i/R_n^*)^2 + 1}}, \text{ что выполняется при } R_i = R_n^* = \frac{R_3 |\dot{X}_n|}{R_3 + |\dot{X}_n|}.$$

С учетом $|\dot{X}_n| = \frac{1}{2\pi f_e C_n}$ получим $f_e = \frac{R_i + R_3}{2\pi R_i R_3 C_n} = \frac{1}{2\pi \tau_e}$, где $\tau_e = \frac{C_n R_i R_3}{R_i + R_3}.$

Из эквивалентной схемы (рис. 4.13) следует, что для увеличения верхней границы полосы пропускания необходимо уменьшать величину R_3 , т. е. R_{c1} .

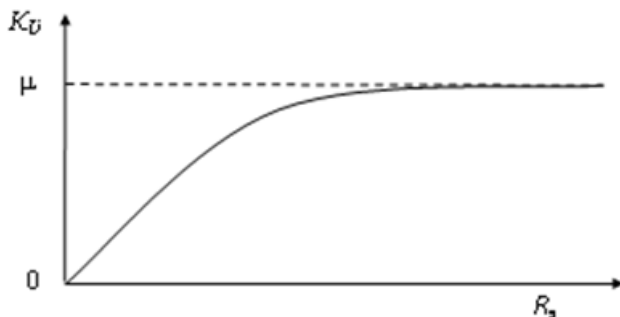


Рисунок 4.12 – Зависимость динамического коэффициента усиления каскада K_U от сопротивления R_3

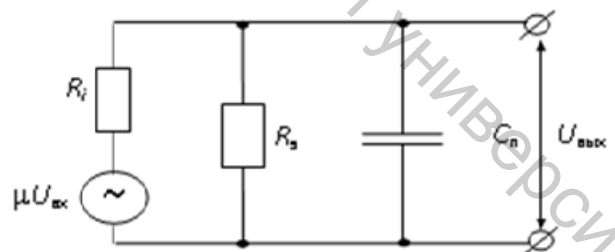


Рисунок 4.13 – Эквивалентная схема усилителя с ОИ в области верхних частот

Порядок выполнения лабораторной работы

Рассмотрим классический усилительный каскад на полевом транзисторе, схема которого приведена на рисунке 4.14. Его эквивалентная малосигнальная схема представлена на рисунке 4.15.

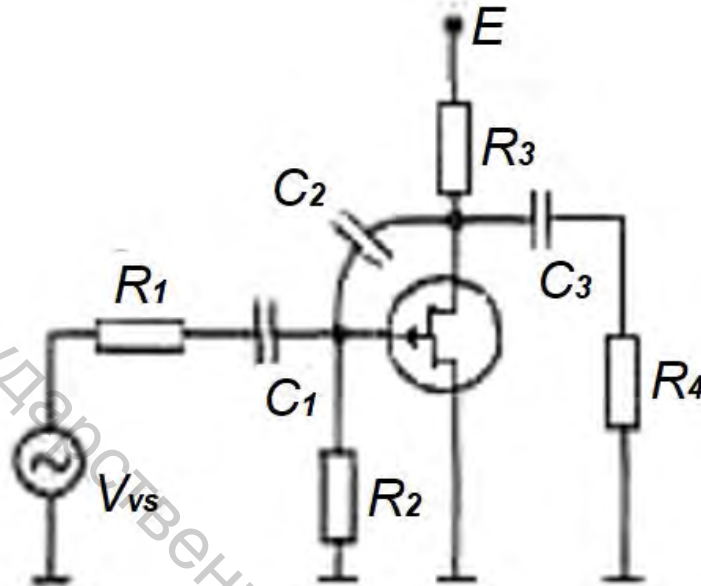


Рисунок 4.14 – Классический усилительный каскад на полевом транзисторе

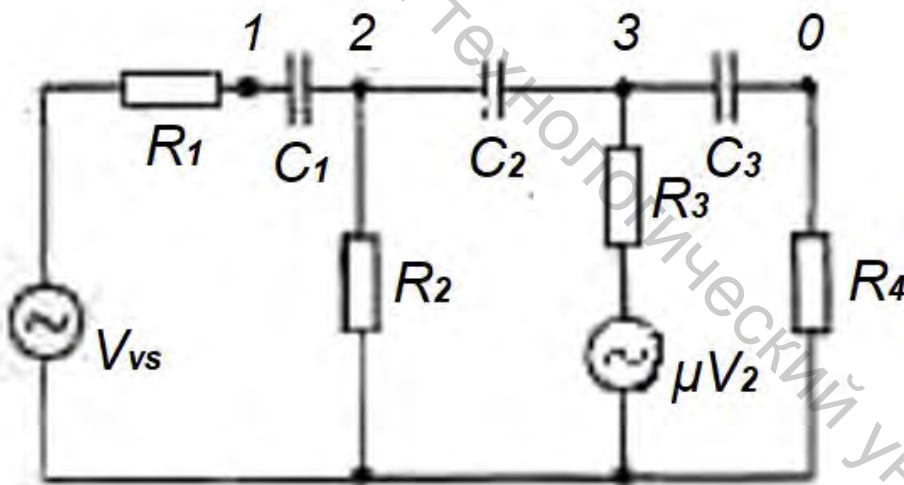


Рисунок 4.15 – Эквивалентная малосигнальная схема усилительного каскада на полевом транзисторе

Цель расчета заключается в расчете характеристик усилителя операторным методом. Подключим нужный нам пакет plots:

```
> restart;  
> with(plots):
```

Из законов Киргофа вытекает, что сумма токов, втекающих в каждый узел и вытекающих из него, равна 0. Следовательно, для узлов эквивалентной

схемы рисунка 4.15 можно записать следующую систему уравнений в операторной форме:

```
> eq1:=0=(V1-Vvs)/R1+(V1-V2)/(1/(s*C1)):
> eq2:=0=(V2-V1)/(1/(s*C1))+V2/R2+(V2-V3)/(1/(s*C2)):
> eq3:=0=(V3-V2)/(1/(s*C2))+(V3-mu*V2)/R3+(V3-V0)/(1/(s*C3)):
> eq4:=0=V0/R4+(V0-V3)/(1/(s*C3)):
```

Переменные напряжения на узлах схемы находятся из аналитического решения данной системы. При этом заблокируем вывод их аналитических значений, поскольку он очень громоздок. Тем не менее вы можете посмотреть на полученные формулы, поставив знак точки с запятой вместо знака двоеточия в приведенных ниже выражениях:

```
> solve({eq1, eq2, eq3, eq4},{V0, V1, V2, V3});
```

Обеспечим присвоение переменным V0, V1, V2 и V3 найденных из решения системы уравнений значений:

```
> assign(%);
```

Теперь найдем операторную передаточную функцию в аналитическом виде:

```
> H:=V0/Vvs:
```

В соответствии с выбранным операторным методом анализа введем обозначения:

```
> omega:=2*Pi*f;
> s:=I*omega;
```

Это позволяет найти H как функцию от частоты f также в аналитическом виде:

```
> H;
-(4(2IC2R3πf+μ)π²f²R2C1C3R4)/(1-8IC1C2C3R1R2R3π³f³-
8IC1C2C3R1R2R4π³f³-8IC1C2C3R1R3R4π³f³-8IC1C2C3R2R3R4π³f³+
8IC1C2C3R1R2R4μπ³f³+4C1C2R1R2μπ²f²+4C2C3R2R4μπ²f²+
2IC2R3πf+2IC1R1πf+2IC1R2πf+2IC2R2πf+2IC3R3πf+2IC3R4πf-
4C1C2R1R2π²f²-4C1C2R1R3π²f²-4C1C2R2R3π²f²-4C1C3R1R3π²f²-
4C1C3R1R4π²f²-4C1C3R2R3π²f²-4C1C3R2R4π²f²-4C2C3R2R3π²f²-
4C2C3R2R4π²f²-4C2C3R3R4π²f²-2IC2R2μπf)
```

Это тоже довольно громоздкое выражение, и его применение при «ручном» анализе потребовало бы от нас немало изобретательности. Между тем Maple позволяет «в два счета» определить из него амплитудно-частотную (AVM) и фазо-частотную (PhaseAV) характеристики усилителя как функции частоты.

Теперь можно перейти к обычным численным расчетам. Зададим конкретные значения компонент эквивалентной схемы усилителя:

```
> R1 := 100: R2:=100000: R3 := 1000: R4:=10000: C1:=10^(-6): C2:=5*10^(-12): C3:=10^(-6): mu:=50:
> AVM:=evalc(abs(H)):
> PhaseAV := evalc(argument(H)):
```

Преобразуем AVD в логарифмическую характеристику, выражающую усиление в децибелах (dB):

```
> AVdB:=20*log10(AVM):
```

Такая характеристика более привычна для специалистов в радиоэлектронике. Соответственно фазо-частотную характеристику выразим в градусах:

```
> R2D:=evalf(360/(2*Pi)):
> AVdeg:=R2D*PhaseAV:
```

Построим амплитудно-частотную характеристику усилителя:

```
> j:=1:
> for a from 0 to 8 do for i from 2*10^a by 10^a to 10^(a+1) do freq[j]:=i; gaindata[j]:=evalf(subs(f=i, AVdB)); phasedata[j]:=evalf(subs(f=i, AVdeg)); j:=j+1 end do end do;
> j-1:
> semilogplot([[freq[k], gaindata[k]]$k=1..j-1], color=black, style=line, title="Амплитудно-частотная характеристика", titlefont=["ROMAN", 18], thickness=4, labels=[f(Hz), K(dB)], labelfont=["ROMAN", 14], axesfont=["ROMAN", 14]);
```

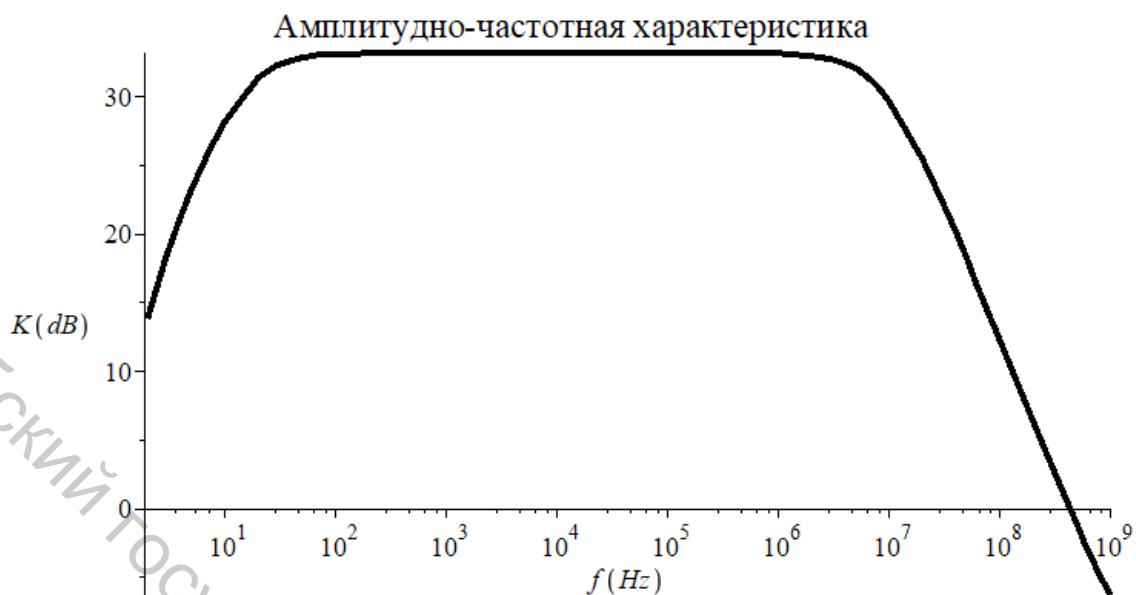


Рисунок 4.16 – График коэффициента усиления усилителя

```
> semilogplot([([freq[k], phasedata[k]]$k=1..j-1)],
color=black, style=line, title="Фазо-частотная
характеристика", titlefont=["ROMAN", 18], thickness=4,
labels=[f (Hz), Phase(deg)], labelfont=["ROMAN", 14],
axesfont=["ROMAN", 14]);
```



Рисунок 4.17 – График фазового сдвига усилителя в градусах

Задания для выполнения лабораторной работы

1. Изменяя номиналы значения R_1 , R_2 , R_3 , R_4 (увеличить, уменьшить),

построить амплитудно-частотные характеристики усилителя для этих значений.

2. Изменяя номиналы значения C_1 , C_2 , C_3 и μ (увеличить, уменьшить), построить амплитудно-частотные характеристики усилителя для этих значений.

3. Сделать вывод и оформить отчет.

Контрольные вопросы

1. Что называется усилителем?
2. Основные задачи усилителя.
3. Методы анализа работы усилителя.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Цель работы: проанализировать поведение дискретного объекта (дискретные входные и выходные переменные).

Краткие теоретические сведения

Имитационное моделирование представляет собой численный метод проведения на ЭВМ вычислительных экспериментов с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов и систем во времени в течение заданного периода. При этом функционирование таких объектов и процессов разбивается на элементарные явления, подсистемы и модули. Функционирование этих элементарных явлений, подсистем и модулей описывается набором алгоритмов, которые имитируют элементарные явления с сохранением их логической структуры и последовательности.

При исследовании сложных систем, подверженных случайным возмущениям, используются вероятностные имитационные модели, в которых влияние случайных факторов учитывается с помощью задания вероятностных характеристик случайных процессов (законы распределения вероятностей, спектральные плотности или корреляционные функции). При этом результаты, полученные при воспроизведении на имитационной модели рассматриваемого процесса, являются случайными реализациями. Поэтому для нахождения объективных и устойчивых характеристик процесса требуется его многократное воспроизведение, с последующей статистической обработкой полученных данных. Именно поэтому исследование сложных процессов и систем, подверженных случайным возмущениям, с помощью имитационного моделирования принято называть статистическим моделированием.

Статистическая модель случайного процесса – это алгоритм, с помощью которого имитируют работу сложной системы, подверженной случайным

возмущениям; имитируют взаимодействие элементов системы, носящих вероятностный характер. Тогда статистическое моделирование можно определить как способ изучения сложных процессов и систем, подверженных случайным возмущениям, с помощью имитационных моделей.

Методика статистического моделирования, которую часто называют методом Монте-Карло, состоит из следующих этапов:

1. Моделирование на ЭВМ псевдослучайных последовательностей с заданной корреляцией и законом распределения вероятностей (метод Монте-Карло), имитирующих на ЭВМ случайные значения параметров при каждом испытании.

2. Использование полученных числовых последовательностей в имитационных математических моделях.

3. Статистическая обработка результатов моделирования.

Проиллюстрируем суть метода Монте-Карло относительно простым примером. Пусть требуется оценить надежность системы (рис. 5.1).

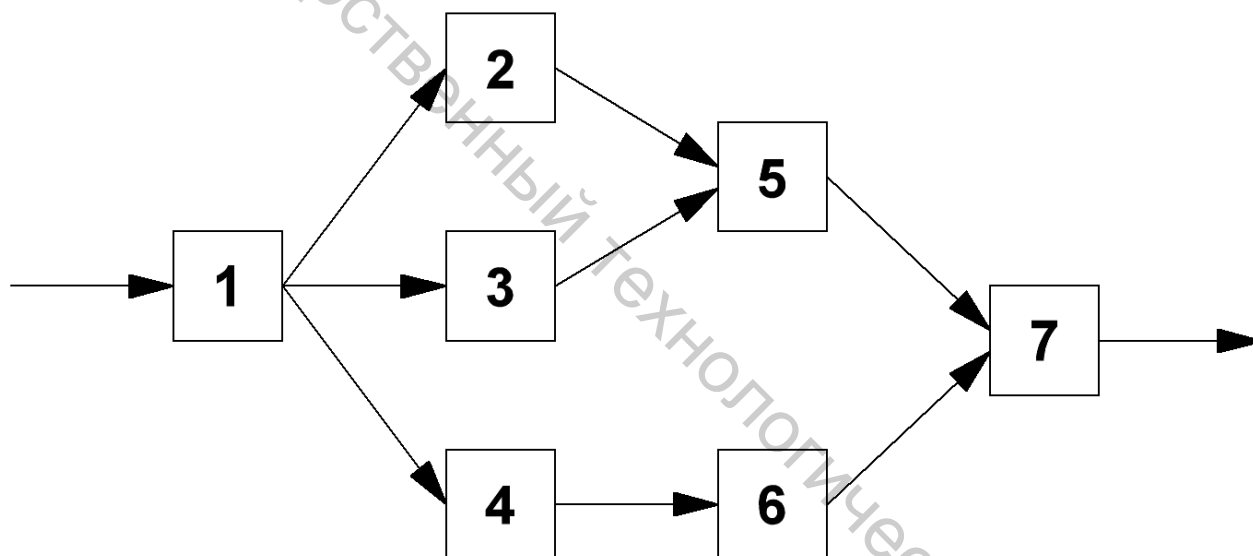


Рисунок 5.1 – Блочная структура системы

Система выполняет свою функцию, если работают цепочки блоков: 1,2,5,7; 1,3,5,7; 1,4,6,7. Какие-то блоки могут отказывать. Каждый блок характеризуется временем τ_i безотказной работы, $i = \overline{1,7}$.

Пусть заданы плотности распределения p_i (τ_i), $i = \overline{1,7}$. Какова надежность системы в целом?

Рассмотрим случайную величину.

$$\gamma = \min \left\{ \tau_1, \max \left[\min(\tau_4, \tau_6), \min \left[\max(\tau_2, \tau_3), \tau_5 \right] \right], \tau_7 \right\}, \quad (5.1)$$

где γ – время безотказной работы системы.

В одном опыте разыгрываются значения всех $\tau_i, i = \overline{1,7}$ в соответствии с $p_i(\tau_i), i = \overline{1,7}$. Используя полученные реализации $\tau_i, i = \overline{1,7}$, по (5.1) вычисляем реализацию γ . Один опыт дает одну реализацию (одно выборочное значение) γ . Проводим M опытов (испытаний), получаем «статистический» материал (выборку). Берем среднее арифметическое времени безотказной работы системы p с γ в качестве оценки надежности системы.

При необходимости можно построить закон распределения вероятностей случайной величины γ в виде соответствующей гистограммы.

Таким образом, испытания реальной системы заменены на испытания математической модели. Каждое испытание сопровождается расчетом. Поэтому имитационное моделирование и называют численным экспериментом на ЭВМ с математической моделью (модель выступает как объект исследования).

Метод Монте-Карло можно определить как метод моделирования случайных величин с целью вычисления характеристик их распределений. Как правило, предполагается, что моделирование осуществляется с помощью электронных вычислительных машин (ЭВМ), хотя в некоторых случаях можно добиться успеха, используя приспособления типа рулетки, карандаша и бумаги.

Термин «метод Монте-Карло» (предложенный Дж. Фон Нейманом и С. М. Уламу в 1940-х гг.) относится к моделированию процессов с использованием генератора случайных чисел. Термин Монте-Карло (город, широко известный своими казино) произошел от того факта, что «число шансов» (методы моделирования Монте-Карло) было использовано с целью нахождения интегралов от сложных уравнений. Эти уравнения нашли широкое применение при решении задач квантовой механики. С помощью формирования больших выборок случайных чисел из, например, нескольких распределений, интегралы этих (сложных) распределений могут быть аппроксимированы из (сгенерированных) данных.

Возникновение идеи использования случайных явлений в области приближенных вычислений принято относить к 1878 г., когда появилась работа Холла об определении числа с помощью случайных бросаний иглы на разграфлённую параллельными линиями бумагу. Существо дела заключается в том, чтобы экспериментально воспроизвести событие, вероятность которого выражается через число, и приближённо оценить эту вероятность.

Первоначально метод Монте-Карло использовался главным образом для решения задач нейтронной физики, где традиционные численные методы оказались малопригодными. Далее его влияние распространилось на широкий класс задач статистической физики, очень разных по своему содержанию. К разделам науки, где все в большей мере используется метод Монте-Карло, следует отнести задачи теории массового обслуживания, задачи теории игр и математической экономики, задачи теории передачи сообщений при наличии помех и ряд других.

Метод Монте-Карло оказал и продолжает оказывать существенное влияние на развитие метода вычислительной математики (например, развитие методов численного интегрирования) и при решении многих задач успешно

сочетается с другими вычислительными методами и дополняет их. Его применение оправдано в первую очередь в тех задачах, которые допускают теоретико-вероятностное описание. Это объясняется как естественностью получения ответа с некоторой заданной вероятностью в задачах с вероятным содержанием, так и существенным упрощением процедуры решения. В тех случаях, когда имеется теоретико-вероятностное описание задачи, использование метода Монте-Карло может существенно упростить упомянутое ее решение. Впрочем, как будет следовать из дальнейшего, во многих случаях полезно и для задач строго детерминированных строить вероятностную модель (рандомизировать исходную задачу) с тем, чтобы далее использовать метод Монте-Карло.

Порядок выполнения лабораторной работы

Анализ поведения дискретного объекта (дискретные входные и выходные переменные) – «задача о пьяном прохожем или задача о случайном блуждании». Прохожий решил прогуляться, стоя на углу улиц. Пусть вероятность того, что, достигнув очередного перекрестка, он пойдет на север, юг, восток и запад, одинакова. Какова вероятность того, что, пройдя 10 кварталов, прохожий окажется не далее 2 кварталов от места, где он начал прогулку.

Обозначим его местонахождение на каждом перекрестке двумерным вектором (x_1, x_2) («выход»), где x_1 – направление с востока на запад и x_2 – направление с севера на юг. Каждое перемещение на один квартал к востоку $(x_1 + 1)$, а каждое перемещение на один квартал к западу $(x_1 - 1)$ (x_1 – дискретная переменная). К северу $x_2 + 1$, к югу $x_2 - 1$. Начальное положение $(0, 0)$.

Если в конце прогулки абсолютные значения x_1 и x_2 будут больше 2, то будем считать, что он ушел дальше двух кварталов в конце прогулки протяженностью в 10 кварталов. Так как вероятность движения нашего прохожего в любом из 4 направлений по условию одинакова и равна 0,25, то можно оценить его передвижение с помощью таблицы случайных чисел.

Условимся, что если случайное число (СЧ) лежит в пределах от 0 до 24, пьяный пойдет на восток и мы увеличим x_1 на 1; если от 25 до 49, то он пойдет на запад и $x_1 - 1$; если от 50 до 74, он пойдет на север и $x_2 + 1$; если от 75 до 99, то на юг и $x_2 - 1$.

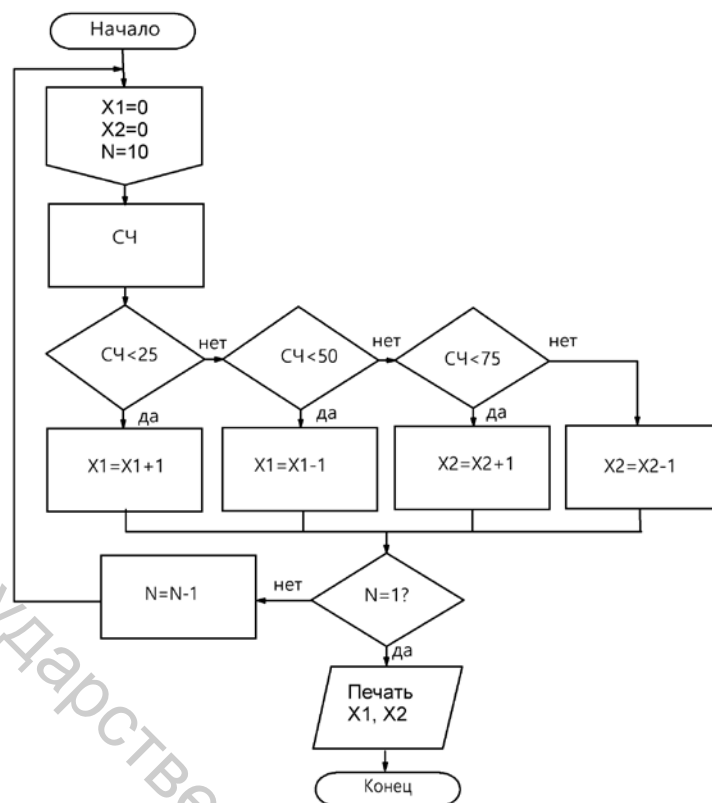


Рисунок 5.2 – Блок-схема поведения прохожего

Нужно провести достаточно большое число «машинных опытов» (например, $no = 100$), чтобы получить достоверный результат.

Найдем вероятность того, что, пройдя 10 кварталов (N_p), прохожие окажутся не далее 2 кварталов от места, где они начали прогулку.

```

> restart;
> with(plots):
> with(Matlab):
> r:=rand(0..100):
> x1:=0:
> x2:=0:
> Np:=10:
> no:=100:
> for g by 1 from 1 to no do x1[g]:=0: x2[g]:=0: for i by
1 from 1 to Np do e:=r(): if e<25 then x1[g]:=x1[g]+1
else if 25<e<50 then x1[g]:=x1[g]-1 else if 50<e<75 then
x2[g]:=x2[g]+1 else x2[g]:=x2[g]-1: end if: end if: end
if: end do: end do:
> z:=x1():
> w:=x2():
> q:=plot([[x1[k], x2[k]]$k=1..100], style=point,
color=black,symbol=solidcircle, thickness=10,
axesfont=["ROMAN", 18]):
> display(q);
  
```

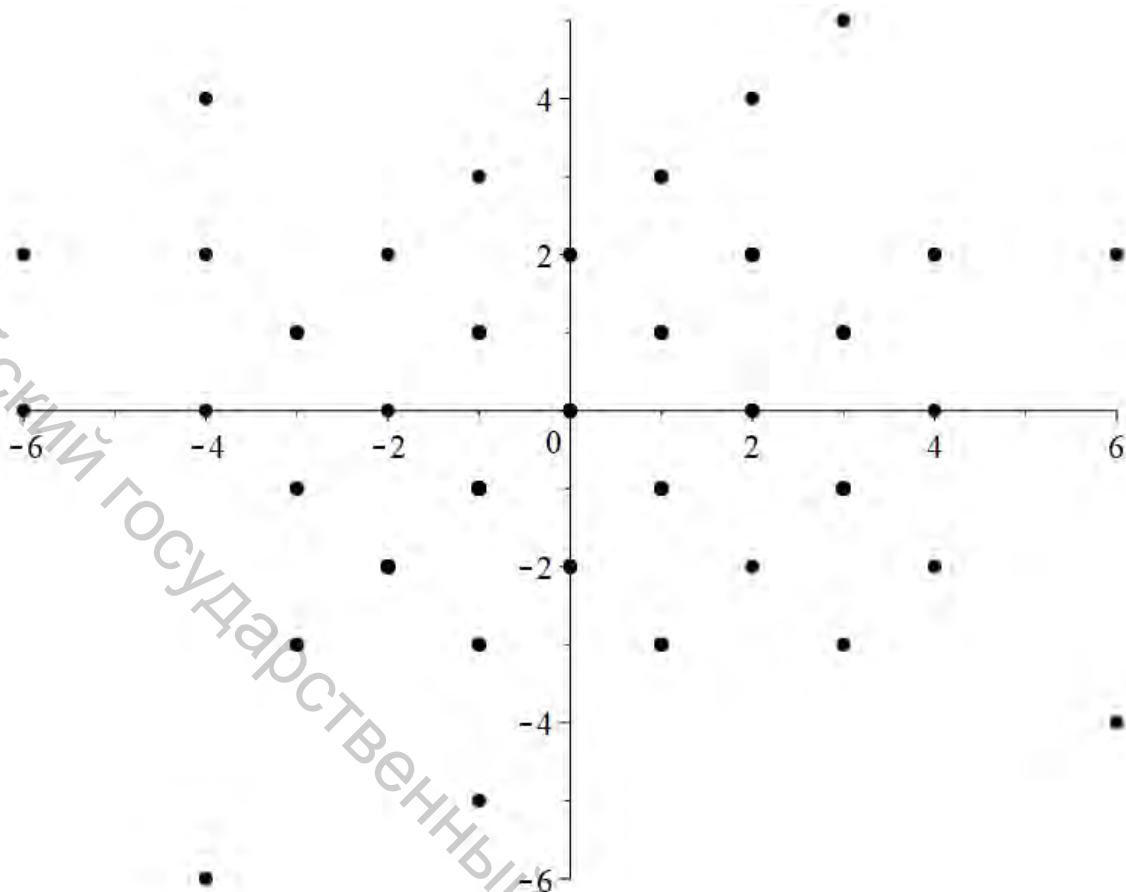


Рисунок 5.3 – График вероятности нахождения прохожего от точки отсчета

```
> y:=0;
> for i from 1 to no do if -2≤x1[i]≤2 and -2≤x2[i]≤2 then
y:=y+1 end if: end do:
> b:=y();
```

$b := 59$

Вероятность посещения 10 кварталов равна:

```
> v:=100*evalf(b/no);
V := 59.00000000
```

Задания для выполнения лабораторной работы

1. Изменяя количество посетителей, место (№ квартала), где окажутся прохожие, пройдя 10 кварталов, получить более достоверный результат.
2. Выполнить 100 машинных опытов.
3. Сделать вывод и оформить отчет.

Вариант	%	%	%	Вариант	%	%	%
1		20		2		15	
	30		20		35		15
		30				35	
3		20		4		15	
	20		30		15		35
		30				35	
5		30		6		35	
	20		30		15		35
		20				15	
7		30		8		35	
	30		20		35		15
		20				15	
9		10		10		25	
	10		40		30		10
		40				35	
11		10		12		25	
	40		10		10		30
		40				35	
13		40		14		35	
	10		40		10		30
		10				25	
15		40		16		35	
	40		10		30		10
		10				15	

Контрольные вопросы

1. Что такое статистическая модель случайного процесса?
2. Из каких этапов состоит метод Монте-Карло?
3. Что представляет собой имитационное моделирование?

ЛИТЕРАТУРА

1. Аладьев, В. З. Основы программирования в Maple / В. З. Аладьев. – Таллинн : Международная Академия Ноосферы, 2006. – 301 с.
2. Аладьев, В. З. Программирование в пакетах Maple и Mathematica: Сравнительный аспект / В. З. Аладьев, В. К. Бойко, Е. А. Ровба. – Гродно : Изд-во Гродненский госуниверситет, 2011. – 517 с.
3. Бирюков, Б. В. Моделирование / Б. В. Бирюков, Ю. А. Гастеев, Е. С. Геллер. – М. : БСЭ, 1974. – 370 с.
4. Введение в математическое моделирование : учеб. пособие / В. Н. Ашихмин [и др.] ; под ред. П. В. Трусова. – М. : Логос, 2005. – 440 с.
5. Голоскоков, Д. П. Практический курс математической физики в системе Maple : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Д. П. Голоскоков. – СПб. : ООО «ПаркКом», 2010. – 643 с.
6. Голоскоков, Д. П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple : учебник для вузов / Д. П. Голоскоков. – СПб. : Питер, 2004. – 539 с.
7. Дьяконов, В. П. Компьютерная математика / В. П. Дьяконов // Соровский образовательный журнал. – 2001. – № 1. – С. 116–121.
8. Дьяконов, В. П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании / В. П. Дьяконов. – М. : Солон-Пресс, 2006. – 720 с.
9. Дьяконов, В. П. Maple 7: учебный курс / В. П. Дьяконов. – СПб. : Питер, 2002. – 672 с.
10. Кирсанов, М. Н. Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы / М. Н. Кирсанов. – М. : Физматлит, 2007. – 292 с.
11. Компьютерное моделирование: моделирование как метод научного познания. Компьютерные модели и их виды [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.econf.rae.ru/article/6722>. – Дата доступа: 15.04.2017.
12. Maple в математическом моделировании [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.tinlib.ru/kompyutery_i_internet/maple_9_5_10_v_matematike_fizike_i_obrazovanii/p13.php. – Дата доступа: 20.12.2016.
13. Самарский, А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – 2-е изд., испр. – М. : Физматлит, 2005. – 320 с.
14. Самоучитель по Maple [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://sites.google.com/site/camoucitelpomaple13/home/vvedenie>. – Дата доступа: 15.12.2016.
15. Ignatyev, Yu. G. A complete relativistic kinetic model of symmetry violation in an anisotropic expanding plasma. II. X-boson distribution function / Yu.G. Ignatyev, K. Alsmadi // Gravitation and Cosmology. – 2005. – Vol.11, № 4. – P. 363–368.
16. Ignatyev, Yu. G. Statistical systems of particles with scalar interaction in cosmology / Yu. G. Ignatyev, R. F. Miftakhov // Gravitation and Cosmology. – 2006. – Vol. 12, № 2–3. – P. 179–185.

17. Ignat'ev, Yu. G. The moving semibounded magnetoactive plasma in field of a plane gravitational wave / Yu. G. Ignat'ev, E. G. Chepkunova // Gravitation & Cosmology. – 2004. – Vol.10, № 4. – P. 123–127.

Витебский государственный технологический университет

Учебное издание

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦИИ

Методические указания по выполнению лабораторных работ

Составители:

Корниенко Алексей Александрович

Дунина Елена Брониславовна

Соколова Анна Сергеевна

Редактор *Т.А. Осипова*

Корректор *Т.А. Осипова*

Компьютерная верстка *А.С. Соколова*

Подписано к печати 13.06.2022. Формат 60х90¹/₁₆. Усл. печ. листов 3,4.

Уч.-изд. листов 4,3. Тираж 45 экз. Заказ № 167.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»
210038, г. Витебск, Московский пр., 72.

Отпечатано на ризографе учреждения образования

«Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 3/1497 от 30 мая 2017 г.