

РАЗДЕЛ 4

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

4.1 Информационные системы и автоматизация производства

УДК 677.017.35:539.217.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТКАЦКИХ ПЕРЕПЛЕТЕНИЙ АРМИРУЮЩИХ ОСНОВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Бизюк А.Н., ст. преп., Ясинская Н.Н., д.т.н., доц.

*Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь*

Реферат. В работе предлагается новый метод математического моделирования тканевых переплетений текстильных материалов по заданной матрице переплетения.

Ключевые слова: текстильные материалы, ткани, переплетения, моделирование.

При проектировании композиционных материалов на основе текстиля требуется выбрать тип переплетения. Существует большое количество возможных переплетений для таких материалов. Среди гладких переплетений основными являются: полотняное, саржевое, сатиновое, атласное, репсовое. Наиболее простым является полотняное переплетение. При полотняном переплетении нити основы и утка поочередно проходят с лицевой и изнаночной стороны ткани, причем чередование происходит после каждой нити. Текстильные переплетения можно кодировать с помощью специальной схемы, которая называется «раппорт». Раппорт задает повторяющуюся последовательность переплетения нитей основы и утка. На рисунке 1 изображен раппорт полотняного переплетения.

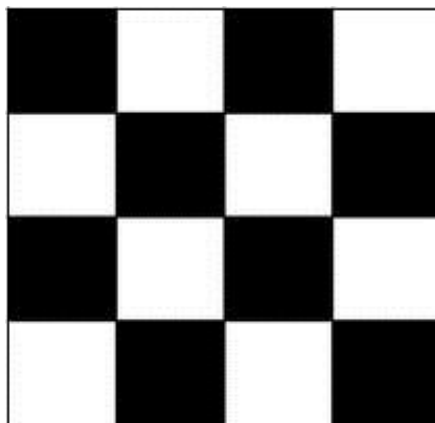


Рисунок 1 – Раппорт полотняного переплетения

При моделировании тканевых переплетений требуется описать с помощью формул траекторию каждой нити. Для полотняного переплетения траектория нити будет хорошо описываться периодической функцией на основе функции $\sin$ или $\cos$. Такой способ моделирования траекторий нитей был использован авторами в [1]. При необходимости моделирования переплетений, отличных от полотняного, такой способ моделирования траектории нити не будет работать, так как траектория ведет себя более сложным образом. В данной работе авторами предлагается универсальный способ моделирования траекторий нитей, задаваемых произвольным раппортом.

На рисунке 2 изображены раппорты нескольких часто используемых ткацких переплетений.

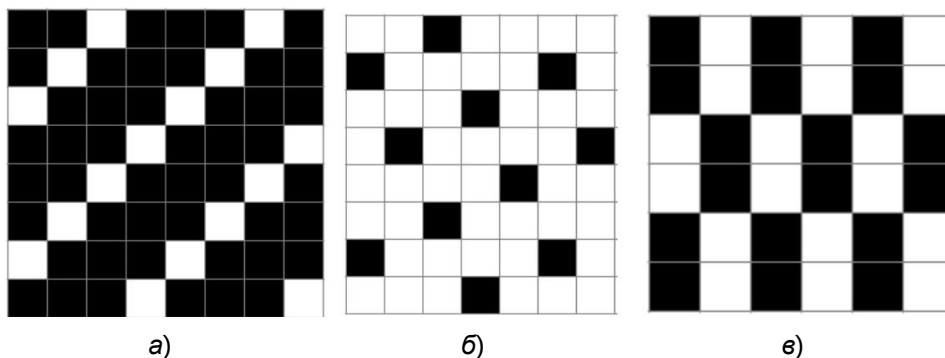


Рисунок 2 – Раппорты текстильных переплетений:
а) саржевое; б) сатиновое; в) репсовое.

Если рассмотреть траекторию нити в переплетении, отличном от полотняного, то можно заметить, что она является периодической, но длина участков на лицевой стороне и на изнаночной отличается. Чтобы смоделировать такую траекторию, нужна функция, для которой можно задавать соотношение между длиной участков на лицевой и изнаночной сторонах. Такие функции известны в физике и электронике, и это соотношение называется «скважность» [2]. На рисунке 3 изображена импульсная периодическая функция с периодом T и длительностью импульса τ .

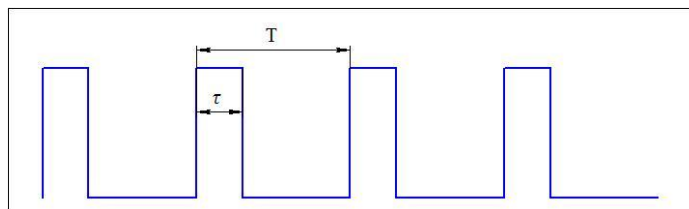


Рисунок 3 – Импульсная периодическая функция

Скважность является отношением между периодом функции и длительностью импульса. Для моделирования импульсной периодической функции с заданной скважностью в электронике используется ряд Фурье, который позволяет аппроксимировать любую периодическую функцию с необходимой точностью [3]. Аппроксимация импульсной периодической функции с помощью ряда Фурье выглядит так:

$$f(t) = \frac{\tau}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(n \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot \tau}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot t}{T}\right) \cdot \tau \right). \quad (1)$$

На практике невозможно посчитать бесконечную сумму, поэтому берется некоторое небольшое количество первых слагаемых.

Результат аппроксимации импульсной периодической функции со скважностью 3 с помощью первых 40 элементов ряда Фурье представлен на рисунке 4.

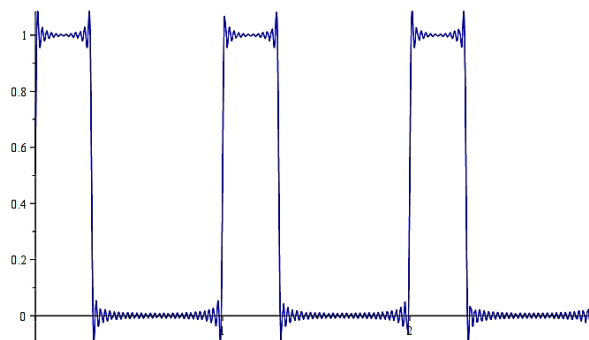


Рисунок 4 – Аппроксимация импульсной периодической функции

Как видно из рисунка, присутствует высокочастотный шум, который будет мешать дальнейшему использованию этой аппроксимации. Также можно заметить резкие выбросы функции вверх и вниз в точках перепада импульса – так называемый «феномен Гиббса» [4]. Для того, чтобы нивелировать эти негативные эффекты аппроксимации, можно применить так называемое «Чезаровское среднее» или «Суммирование по Чезаро» [5]. Если обозначить сумму первых n членов ряда Фурье как a_n , то сумму по Чезаро этого ряда можно записать так:

$$\Phi_n(t) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n a_k. \quad (2)$$

На рисунке 5 представлен результат применения суммирования по Чезаро к аппроксимации импульсной периодической функции со скважностью 3 с помощью первых 40 членов ряда Фурье.

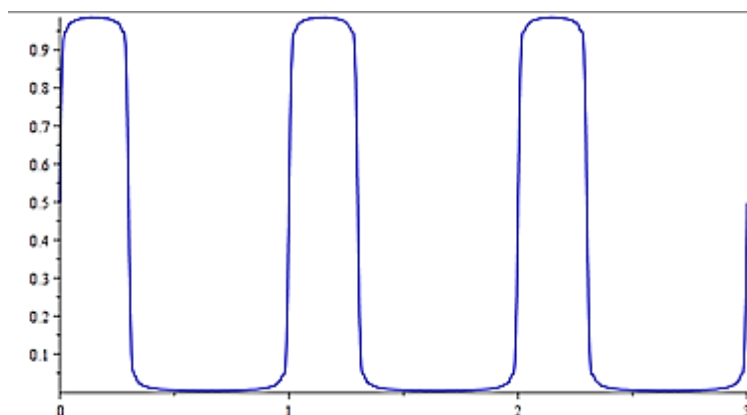


Рисунок 5 – Результат применения суммирования по Чезаро

Регулируя скважность функции, можно добиться аппроксимации траектории нити в требуемом ткацком переплетении.

В результате проведенной работы был разработан метод моделирования траектории нити в произвольном ткацком переплетении. Результаты работы будут использованы при разработке программного обеспечения для моделирования ткацких переплетений армирующих основ композиционных материалов.

Список использованных источников

1. Ясинская, Н. Н. Моделирование структуры текстильных материалов для формирования слоистых композитов / Н. Н. Ясинская, А. Н. Бизюк, К. Э. Разумеев // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. – 2018. – № 6(378). – С. 273-277.
2. Cox, James F.; Chartrand, Leo / "Nonsinusoidal oscillators". Fundamentals of Linear Electronics: Integrated and Discrete (2 ed.). Cengage Learning, 2001, pp. 511–584.
3. Fetter, Alexander L. Theoretical Mechanics of Particles and Continua / Alexander L. Fetter, John Dirk Walecka. – Courier, 2003. – pp. 209–210.
4. Hewitt, Edwin; Hewitt, Robert E. / "The Gibbs-Wilbraham phenomenon: An episode in Fourier analysis". – Archive for History of Exact Sciences, 21 (2), 1979, pp. 129–160.
5. Hardy, G. H. / Divergent Series. – Providence: American Mathematical Society, 1992.