

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Учреждение образования  
«Витебский государственный технологический университет»

## **Теоретические основы электротехники**

Методические указания по выполнению расчетно-графических работ  
для студентов специальности 1-43 01 07 «Техническая эксплуатация  
энергооборудования организаций»

Витебск

2020

УДК 7.01 (075.8)

Составитель:

Ю. В. Новиков

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом УО «ВГТУ», протокол № 2 от 28.02.2020.

**Теоретические основы электротехники** : методические указания по выполнению расчетно-графических работ / сост. Ю. В. Новиков. – Витебск : УО «ВГТУ», 2020. – 36 с.

Методические указания являются руководством по выполнению расчетно-графических работ по курсу «Теоретические основы электротехники», определяют порядок выполнения расчета студентом, общие требования, предъявляемые к выполнению расчетно-графической работы, освещают последовательность ее подготовки, требования к структуре, содержанию и оформлению как самой работы, так и научно-справочного аппарата и приложений.

УДК 7.01 (075.8)

© УО «ВГТУ», 2020

## Содержание

Введение	4
1 Указания к изучению теоретических вопросов курса	5
1.1 Пояснения к изучению раздела	5
1.2 Содержание учебного материала	6
1.3 Указания по выполнению расчетно-графических работ	7
2 Указания к расчетно-графической работе 1 «Расчет цепи постоянного тока»	9
2.1 Задание к расчетно-графической работе 1	9
2.2 Схемы электрических цепей постоянного тока	10
2.3 Указания для анализа сложной электрической цепи постоянного тока	15
2.4 Пример расчета цепи постоянного	17
3 Указания к расчетно-графической работе 2 «Расчет цепи синусоидального тока»	23
3.1 Задание к расчетно-графической работе 2	23
3.2 Указания по выполнению расчетно-графической работы 2	29
3.3 Пример расчета цепи переменного тока	31
Литература	35

## ВВЕДЕНИЕ

Курс «ТОЭ» относится к числу общепрофессиональных дисциплин и базируется на теоретическом и практическом материале, излагаемом в курсах физики и высшей математики. Знание дисциплины даст возможность будущим специалистам свободно разбираться в устройстве и принципе действия разнообразной электротехнической аппаратуры, электрических машин и оборудования, грамотно использовать их на практике. Целью изучения дисциплины является формирование знаний у инженеров в области электротехники для эффективного выбора необходимых электротехнических и электроизмерительных устройств, умения их правильно эксплуатировать и составлять совместно с инженерами-электриками технические задания на разработку автоматизированных систем управления производственными процессами. В результате освоения курса студент должен:

– **знать:** электротехнические законы; методы анализа электрических, магнитных и электронных цепей; принципы действия, конструкции, свойства, области применения и возможности основных электротехнических устройств и электроизмерительных приборов; проблемы энергосбережения при производстве, передаче, распределении и потреблении электроэнергии;

– **уметь:** читать структурные и электрические схемы; производить измерения электрических и некоторых неэлектрических величин;

– **приобрести навыки:** экспериментально определять параметры и характеристики типовых элементов и устройств; включать электротехнические приборы, аппараты и машины, управлять ими и контролировать их эффективную и безопасную работу.

# 1 УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ КУРСА

После изучения данного раздела студенты должны:

– знать виды источников постоянного тока, их внешние характеристики, области применения электротехнических устройств постоянного тока, способы соединения электрических устройств, методику составления уравнений электрического состояния линейных цепей, примеры нелинейных элементов и их вольт-амперные характеристики;

– понимать эквивалентность схем источников Э.Д.С. и тока, возможность эквивалентных преобразований схем соединений пассивных элементов, проведения анализа линейных электрических цепей методами пропорциональных величин, суперпозиции и контурных токов;

– уметь проводить анализ линейных электрических цепей методом свертывания, непосредственного применения законов Кирхгофа и узлового напряжения, составлять уравнения баланса электрической мощности, применять метод пересечения характеристик для определения тока в нелинейной цепи.

## 1.1 Пояснения к изучению раздела

Приступая к расчету цепи, необходимо иметь в виду, что цепи бывают простые и сложные. При этом цепь называется простой, если, не производя ее расчета, можно указать действительные направления всех токов. В противном случае цепь считается сложной. К простым цепям относятся цепи с одним источником, в которых пассивные элементы соединены последовательно, параллельно и смешанно. К сложным цепям относятся цепи с несколькими источниками, а также цепь с одним источником, где пассивные элементы соединены в схему треугольника и звезды.

Расчет простых цепей обычно производят методом свертывания схемы, по которому постепенным преобразованием с использованием формул для последовательного и параллельного соединений приводят схему к одному эквивалентному пассивному элементу с сопротивлением  $R_{э\text{кв}}$ . Определяют ток в ветви, содержащей источник, а затем, поэтапно возвращаясь к исходной схеме, находят все остальные токи.

Расчет сложных цепей постоянного тока производится следующими методами:

- 1) метод непосредственного применения законов Кирхгофа;
- 2) метод наложения (суперпозиции);
- 3) метод двух узлов и другие.

Особое внимание уделить на метод двух узлов, т. к. аналогичный метод широко используется при расчете трехфазных цепей синусоидального тока.

## 1.2 Содержание учебного материала

### ТЕМА 1. Активные и пассивные электрические цепи. Физические процессы в электрических цепях

Элементы электрических цепей и их характеристики. Цепи с сосредоточенными параметрами. Теория линейных электрических цепей. Электрический ток. Структура электрической цепи. Основные соотношения в линейных цепях постоянного тока. Элементы нелинейных электрических цепей, их характеристики и параметры. Режимы работы электрической цепи. Энергетический баланс в электрических цепях.

### ТЕМА 2. Методы расчета электрических цепей при установившихся синусоидальных и постоянных токах

Методы расчета простых и сложных электрических цепей постоянного тока. Получение переменного синусоидального тока. Резонансные явления и частотные характеристики. Методы расчета простых и сложных электрических цепей переменного тока. Основные параметры и соотношения в цепях переменного синусоидального тока. Векторные диаграммы. Представление электрических величин в комплексной форме. Активный, индуктивный и емкостной элементы в цепи синусоидального тока. Явления резонанса токов и напряжений.

### ТЕМА 3. Трехфазные цепи

Основные понятия и схемы трехфазных цепей. Соотношения между токами и напряжениями в трехфазных цепях при соединении звездой и треугольником. Симметричный и несимметричный режимы работы трехфазной цепи. Мощность трехфазных цепей.

### ТЕМА 4. Переходные процессы в электрических цепях

Переходные процессы в электрических цепях и методы их расчета. Установившиеся процессы. Законы коммутации. Значение и роль переходных процессов в электрических цепях. Методы снижения влияния переходных процессов в электрических цепях.

### ТЕМА 5. Электрические цепи при несинусоидальных периодических э.д.с., напряжениях и токах

Методы расчета простых и сложных электрических цепей при несинусоидальных периодических э.д.с., напряжениях и токах. Получение

несинусоидальных периодических э.д.с. Резонансные явления и частотные характеристики. Методы расчета простых и сложных электрических цепей несинусоидальных периодических э.д.с. Основные параметры и соотношения в цепях несинусоидальных периодических э.д.с. Векторные диаграммы. Представление электрических величин. Активный, индуктивный и емкостной элементы в цепи несинусоидальных периодических э.д.с., напряжениях и токах. Явления резонанса.

#### ТЕМА 6. Основные понятия и уравнения электромагнитного поля

Основные понятия электромагнитного поля. Магнитный поток, магнитная индукция, напряженность. Магнитопроводы, их разновидности, методы расчета. Применение магнитного поля в электрических машинах: трансформаторах, электродвигателях. Уравнения электромагнитного состояния трансформатора. Назначение, устройство, принцип действия и области применения трансформаторов. Понятие о трехфазных и измерительных трансформаторах.

#### ТЕМА 7. Электрические фильтры

Использование в электрических цепях электрических фильтров, их разновидности. Расчеты простейших электрических фильтров, определение параметров. Исследование фильтров.

### 1.3 Указания по выполнению расчетно-графических работ

Рабочей программой курса предусмотрено выполнение трех расчетно-графических работ. Приступить к выполнению очередной работы следует после изучения необходимого учебного материала. При оформлении каждой задачи следует приводить исходную схему с принятыми буквенными обозначениями и числами заданных значений. Схемы и графики должны быть выполнены аккуратно с помощью чертежных инструментов и с использованием стандартных графических обозначений элементов и буквенных обозначений величин, на осях координат должны быть указаны откладываемые значения и единицы их измерения. Решения необходимо сопровождать краткими пояснениями. При использовании справочных материалов необходимо назвать источник, делая ссылку на перечень литературы, приведенный в конце работы. Перечень литературы должен быть оформлен в полном соответствии с требованиями библиографического описания документов.

Все расчеты производятся в абсолютных единицах с использованием системы СИ. Решения следует выполнять сначала в общем виде, затем подставлять числовые величины. При наличии значительных однотипных

вычислений, приводя два-три расчета в качестве примера, результаты внести в таблицу. Результаты вычислений записывать с точностью до третьей значащей цифры. Арифметическая правильность вычислений и указание размерности является обязательным.

Графики и схемы необходимо приводить в работе по ходу расчета. Выводы формул и уравнений, имеющих в литературе, приводить в тексте работ не следует. Текстовая часть работы должна быть написана аккуратно, четким почерком (или отпечатана). Листы должны быть пронумерованы, слова не сокращать.

Если преподаватель предложит переписать какой-то раздел работы, то в этом случае исправления вносятся в текст с тем расчетом, чтобы исправленная работа представляла единое целое. Листы с большим числом исправлений следует переписать. Замечания преподавателя не разрешается ни стирать, ни заклеивать.

Целью расчетно-графических работ является окончательная проверка усвоения студентами соответствующих разделов курса. Приступать к выполнению очередной работы следует после изучения необходимого материала и решения достаточного количества задач из рекомендуемой литературы. При оформлении каждой задачи следует приводить исходную схему с принятыми буквенными обозначениями и числами заданных значений. Рисунки, схемы и графики должны быть выполнены аккуратно в масштабе  $1:10^{10}$  или  $5:10^n$  единиц измерения физической величины, где  $n$  – целое число. Графики следует чертить на миллиметровой бумаге с помощью чертежных инструментов. На осях координаты должны быть указаны откладываемые значения и единиц их измерения. При оформлении контрольной работы нужно указать необходимые расчетные формулы. Конечный результат должен быть выделен из общего текста. Решение задач не следует перегружать приведением всех алгебраических преобразований. Каждый этап решения должен иметь пояснение. Результат вычислений записывать с точностью до третьей значащей цифры. В начале каждой задачи следует привести краткое условие, расчетную схему и исходные данные для своего варианта. В ходе решения давать краткие словесные пояснения. Обязательно приводить размерность всех найденных при расчете значений. Вывод формул и уравнений, имеющих в литературе, приводить в тексте контрольных работ не следует. На титульном листе контрольной работы должно быть указано наименование института и факультета, фамилия, инициалы и шифр студента. В конце работы необходимо привести список использованной литературы, затем поставить дату окончания работы и свою подпись.

Работы по курсу представлены пятьюдесятью вариантами. Вариант определяется двумя последними цифрами шифра-номера зачетной книжки студента. Если две последние цифры более 50, то для определения номера варианта необходимо вычесть 50. Если предпоследняя цифра нуль, то студент должен выполнить вариант, определяемый последней цифрой своего шифра. На

последней странице расчетно-графической работы студент указывает дату и ставит свою подпись.

Объем контрольного задания устанавливается кафедрой. Контрольные задачи, включенные в методические указания, не охватывают всех разделов программы, поэтому для лучшего усвоения материала студентам кроме обязательных контрольных задач рекомендуется решать задачи на все разделы.

## 2 УКАЗАНИЯ К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ 1 «РАСЧЕТ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА»

### 2.1 Задание к расчетно-графической работе 1

Для электрической цепи, схема которой изображена на рисунках 2.1–2.26 (схему и соответствующие значения параметров выбрать в соответствии с вариантом и п. 3.1 настоящих методических указаний), по заданным в таблице 2.1 значениям параметров пассивных элементов и э.д.с. источников, выполнить:

1. Решить задачу методом применения **законов Кирхгофа**.
2. Решить задачу применением метода **контурных токов**.
3. Решить задачу применением метода **узлового напряжения**.
4. Предварительно упростить схему, заменив треугольник с сопротивлением  $R_4$ ,  $R_5$  и  $R_6$  эквивалентной звездой. **Начертить расчетную схему с эквивалентной звездой и показать на ней токи**.
5. Определить **показания вольтметра**.
6. **Составить баланс мощностей** для заданной схемы.

Таблица 2.1 – Значения параметров пассивных элементов и э.д.с. источников

№ варианта	№ рисунка	$R1$ , Ом	$R2$ , Ом	$R3$ , Ом	$R4$ , Ом	$R5$ , Ом	$R6$ , Ом	$E1$ , В	$E2$ , В	$E3$ , В
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
0	2.1	1	1	1	6	6	4	12	5	10
1	2.2	1	1	1	6	6	4	15	10	5
2	2.22	1	1	1	6	6	4	5	10	15
3	2.3	2	2	4	4	6	6	12	24	-
4	2.23	2	2	4	4	6	6	10	15	-
5	2.4	2	2	6	10	-	-	20	10	-
6	2.24	2	6	6	10	-	-	15	20	-
7	2.5	6	6	2	6	-	-	30	10	30
8	2.25	6	6	2	6	-	-	15	10	15
9	2.6	2	2	3	3	4	4	12	12	20
10	2.26	2	2	3	3	4	4	12	12	12
11	2.7	2	2	6	6	4	4	24	12	-

Окончание таблицы 2.1

12	2.22	2	2	6	6	4	4	10	20	-
13	2.8	2	2	2	4	6	-	24	12	24
14	2.23	2	2	2	4	6	-	8	12	8
15	2.9	2	2	2	6	6	6	10	20	15
16	2.24	2	2	2	6	6	6	18	9	24
17	2.10	1	1	4	4	10	-	12	12	-
18	2.25	1	1	4	4	10	-	24	12	-
19	2.11	2	2	4	10	10	-	24	12	24
20	2.26	2	2	4	10	10	-	20	24	12
21	2.12	2	1	6	8	4	10	12	20	30
22	2.22	2	1	6	8	4	10	20	8	12
23	2.13	5	2	1	10	4	2	10	20	30
24	2.24	2	2	2	6	6	6	18	9	24
25	2.10	1	1	4	4	10	-	12	12	-
26	2.25	1	1	4	4	10	-	24	12	-
27	2.11	2	2	4	10	10	-	24	12	24
28	2.26	2	2	4	10	10	-	20	24	12
29	2.24	4	2	6	10	1	2	20	15	
30	2.25	2	4	8	10	2	4	24	12	

2.2 Схемы электрических цепей постоянного тока

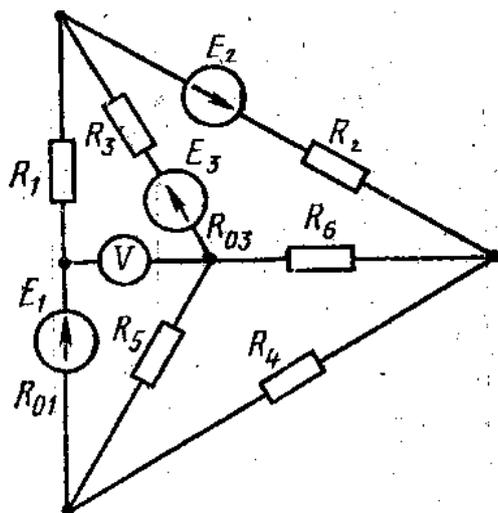


Рисунок 2.1

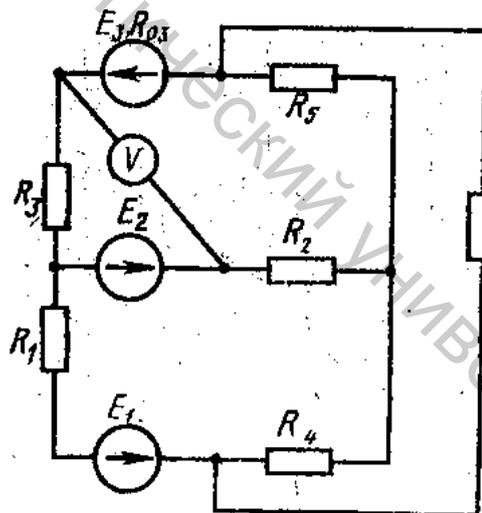


Рисунок 2.2

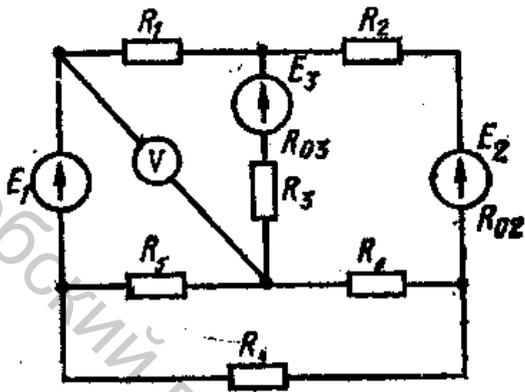


Рисунок 2.3

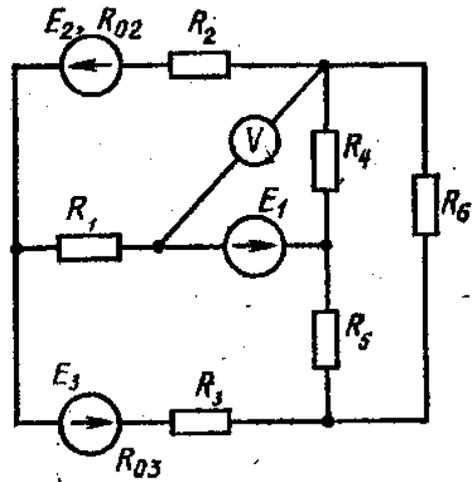


Рисунок 2.4

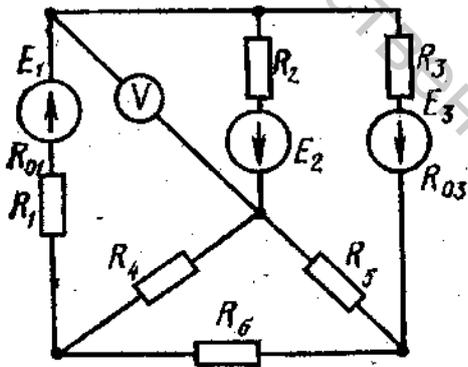


Рисунок 2.5

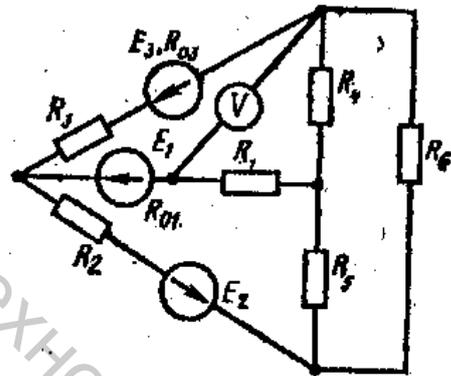


Рисунок 2.6

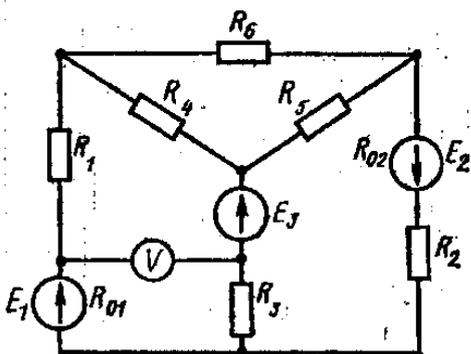


Рисунок 2.7

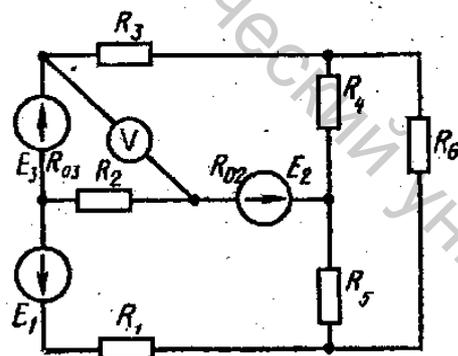


Рисунок 2.8

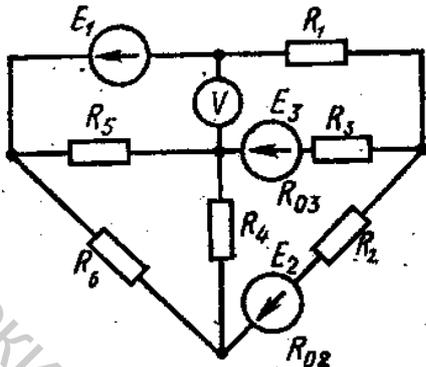


Рисунок 2.9

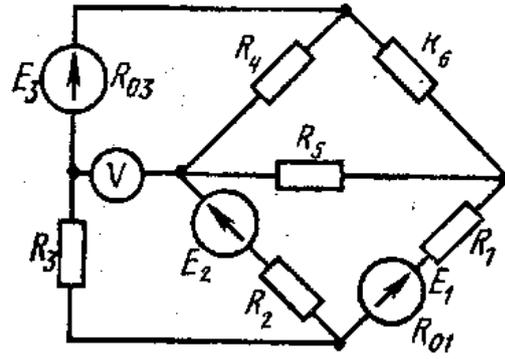


Рисунок 2.10

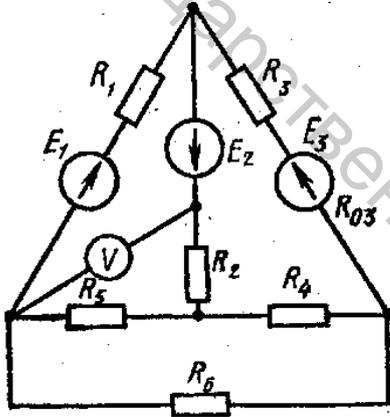


Рисунок 2.11

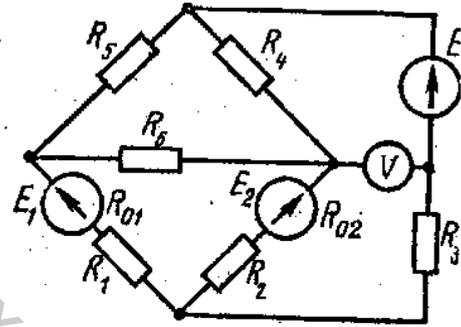


Рисунок 2.12

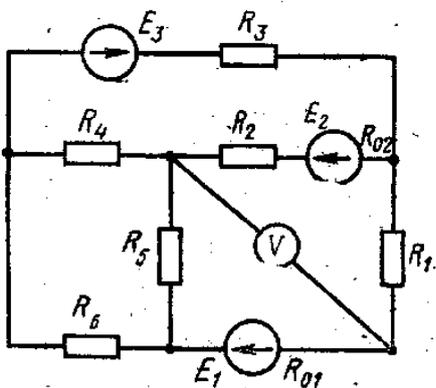


Рисунок 2.13

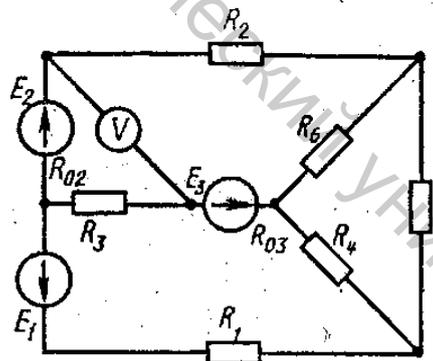


Рисунок 2.14

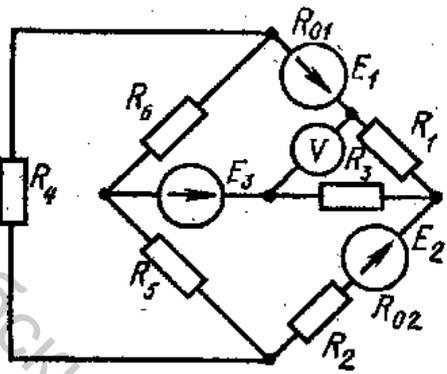


Рисунок 2.15

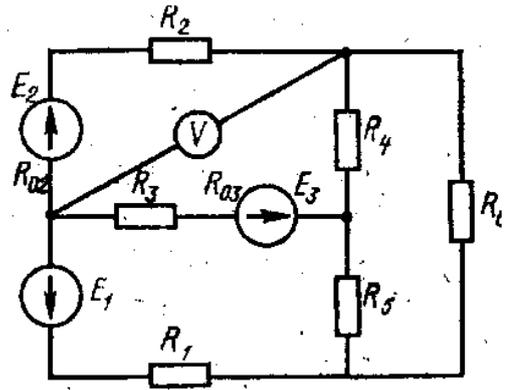


Рисунок 2.16

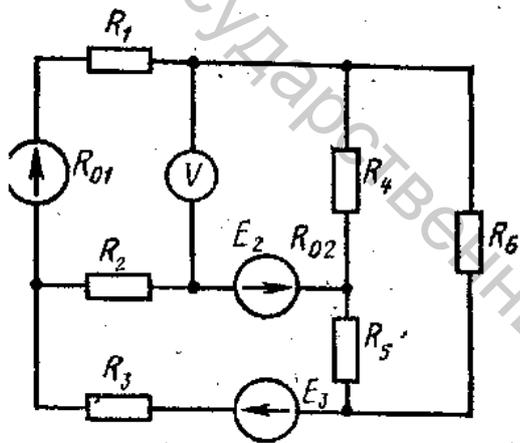


Рисунок 2.17

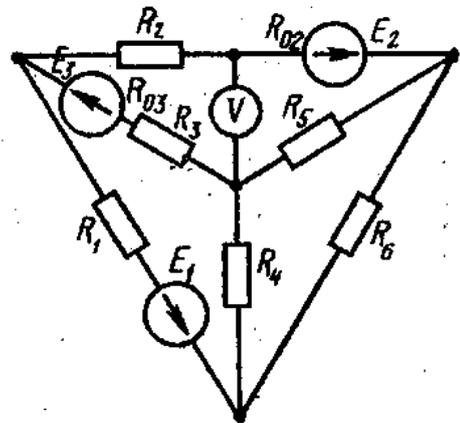


Рисунок 2.18

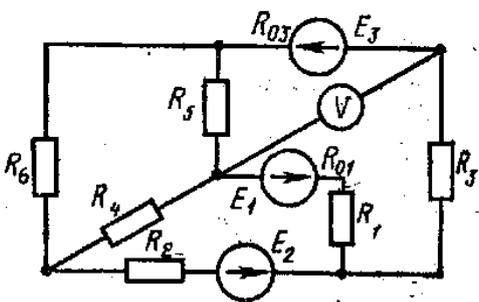


Рисунок 2.19

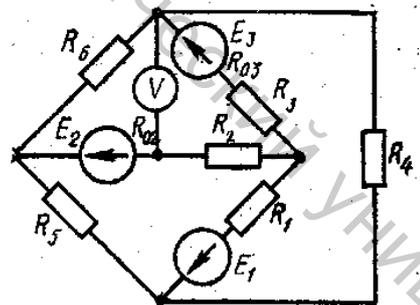


Рисунок 2.20

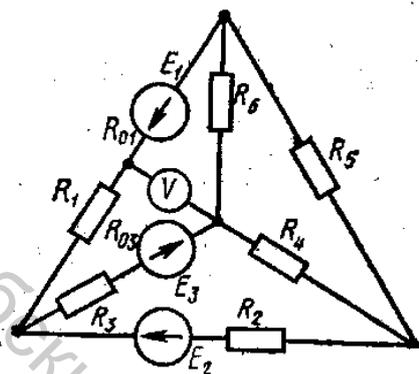


Рисунок 2.21

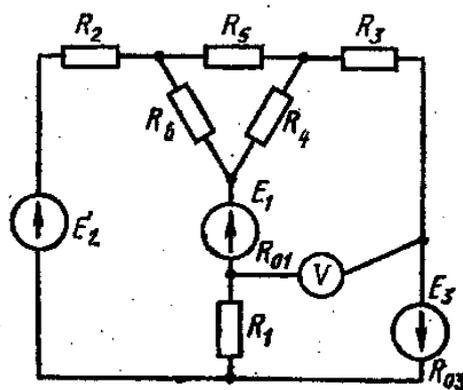


Рисунок 2.22

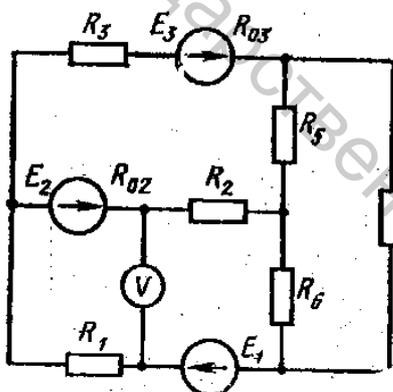


Рисунок 2.23

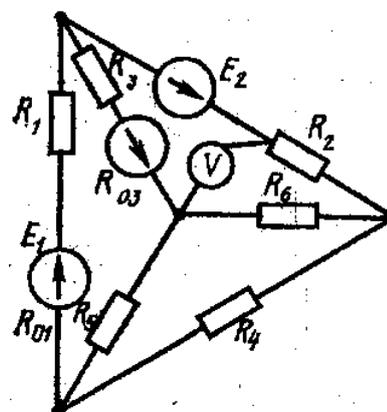


Рисунок 2.24

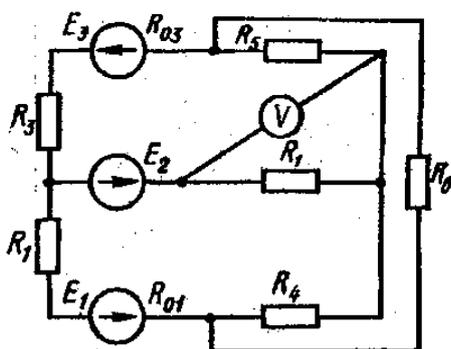


Рисунок 2.25

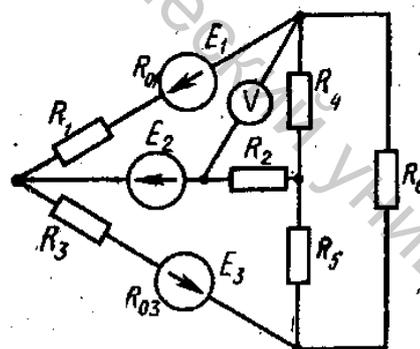


Рисунок 2.26

### 2.3 Указания для анализа сложной электрической цепи постоянного тока

Анализ сложной электрической цепи, при известной конфигурации цепи и параметрах составляющих ее элементов, сводится к нахождению токов во всех ветвях, а также расчета баланса мощностей, при котором алгебраическая сумма мощностей всех источников равна алгебраической сумме мощностей всех приемников. Анализ цепи может быть произведен экспериментально или аналитически – составлением и решением уравнений. Проверка правильности анализа электрической цепи проводится несколькими методами: экспериментальным подтверждением полученных в результате вычислений величин; применением другого метода анализа цепи (например, решение задачи методом непосредственного применения законов Кирхгофа можно проверить методом наложения или другими методами, применяемыми в электротехнике); проверкой сходимости баланса мощностей. Проверка является необходимым шагом для оценки правильности решения задачи.

При решении задачи любым из предложенных методов необходимо сначала упростить схему и рассчитать получившиеся в процессе преобразования значения электротехнических величин.

После преобразования рекомендуется найти все узлы схемы (узел – место электрического соединения трех и более ветвей). Необходимо помнить, что если между двумя соединениями электрических ветвей (между двумя узлами) нет никаких элементов или источников, то такие узлы являются одним узлом, так как обладают одним и тем же электрическим потенциалом. Узел на схеме может не обозначаться точкой, если соединяются три ветви, при большем количестве электрических ветвей, сходящихся в узле, изображение узла необходимо (в месте соединения необходимо ставить точку). Для пояснения решений в процессе решения задачи рекомендуется называть узлы буквами английского алфавита.

Следующим шагом является нахождение всех ветвей электрической схемы. Ветвь – это участок электрической цепи между двумя узлами, по которому протекает один и тот же ток. Следовательно, количество токов в схеме будет равно количеству ветвей.

Примечание: все элементы, находящиеся в пределах одной ветви, соединены последовательно независимо от их места в пределах этой ветви. При переходе через узел начинается другая ветвь, и последовательность соединения элементов теряется. Участок цепи между двумя узлами, на котором отсутствуют элементы, ветвью не является!

При наличии в схеме **одного** источника направление токов в ветвях указывают в соответствии с полярностью источника (для источников постоянного напряжения или тока), начиная с ветви, содержащей источник. Далее, двигаясь по направлению тока до ближайшего узла, ток разветвляется во все ветви, сходящиеся в данном узле с сохранением его направления. Затем,

двигаясь поочередно по каждой из других ветвей, разветвляются в следующем узле и так далее. Все направления токов должны стремиться к отрицательному потенциалу источника.

При наличии в схеме **двух и более** источников, направление токов указывается произвольно.

Примечание: ток, как и ветвь, начинается в одном узле и заканчивается другим узлом, ограничивающим данную ветвь. Через все элементы данной ветви протекает один и тот же ток, но на его величину оказывают влияние все элементы схемы. На схеме ток должен обозначаться стрелкой и названием тока, например,  $I_1$  или  $I_a$ . В пределах одной ветви обозначение тока должно быть указано единожды! **Наличие последующих обозначений токов в пределах одной ветви считается ошибкой.**

При описании решения рекомендуется использовать названия ветвей или контуров в соответствии с названиями узлов, их содержащих. Например: «в ветви ab (AB)» или «в контуре abc (ABC)».

После выполнения решения и получения знаков в вычисленных значениях токов необходимо **указать истинные направления токов в схеме**, имея в виду, что знак «минус» в вычислении тока указывает на его направление, противоположное изначально выбранному.

Параллельным является такое соединение элементов, при котором один из выводов одного элемента соединяется с выводом другого элемента в **одном узле**, и другой вывод элемента соединяется с выводом другого элемента в **другом узле**, т. е. происходит соединение между собой в **обоих узлах**.

Последовательное соединение – соединение элементов, при котором конец предыдущего элемента цепи связан с началом последующего. Ветви не могут быть соединены последовательно.

Соединение треугольником подразумевает наличие трех узлов при соединении элементов (ветвей), где каждый элемент (ветвь) включает два узла из трех.

При соединении элементов звездой имеется общий узел (общая точка) для всех элементов (ветвей), входящих в «звезду».

Все элементы схемы и используемые в расчете электротехнические величины должны иметь читабельные надписи (названия), например,  $R_1$ ,  $E_1$ ,  $I_2$ ,  $U_{ab}$ , а также должны быть указаны необходимые в расчете направления: направления всех токов в ветвях (в контурах), направление обхода контуров, направления напряжений (э.д.с.) в источниках. Схема должна быть читабельна и понятна (должна иметь однозначную трактовку), в соответствии с этим, а также учитывая количество элементов схемы, выбирают ее компоновку и масштаб.

## 2.4 Пример расчета цепи постоянного тока

Рассмотрим пример анализа цепи постоянного тока электрической схемы.

Для электрической схемы, изображенной на рисунке по заданным сопротивлениям э.д.с., выполнить следующее:

1. Составить систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму законам Кирхгофа.
2. Найти все токи, пользуясь методом контурных токов.
3. Составить баланс мощностей для заданной схемы.

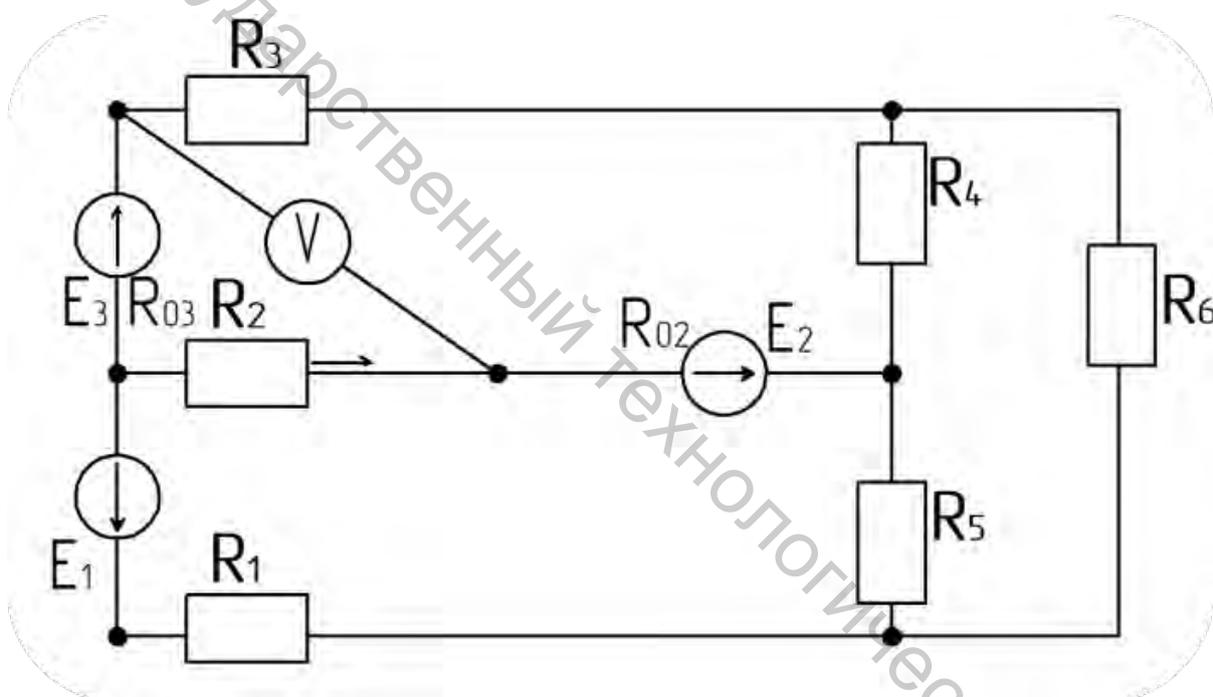


Рисунок 2.27 – Электрическая схема к примеру анализа цепи

Исходные данные

$$R_1=2 \text{ Ом}; \quad R_4=4 \text{ Ом}; \quad R_{01}=0,2 \text{ Ом}; \quad E_2=12 \text{ В};$$

$$R_2=2 \text{ Ом}; \quad R_5=6 \text{ Ом}; \quad R_{02}=0,2 \text{ Ом}; \quad E_3=24 \text{ В};$$

$$R_3=2 \text{ Ом}; \quad R_6=6 \text{ Ом}; \quad R_{03}=0,2 \text{ Ом}; \quad E_1=24 \text{ В};$$

## Решение

1. Составляют на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчёта токов во всех ветвях схемы (рис. 2.28).

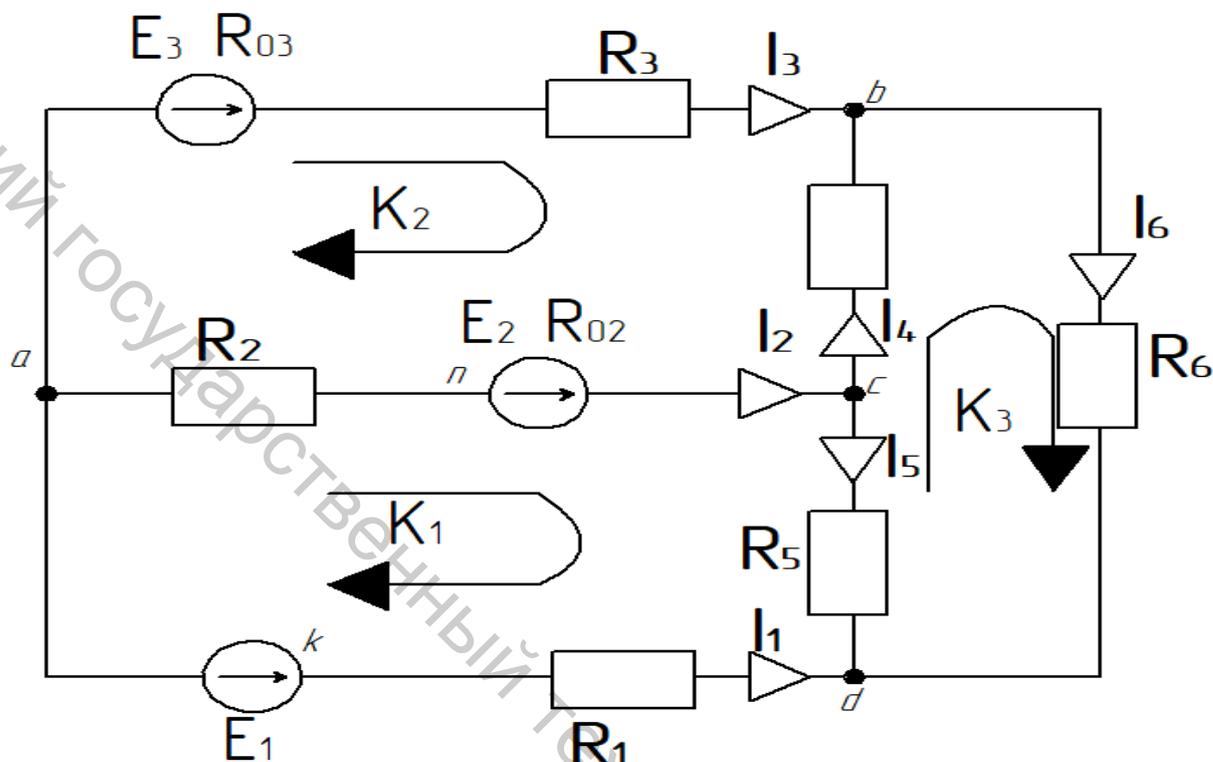


Рисунок 2.28 – Электрическая схема к примеру анализа цепи

Задают направление токов в ветвях. Выбирают необходимое количество контуров и задают их направление обхода. Обозначают узлы.

Для заданной цепи:

$$\begin{aligned} y &= 4 \text{ — число узлов;} \\ b &= 6 \text{ — число ветвей.} \end{aligned}$$

Количество уравнений по первому закону Кирхгофа:

$$n_1 = y - 1 = 3.$$

Количество уравнений по второму закону Кирхгофа:

$$n_2 = b - (y - 1) = 3.$$

Записывается система уравнений по первому и по второму законам Кирхгофа.

$$\left\{ \begin{array}{l} a: -I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ b: I_3 + I_4 - I_6 = 0 \\ c: I_2 - I_4 - I_5 = 0 \\ K_1: I_2(R_2 + R_{02}) - I_5 R_5 - I_1(R_1 + R_{01}) = E_2 - E_1 \\ K_2: I_3(R_3 + R_{03}) - I_4 R_4 - I_2(R_2 + R_{02}) = E_3 - E_2 \\ K_3: I_4 R_4 - I_6 R_6 - I_5 R_5 = 0 \end{array} \right.$$

2. Определим токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.

Система уравнений для контурных токов по второму закону Кирхгофа:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{K1}(R_1 + R_{01} + R_2 + R_{02} + R_5) - I_{K2}(R_2 + R_{02}) - I_{K3}R_5 = E_2 - E_1 \\ I_{K2}(R_2 + R_{02} + R_3 + R_{03} + R_4) - I_{K1}(R_1 + R_{01}) - I_{K3}R_4 = E_2 - E_1 \\ I_{K3}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{K1}R_5 - I_{K2}R_4 = 0 \end{array} \right.$$

Подставляются численные значения. Численная система уравнений примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} 10,6I_{K1} - 2,2I_{K2} - 6I_{K3} = -12 \\ -2,2I_{K1} + 8,4I_{K2} - 4I_{K3} = 12 \\ -6I_{K1} - 4I_{K2} + 16I_{K3} = 0 \end{array} \right.$$

Решение системы уравнений с использованием определителей матрицы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10,4 & -2,2 & -6 \\ -2,2 & 8,4 & -4 \\ -6 & -4 & 16 \end{vmatrix} = 769,6$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -12 & -2,2 & -6 \\ 12 & 8,4 & -4 \\ 0 & -4 & 16 \end{vmatrix} = -710,4$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10,4 & -12,2 & -6 \\ -2,2 & 12,2 & -4 \\ -6 & 0 & 16 \end{vmatrix} = 1112,64$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 10,4 & -2,2 & -12,2 \\ -2,2 & 8,4 & 12,2 \\ -4 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 97,6$$

Определяются контурные токи:

$$I_{K1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -0,923 \text{ A}$$

$$I_{K2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 1,446 \text{ A}$$

$$I_{K3} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0,127 \text{ A}$$

Определяются силы токов, протекающие в ветвях с учетом контурных токов:

$$I_1 = -I_{K1} = 0,923 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{K1} - I_{K2} = -0,923 - 1,446 = -2,369 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{K2} = 1,446 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{K3} - I_{K2} = 0,127 - 1,446 = -1,319 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{K1} - I_{K3} = -0,923 - 0,127 = -1,05 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{K3} = 0,127 \text{ A}.$$

3. Определяются токи в ветвях схемы методом узлового напряжения.

Заменим треугольник сопротивлений  $R_4, R_5$  и  $R_6$  эквивалентной звездой (рис. 2.29).

$$R = R_4 + R_5 + R_6 = 64 + 6 + 6 = 16 \text{ Ом};$$

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R} = \frac{4 \cdot 6}{16} = 1,5 \text{ Ом}$$

$$R_{46} = \frac{R_4 R_6}{R} = \frac{4 \cdot 6}{16} = 1,5 \text{ Ом}$$

$$R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R} = \frac{6 \cdot 6}{16} = 2.25 \text{ Ом}$$

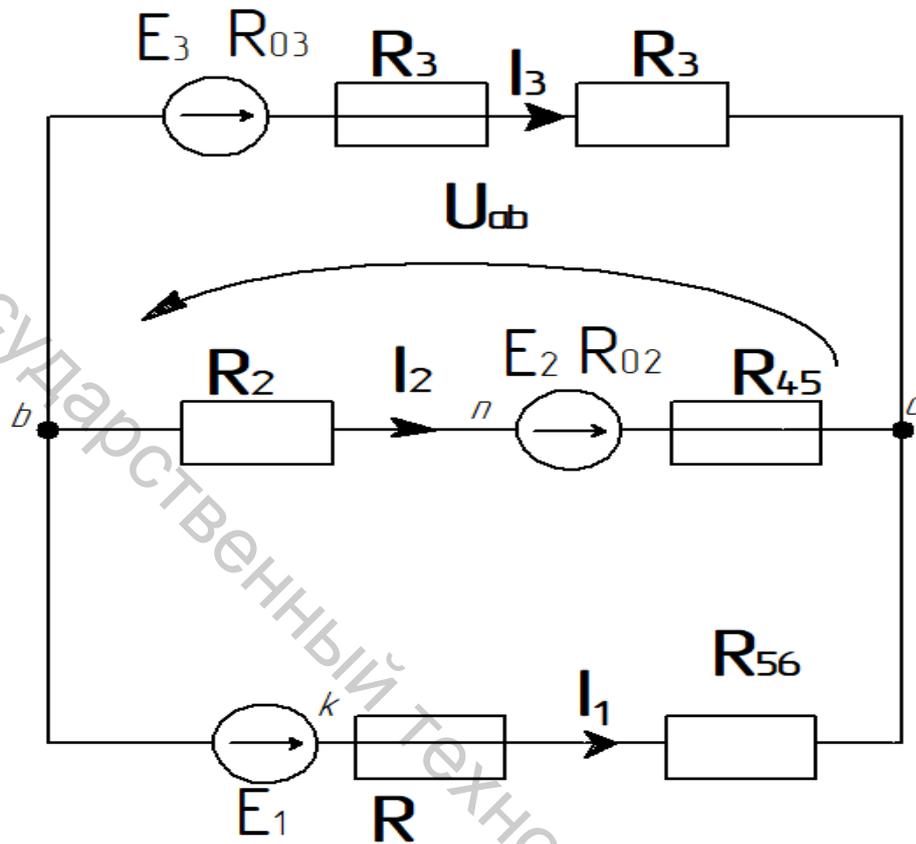


Рисунок 2.29 – Электрическая схема к примеру анализа цепи

Определяется узловое напряжение

$$U_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_{01} + R_{56}} + \frac{E_2}{R_2 + R_{02} + R_{45}} + \frac{E_3}{R_3 + R_{03} + R_{46}}}{\frac{1}{R_1 + R_{01} + R_{56}} + \frac{1}{R_2 + R_{02} + R_{45}} + \frac{1}{R_3 + R_{03} + R_{46}}}$$

$$U_{ab} = \frac{\frac{24}{4,45} + \frac{12}{3,7} + \frac{24}{3,7}}{\frac{1}{4,45} + \frac{1}{3,7} + \frac{1}{3,7}} = 19,9 \text{ В}$$

Определяются силы токов, протекающие в ветвях с учетом узлового напряжения

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1 + R_{01} + R_{56}} = \frac{24 - 19.9}{4.45} = 0.923 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2 + R_{02} + R_{45}} = \frac{12 - 19.9}{3.7} = -2.369 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{E_3 - U_{ab}}{R_3 + R_{03} + R_{46}} = \frac{24 - 19.9}{3.7} = 1.446 \text{ A}.$$

Определяются потенциалы узлов b, c, d.

Полагаем  $\varphi_a = 0$ :

$$\varphi_b = E_3 - I_3 \cdot (R_3 + R_{03}) = 24 - 1.446 \cdot (2 + 0.2) = 20.8188 \text{ В};$$

$$\varphi_c = E_2 - I_2 \cdot (R_2 + R_{02}) = 12 - (-2.369) \cdot (2 + 0.2) = 17.2118 \text{ В};$$

$$\varphi_d = E_1 - I_1 \cdot (R_1 + R_{01}) = 24 - 0.923 \cdot (2 + 0.2) = 21.9694 \text{ В}.$$

Определяются токи в ветвях 4, 5 и 6

$$I_4 = \frac{\varphi_c - \varphi_b}{R_4} = \frac{17.2118 - 20.8188}{4} = -1.319 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_c - \varphi_d}{R_5} = \frac{17.2118 - 21.9694}{6} = -1.05 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_b - \varphi_d}{R_6} = \frac{20.8188 - 21.9694}{6} = 0.127 \text{ A};$$

4. Составляется баланс мощностей для проверки правильности решения (рис. 2.28).

Определяется суммарная мощность источников электрической энергии

$$P_{\text{ист}} = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3;$$

$$P_{\text{ист}} = 24 \cdot 0.923 + 12 \cdot (-2.369) + 24 \cdot 1.446 = 28.5 \text{ Вт}.$$

Определяется суммарная мощность приёмников энергии

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 \cdot (R_1 + R_{01}) + I_2^2 \cdot (R_2 + R_{02}) + I_3^2 \cdot (R_3 + R_{03}) + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6$$

$$P_{\text{пр}} = 0.923^2 \cdot 2.2 + (-2.369^2) \cdot 2.2 + 1.446^2 \cdot 2.2 + (-1.319^2) \cdot 4 + (-1.05^2) \cdot 6 + 0.127^2 \cdot 6 = 32 \text{ Вт}$$

Определяется погрешность расчёта баланса мощностей и правильности расчетов

$$\delta_{\%} = \left| \frac{P_{\text{ист}} - P_{\text{пр}}}{P_{\text{ист}}} \right| \cdot 100 = \frac{28,5 - 32}{28,5} \cdot 100 = 12,28$$

Формируется вывод о проделанной работе.

### 3 ЗАДАНИЕ К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ 2 «РАСЧЕТ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА»

**Задание.** Для электрической цепи, схема которой изображена на рисунках 3.1–3.25, по заданным в таблице 3.1 параметрам пассивных элементов и э.д.с. источника, определить действующие значения и начальные фазы токов во всех ветвях цепи и напряжений на отдельных участках. Рассчитать активные, реактивные и полные мощности отдельных участков и всей цепи. Составить уравнения баланса активных и реактивных мощностей. Указать показания приборов, изображенных на рисунке. Построить векторную диаграмму напряжений.

#### 3.1 Задание к расчетно-графической работе 2

Согласно заданному преподавателем варианту студент из таблицы 3.1 для указанной схемы выписывает значения параметров пассивных элементов цепи, действующее значение э.д.с. и частоту источника. Изображения схем приведены на рисунках.

Таблица 3.1 – Значения параметров элементов цепи и э.д.с. источника

Номера		E, В	f, Гц	C <sub>1</sub> , мкФ	C <sub>2</sub> , мкФ	C <sub>3</sub> , мкФ	L <sub>1</sub> , мГн	L <sub>2</sub> , мГн	L <sub>3</sub> , мГн	R <sub>1</sub> , Ом	R <sub>2</sub> , Ом	R <sub>3</sub> , Ом
варианта	рисунков											
1	3.1	150	50	637	300	---	---	---	15,9	2	3	4
2	3.2	100	50	---	---	100	15,9	9	15,9	8	3	4
3	3.3	120	50	637	---	---	---	15,9	15,9	8	3	4
4	3.4	200	50	---	300	---	15,9	---	15,9	8	3	4
5	3.5	220	50	637	---	100	---	47,7	---	8	-	4
6	3.6	100	50	100	300	---	15,9	---	115	10	-	100
7	3.7	120	50	---	---	100	15,9	---	115	---	4	100
8	3.8	200	50	---	159	---	---	---	115	10	4	100
9	3.9	220	50	---	318	---	15,9	---	---	10	4	100
10	3.10	50	50	---	637	---	15,9	6,37	115	5	---	8
11	3.11	100	50	637	---	100	---	---	115	---	10	8
12	3.12	120	50	---	300	100	31,8	---	---	5	---	8
13	3.13	200	50	---	---	100	31,8	---	---	5	10	8
14	3.14	220	50	637	---	200	---	15,9	---	5	10	8
15	3.15	150	50	100	---	200	---	15,9	---	10	2	10
16	3.16	100	50	---	1600	200	31,8	---	---	---	8	10
17	3.17	120	50	100	---	200	---	15,9	---	10	8	10
18	3.18	200	50	637	---	200	---	31,8	---	---	8	10
19	3.19	220	50	---	1600	---	31,8	---	95	10	8	-
20	3.20	50	50	---	159	---	31,8	---	95	15	10	10
21	3.21	100	50	---	159	200	15,9	---	---	15	---	10
22	3.22	120	50	---	159	200	15,9	---	---	---	10	20
23	3.23	200	50	637	159	200	---	31,8	95	15	10	20
24	3.24	220	50	637	159	---	---	---	95	---	10	20
25	3.25	150	50	---	159	---	25	---	95	6	10	20
26	3.26	100	50	637	159	637	---	---	95	6	---	20
27	3.22	100	50	---	159	---	25	---	95	6	4	---
28	3.23	200	50	---	159	637	25	---	95	6	---	20
29	3.24	220	50	637	---	637	---	9	---	6	---	20
30	3.25	50	50	318	637	---	---	---	31,8	---	10	40

Схемы электрических цепей однофазного синусоидального тока

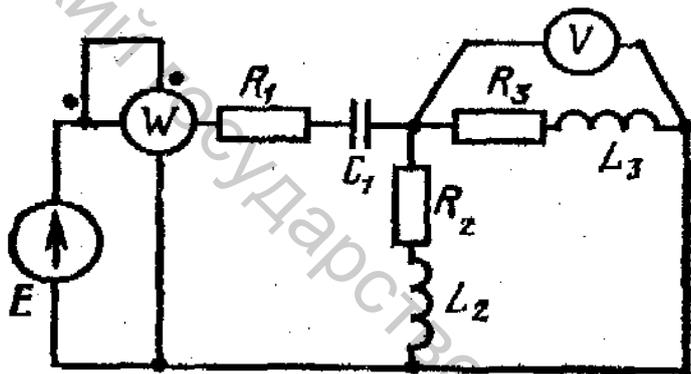


Рисунок 3.1

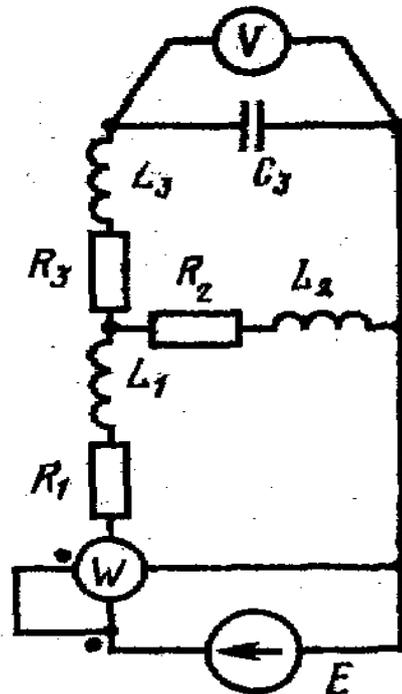


Рисунок 3.2

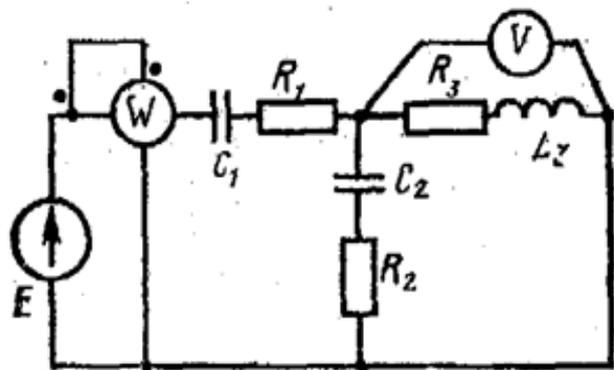


Рисунок 3.3

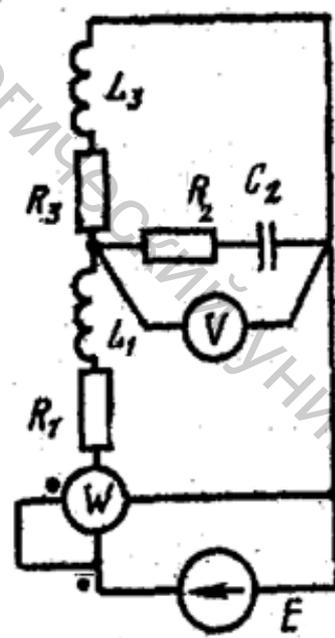


Рисунок 3.4

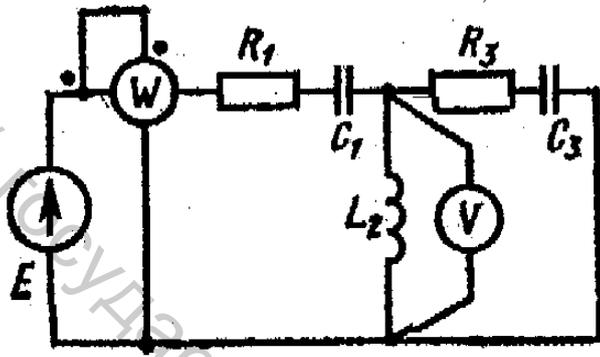


Рисунок 3.5

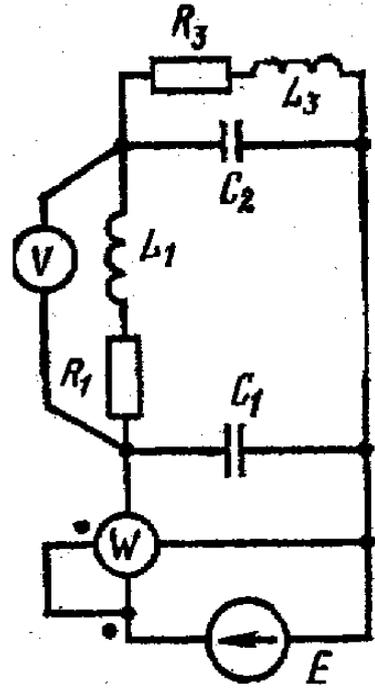


Рисунок 3.6

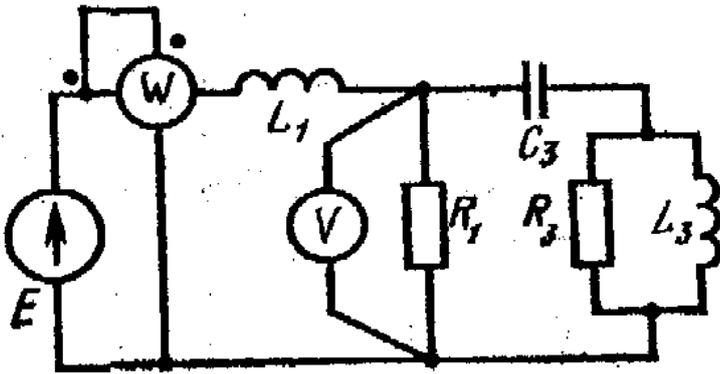


Рисунок 3.7

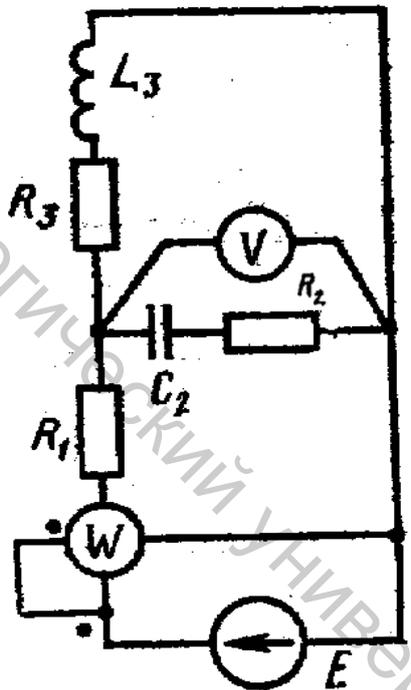


Рисунок 3.8

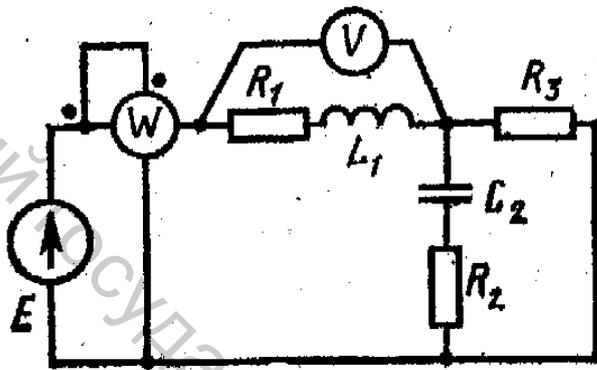


Рисунок 3.9

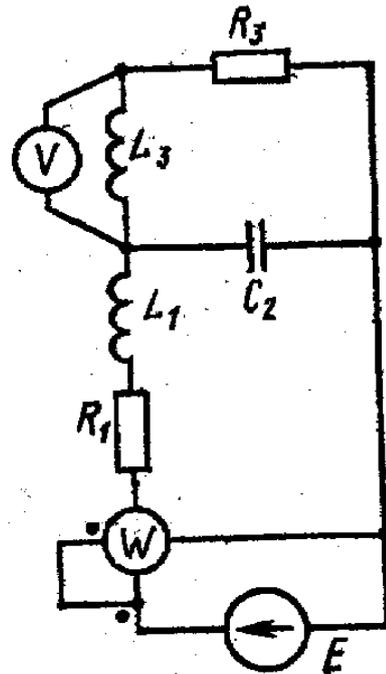


Рисунок 3.10

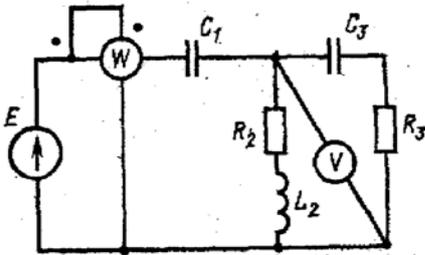


Рисунок 3.11

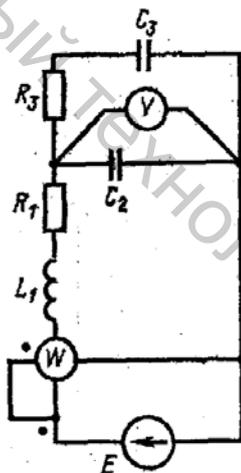


Рисунок 3.12

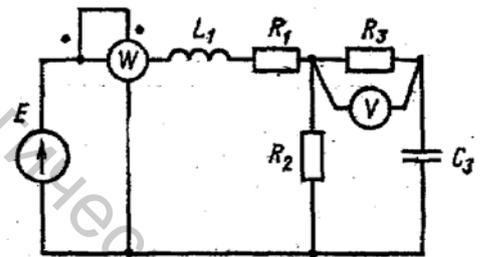


Рисунок 3.13

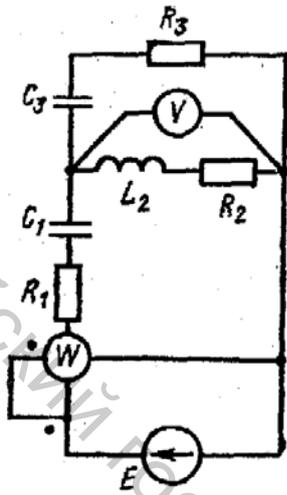


Рисунок 3.14

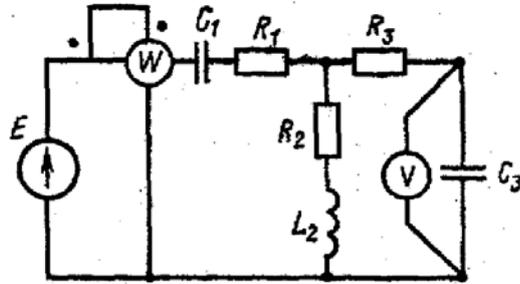


Рисунок 3.15

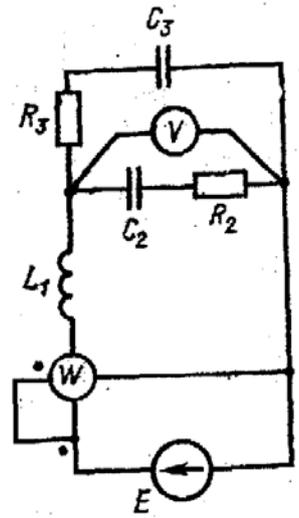


Рисунок 3.16

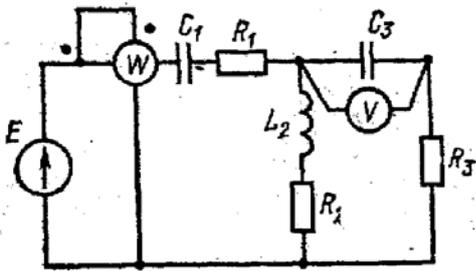


Рисунок 3.17

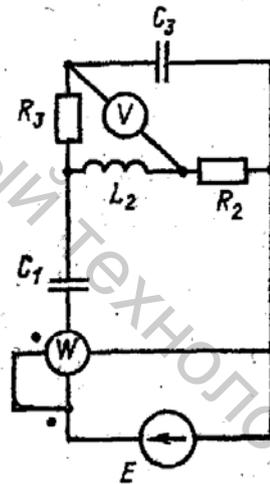


Рисунок 3.18

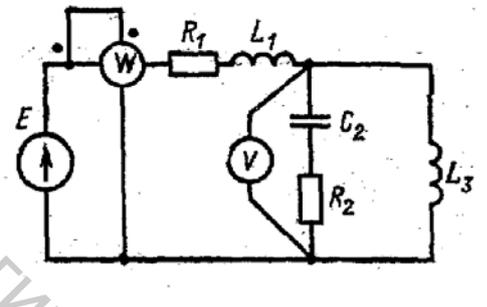


Рисунок 3.19

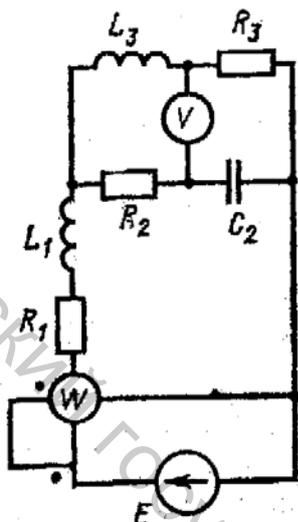


Рисунок 3.20

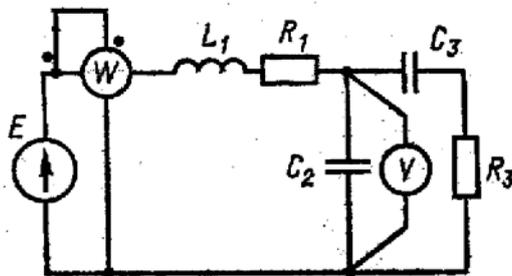


Рисунок 3.21

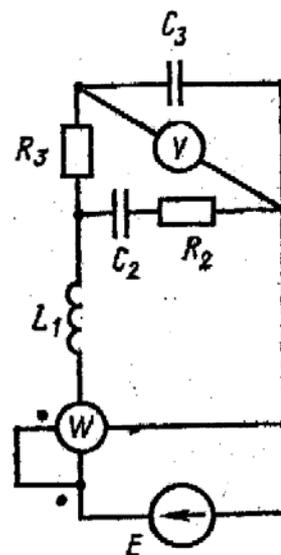


Рисунок 3.22

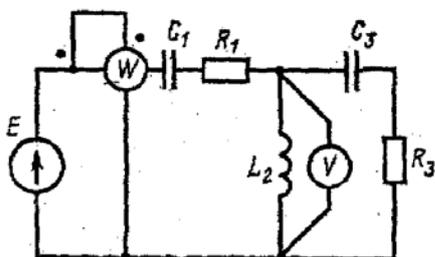


Рисунок 3.23

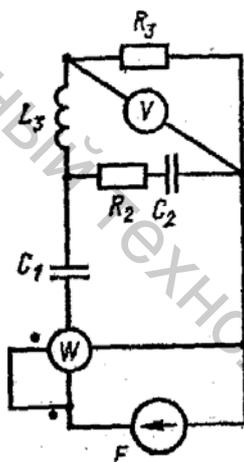


Рисунок 3.24

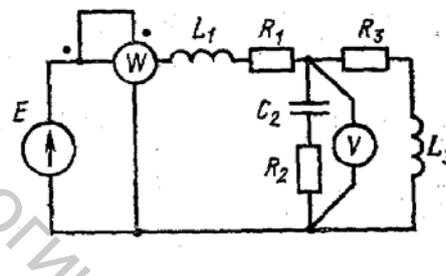


Рисунок 3.25

### 3.2 Указания по выполнению расчетно-графической работы 2

При выполнении данной расчетно-графической работы необходимо произвести расчет простой цепи синусоидального тока. Расчет таких цепей значительно сложнее расчета простых цепей постоянного тока, так как токи и напряжения изменяются во времени синусоидально. Поэтому при вычислениях приходится учитывать не только действующие значения, но и сдвиги по фазе между синусоидальными величинами.

Расчет цепи можно упростить и сделать его аналогичным расчету цепи постоянного тока, если воспользоваться символическим методом. Этот метод

базируется на использовании комплексных чисел. Для этого вводятся понятия комплексных действующих значений тока, напряжения и э.д.с.:

$$\dot{I} = Ie^{j\alpha_I}, \dot{U} = Ue^{j\alpha_U}, \dot{E} = Ee^{j\alpha_E},$$

где  $\dot{I}$ ,  $\dot{U}$ ,  $\dot{E}$  – комплексные действующие значения или просто комплексы тока, напряжения и э.д.с.;  $I$ ,  $U$ ,  $E$  – действующие значения тока, напряжения и э.д.с.;  $\alpha_I$ ,  $\alpha_U$ ,  $\alpha_E$  – начальные фазы тока, напряжения и э.д.с.;  $j = \sqrt{-1}$  – называется в теории комплексных чисел мнимой единицей.

Если, например, ток в цепи меняется по закону

$$i = 14,2 \sin(314t + 60^\circ),$$

то комплекс этого тока будет равен

$$I = 10e^{j60^\circ} \text{ A},$$

так как

$$I = \frac{\text{Im}}{\sqrt{2}} = \frac{14,2}{\sqrt{2}} = 10 \text{ A}.$$

В комплексной форме можно выразить сопротивления и проводимости. При этом комплексное сопротивление цепи обозначается  $\underline{Z}$ , а комплексная проводимость –  $\underline{Y}$ . При обозначении комплексных величин принято ставить точки только над теми комплексами, которые изображают синусоидально изменяющиеся величины. Поэтому для комплексов сопротивления и проводимости вместо точки над буквой ставят черту снизу.

Комплексное сопротивление определяют по выражениям

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} e^{j\varphi} = Ze^{j\varphi} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi = R + jX,$$

где  $Z$  – полное сопротивление, равно

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{U}{I};$$

где  $R$  – активное сопротивление;  $X$  – реактивное сопротивление;  $\varphi = \alpha_U - \alpha_I$  – угол сдвига по фазе между напряжением и током.

### 3.3 Пример расчета цепи переменного тока

Для электрической цепи, по заданным параметрам и э.д.с. источника, определить действующие значения и начальные фазы токов во всех ветвях цепи и напряжений на отдельных участках. Рассчитать активные, реактивные и полные мощности отдельных участков и всей цепи. Составить уравнение баланса активных и реактивных мощностей. Указать показания приборов, изображенных на рисунке.

**Дано:**  $E = 100$  В,  $f = 50$  Гц,  $C_2 = 318$  мкф,  $L_3 = 15,9$  мГн,  $R_1 = 2$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 4$  Ом.

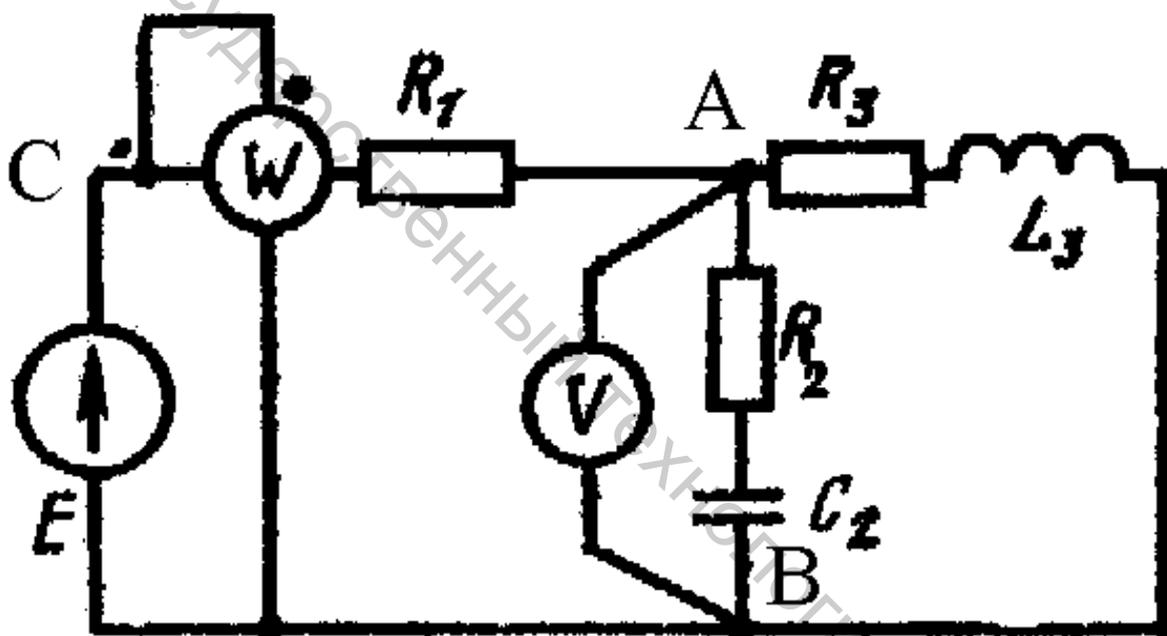


Рисунок 3.26 – Схема цепи синусоидального тока

**Решение:**

1. Указывают направления токов в ветвях.
2. Определяют сопротивления реактивных элементов.

$$X_{L3} = \omega \cdot L_3 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_3 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 15,9 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ Ом.}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 318 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ Ом.}$$

3. Выражают э.д.с. источника и сопротивление ветвей в комплексной форме:

$$\dot{E} = E \cdot e^{j\alpha} = 100 \cdot e^{j0^\circ} = 100B,$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j \cdot 0 = 2 = 2 \cdot e^{j0^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j \cdot (x_L - x_{C_2}) = 10 - j \cdot 10 = \sqrt{10^2 + 10^2} \cdot e^{-j45^\circ} = 10\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ} = 14 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j \cdot (x_{L_3} - x_{C_3}) = 4 + j \cdot (5 - 0) = 10 - j \cdot 10 = \sqrt{10^2 + 10^2} \cdot e^{-j45^\circ} = 10\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ} = 14 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ Ом}.$$

4. Рассчитывают эквивалентное комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{10\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ} \cdot \sqrt{41} \cdot e^{j51^\circ}}{10 - j \cdot 10 + 4 + j5} = \frac{10\sqrt{82} \cdot e^{j51^\circ - j45^\circ}}{14 - j5} = \frac{10\sqrt{82} \cdot e^{j6^\circ}}{\sqrt{14^2 + 5^2} \cdot e^{-j20^\circ}} =$$

$$\frac{10\sqrt{82} \cdot e^{j6^\circ}}{\sqrt{221} \cdot e^{-j20^\circ}} = 10 \sqrt{\frac{82}{221}} \cdot e^{j6^\circ + j20^\circ} = 10 \sqrt{\frac{82}{221}} \cdot e^{j26^\circ} = 6,09 \cdot \cos 26^\circ + j6,09 \cdot \sin 26^\circ =$$

$$6,09 \cdot 0,9 + j \cdot 6,09 \cdot 0,44 = 5,48 + j \cdot 2,6814 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{ЭКВ} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 2 + 5,48 + j \cdot 2,68 = 7,48 + j \cdot 2,68 = \sqrt{7,48^2 + 2,68^2} \cdot e^{j19,7^\circ} =$$

$$\sqrt{55,95 + 7,18} \cdot e^{j19,7^\circ} = 7,95 \cdot e^{j19,7^\circ} \text{ Ом}.$$

5. Определяют ток в ветви, содержащей источник, а затем напряжения и токи других ветвей:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}_{ЭКВ}} = \frac{100}{7,95 \cdot e^{j19,7^\circ}} = 12,6 \cdot e^{-j19,7^\circ} \text{ А,}$$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_{23} = 12,6 \cdot e^{-j19,7^\circ} \cdot 6,09 \cdot e^{j26^\circ} = 76,9 \cdot e^{j6,3^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_2} = \frac{76,9 \cdot e^{j6,3^\circ}}{14 \cdot e^{-j45^\circ}} = 5,5 \cdot e^{j51,3^\circ} \text{ А,}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_3} = \frac{76,9 \cdot e^{j6,3^\circ}}{6,4 \cdot e^{j51^\circ}} = 12 \cdot e^{-j44,7^\circ} \text{ А,}$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 12,6 \cdot e^{-j19,7^\circ} \cdot 2 \cdot e^{j0^\circ} = 25,2 \cdot e^{-j19,7^\circ} \text{ В.}$$

6. Зная комплексные значения токов и напряжений, определяют их действующие значения и начальные фазы:

$$I_1 = 12,6 \text{ А, } \alpha_{I_1} = 19,7^\circ ,$$

$$I_2 = 5,5 \text{ А, } \alpha_{I_2} = 51,3^\circ ,$$

$$I_3 = 12 \text{ А, } \alpha_{I_3} = -44,7^\circ ,$$

$$U_{AB} = 76,9 \text{ В, } \alpha_{U_{AB}} = 6,3^\circ ,$$

$$U_{CA} = 25,2 \text{ В, } \alpha_{U_{AC}} = -19,7^\circ .$$

7. Рассчитывают мощности отдельных участков и всей цепи:

$$\underline{S}_1 = \dot{U}_{CA} \cdot \dot{I}_1^* = 25,2 \cdot e^{-j19,7^\circ} \cdot 12,6 \cdot e^{j19,7^\circ} = 318 \cdot e^{j0^\circ} = 318 \text{ В} \cdot \text{А,}$$

$$P_1 = 318 \text{ Вт}, Q_1 = 0, S_1 = 318 \text{ В} \cdot \text{А} ,$$

$$\underline{S}_2 = \dot{U}_{AB} \cdot I_2^* = 76,9 \cdot e^{j6,3^\circ} \cdot 5,5 \cdot e^{-j51,3^\circ} = 423 \cdot e^{-j45^\circ} = 423 \cdot \cos 45^\circ - j \cdot 423 \cdot \sin 45^\circ = 299 - j \cdot 299$$

$$B \cdot A,$$

$$P_2 = 299 \text{ Вт}, Q_2 = -299 \text{ вар}, S_2 = 423 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$\underline{S}_3 = \dot{U}_{AB} \cdot I_3^* = 76,9 \cdot e^{j6,3^\circ} \cdot 12,6 \cdot e^{j44,7^\circ} = 923 \cdot \cos 51^\circ + j \cdot 923 \cdot \sin 51^\circ = 581 + j \cdot 717$$

$$B \cdot A,$$

$$P_3 = 581 \text{ Вт}, Q_3 = 717 \text{ вар}, S_3 = 923 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$\underline{S} = \dot{E} \cdot I_1^* = 100 \cdot 12,6 \cdot e^{j19,7^\circ} = 1260 \cdot e^{j19,7^\circ} = 1260 \cdot \cos 19,7^\circ + j \cdot 1260 \cdot \sin 19,7^\circ = 1198 + j \cdot 418 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$P = 1198 \text{ Вт}, Q_3 = 418 \text{ вар}, S_3 = 1260 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

8. Составляют уравнения баланса активных и реактивных мощностей цепи. Из закона сохранения энергии следует, что должны выполняться равенства:

$$P = P_1 + P_2 + P_3,$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

$$1198 = 318 + 299 + 581 = 1198 \text{ Вт},$$

$$418 = 0 - 299 + 717 = 418 \text{ вар}.$$

Баланс активных мощностей и баланс реактивных мощностей соблюдается. Включенный ваттметр измеряет активную мощность всей цепи. Его показание равно 1198 Вт. Вольтметр измеряет действующее значение напряжения на участке АВ схемы  $U_{AB} = 76,9 \text{ В}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Касаткин, А. С. Электротехника / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – Москва : Высшая школа, 2003. – 542 с.
2. Электротехника / В. Г. Герасимов [и др.]; под ред. В. Г. Герасимова. – Москва : Высшая школа, 1985. – 768 с.
3. Рыбаков, Н. С. Электротехника / Н. С. Рыбаков. – Москва : РИОР, 2007. – 160 с.
4. Борисов, Ю. М. Электротехника / Ю. М. Борисов [и др.]. – Москва : Энергоиздат, 1985. – 559 с.
5. Бутырин, П. А. Электротехника / П. А. Бутырин. – Москва : Академия, 2007. – 272 с.
6. Москаленко, В. В. Электрический привод / В. В. Москаленко. – Москва : Высшая школа, 2000. – 368 с.
7. Ильинский, Н. Ф. Основы электропривода / Н. Ф. Ильинский. – Москва : МЭИ, 2007. – 224 с.
8. Справочник по электрическим машинам. Том 1 / под ред. И. П. Копылова, Б. К. Клокова. – Москва : Энергоатомиздат, 1988. – 456 с.

Учебное издание

## Теоретические основы электротехники

Методические указания по выполнению расчетно-графических работ

Составитель:

Новиков Юрий Васильевич

Редактор *Т.А. Осипова*

Корректор *Т.А. Осипова*

Компьютерная верстка *Ю.В. Новиков*

---

Подписано к печати 17.03.2020. Формат 60x90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Усл. печ. листов 2,3.

Уч.-изд. листов 3,0. Тираж 30 экз. Заказ № 97.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»  
210038, г. Витебск, Московский пр., 72.

Отпечатано на ризографе учреждения образования

«Витебский государственный технологический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 3/1497 от 30 мая 2017 г.