

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ПРИВОДА, СОСТОЯЩЕГО ИЗ ПРУЖИНЫ С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ И УПРУГОЙ КОНТРПРУЖИНЫ

Е.Д. Вдовин, А.Е. Волков, М.А. Хусаинов*

198904 Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Библиотечная пл., 2, НИИММ СПбГУ
Великий Новгород, НовГУ

Произведено моделирование сборки и рабочего цикла элемента привода, состоящего из пружины из материала с памятью формы и стальной контрпружины. Для описания механического поведения сплава с памятью формы использован подход, развитый в структурно-аналитической теории прочности. Найдены зависимости хода от установочного зазора, жесткости упругой контрпружины и максимальной температуры нагрева. Полученные результаты позволяют осуществлять подбор параметров пружин, как частей привода.

1. Введение

Сплавы с эффектом памяти формы (ЭПФ) благодаря их особым свойствам находят все большее применение при создании различного рода датчиков, приводов и регуляторов. Главным компонентом таких устройств является комбинация активного элемента из сплава с ЭПФ, генерирующего перемещение при повышении температуры, и противодействующего упругого элемента, возвращающего активный элемент в исходное состояние при охлаждении. Приводы, изготовленные по этому принципу, отличаются компактностью, простотой изготовления, надежностью срабатывания, низким уровнем шума, отсутствием толчков. Их основными характеристиками являются максимальное перемещение (ход) и усилие, которое привод может развивать при нагреве. Эти характеристики зависят от параметров активного и упругого элементов. Для случая пружины это диаметр проволоки, количество витков и характеристики материала, из которого она изготовлена. Важным фактором является также диапазон рабочих температур. В настоящее время разработаны практические способы проектирования приводов, основанные на использовании диаграмм изотермического деформирования сплава с памятью формы и феноменологических формул, описывающих накопление деформации за счет пластичности превращения [1]. Однако такая методика не позволяет определить температурную кинетику генерации перемещения приводом, в особенности в условиях переменного напряжения, развиваемого контрпружиной.

Целью настоящей работы является моделирование работы пружинного привода, основанное на использовании методологии работ [2,3]. Этот подход дает возможность описать механическое поведение сплава с ЭПФ при произвольных изменениях температуры и напряжений. Использовали вариант записи определяющих уравнений, учитывающий поликристаллическую структуру материала с памятью формы и вызывающие превращение термодинамические силы, появляющиеся в поле переменных температуры и напряжения [4]. Полная постановка задачи включала также условия сопряжения активного и упругого элементов.

2. Постановка задачи

Рассматривали привод, схема которого приведена на рис. 1. Он представляет собой систему, состоящую из двух пружин: активной, выполненной из сплава TiNi, и упругой стальной контрпружины.

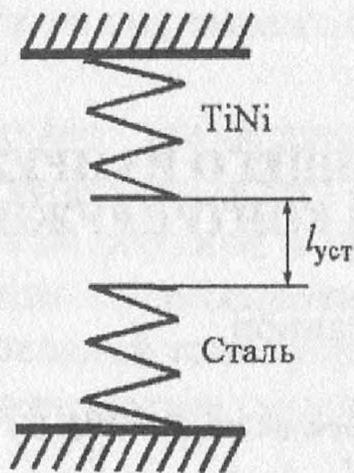


Рис. 1. Принципиальная схема рабочего элемента.

Предполагали, что сборка производится путем растяжения обеих пружин одинаковыми силами, такими что выбирается установочный зазор $l_{уст}$, после чего концы пружин соединяются. В дальнейшем, при нагреве, активная пружина сжимается, растягивая контрпружину, а при охлаждении — растягивается за счет эффекта пластичности превращения под действием упругой пружины. В целях упрощения расчетов предполагали, что проволока, из которой изготовлены пружины, работает только на кручение, т.е. усилие F , приложенное к пружине, вызывает касательное напряжение

$$\tau = \frac{8D}{\pi d^3} F, \quad (1)$$

где D — средний диаметр витка, а d — диаметр проволоки. Данное уравнение отвечает линейному распределению касательных напряжений по радиусу, при котором τ , равно максимальному касательному напряжению. Характер распределения напряжений в пружине из TiNi зависит от температуры и нагрузки и заранее неизвестен. Для простоты расчетов будем предполагать, что (1) приближенно выполняется и для пружины из TiNi (например оно будет выполнено, если пружина изготовлена из трубки с некоторым соотношением радиуса и толщины стенок, а распределение напряжений однородно).

Для связи между перемещением конца пружины u и максимальной величиной сдвига γ использовали обычную формулу

$$\gamma = \frac{d}{\pi D^2 n_p} u, \quad (2)$$

где n_p — число рабочих витков пружины. Используя соотношения (1) и (2) легко получить жесткость стальной пружины $K_{ст}$

$$K_{ст} = G \frac{d_{ст}^4}{8D_{ст}^3 n_p}, \quad (3)$$

где G — модуль сдвига стали. Уравнения (1) и (2) позволяют применить для расчета перемещения конца пружины из TiNi реологические уравнения структурно-аналитической теории прочности [2].

Функционирование элемента зависит от способа задания начальной деформации пружины из сплава с ЭПФ. Рассматривали два способа сборки.

1. *Горячая сборка*: при температуре выше температуры конца обратного мартенситного превращения A_k . При последующем термоциклировании на этапе охлаждения происходило дополнительное деформирование активной пружины (пружины из сплава с ЭПФ) с релаксацией усилия F , а на этапе нагрева — частичное восстановление ее размеров, сопровождаемое генерацией реактивных напряжений.

2. *Холодная сборка*: охлаждение активной пружины до мартенситного состояния с последующим соединением обеих пружин.

Факт соединения пружин математически выражали в виде граничного условия

$$\Delta\tau + k\Delta\gamma = 0, \quad (4)$$

где коэффициент k выражается через жесткость стальной пружины K_{cm} уравнением вида

$$k = \frac{8D^3 n_p}{d^4} K_{cm}. \quad (5)$$

Уравнения (1-6) позволяют рассчитывать зависимости от температуры хода элемента u_{max} , напряжения и деформации активной пружины. Кроме того, была учтена пластическая деформация материала в аустенитном состоянии при достаточно высоких значениях напряжений.

3. Определяющие уравнения

Учитывали зернистое строение материала и симметрию кристаллической решетки материала. Макроскопическую деформацию ε^m представительного объема V_0 в лабораторном базисе находили как среднее значение деформаций зерен по формуле:

$$\varepsilon^m = \frac{1}{\Omega} \sum_{\omega=1}^{\Omega} R_{\omega} \varepsilon_{\omega}^{gr} R_{\omega}^{-1},$$

где $\varepsilon_{\omega}^{gr}$ — деформация в зерне номер ω , отнесенная к кристаллографическому базису; R_{ω} — матрица поворота, переводящая лабораторный базис в кристаллофизический базис зерна ω ; Ω — количество зерен в объеме V_0 . Деформацию зерна представляли как сумму фазовой деформации ε^{Ph} , порождаемой превращением аустенита в мартенсит, аккомодационной микропластической ε^{MP} и пластической деформации ε^P за счет дислокационного скольжения (номер зерна ω для краткости опущен):

$$\varepsilon^{gr} = \varepsilon^{Ph} + \varepsilon^{MP} + \varepsilon^P.$$

Для описания фазовой деформации считали, что в зерне может образоваться N кристаллографически эквивалентных вариантов мартенсита. Если известна матрица тензора дисторсии D относительно кристаллофизического базиса аустенита для одного из вариантов превращения, то матрицы дисторсий D_n для остальных вариантов вычисляются путем поворота D операторами P_n , принадлежащими точечной группе симметрии аустенита:

$$D_n = P_n D P_n^{-1}, \quad n=1, \dots, N.$$

Посредством усреднения фазовых деформаций по всем вариантам мартенсита, содержащимся в зерне, рассчитывается полная фазовая деформация зерна. Сумму этой и микропластической деформации (в кристаллофизическом базисе) представляли в виде:

$$\varepsilon^{Ph} + \varepsilon^{MP} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\Phi_n + \Phi_n^{MP}) D_n, \quad n=1, \dots, N.$$

где $(1/N)\Phi_n$ — относительная объемная доля n -го варианта ориентации мартенсита, а Φ_n^{MP} — мера микропластической деформации, образующейся при аккомодации мартенсита, формула для расчета которой приведена дальше. Объемная доля мартенсита в каждом зерне равна

$$\Phi^{gr} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n, \quad n=1, \dots, N.$$

Описание кинетики изменения количества Φ_n n -го варианта мартенсита в зерне производится, как в работе [4], в терминах движущей термодинамической силы превращения F_n^t и силы сопротивления F_n^{mix} , обусловленной упругой энергией поля напряжений, возникающих при смешивании мартенсита и аустенита:

$$F_n^i = -N \frac{\partial G_i}{\partial \Phi_n}, \quad F_n^{\text{mix}} = N \frac{\partial G^{\text{mix}}}{\partial \Phi_n},$$

где G_i , G^{mix} — части термодинамического потенциала Гиббса, соответственно представляющих вклад собственно мартенсита и аустенита и вклад от их смешивания. Можно показать, что

$$F_n^i = [S_0]^{AM} \cdot (T - T_0) + [C_\sigma^0]^{AM} \cdot \left(T \ln \frac{T}{T_0} - (T - T_0) \right) + \\ + \left([\alpha_{ij}]^{AM(n)} \cdot (T - T_0) + D_{ij}^{(n)} \right) \sigma_{ij} + \frac{1}{2} [D_{iike}]^{AM(n)} \sigma_{ii} \sigma_{ke},$$

где T_0 — температура равновесия фаз; $[S_0]^{AM}$ — скачок удельной энтропии при переходе аустенита в мартенсит; $[C_\sigma^0]^{AM}$ — скачок теплоемкости при постоянном напряжении, $[\alpha_{ij}]^{AM(n)}$ — скачок коэффициентов теплового расширения для n -го варианта мартенсита в отсутствие напряжения; $[D_{ijne}]^{AM(n)}$ — скачок изотермических податливостей при упругой деформации (также для n -го варианта мартенсита). Скачок энтропии $[S_0]^{AM}$ можно выразить через скрытую теплоту превращения q_0 :

$$[S_0]^{AM} = q_0 / T_0.$$

Обычно энтропия мартенсита меньше, чем аустенита, поэтому $q_0 < 0$. Если пренебречь скачками $[C_\sigma^0]^{AM}$, $[\alpha_{ij}]^{AM(n)}$, $[D_{ijke}]^{AM(n)}$, то в этом частном случае получим

$$F_n^i = \frac{q_0}{T_0} (T_n^* - T_0), \quad \text{где} \quad T_n^* = T + T_0 \frac{\sigma_{ij} D_{ij}^n}{q_0}$$

эффективная температура, введенная ранее в [2] и учитывающая вклад температуры и напряжения. При прямом мартенситном превращении зарождение мартенсита и дальнейшее продвижение межфазной границы требует преодоления некоторого энергетического барьера. Можно сказать, что соответствующая этому барьеру энергия равна силе противодействия, которую условно называем силой трения F_n^{fr} и считаем постоянной по модулю и направленной против движения межфазной границы. Предполагаем, что силу сопротивления F_n^{mix} можно выразить простой формулой:

$$F_n^{\text{mix}} = \mu_m (\Phi_n - \Phi_n^{\text{MP}}),$$

где μ_m — коэффициент пропорциональности. Чтобы найти Φ_n^{MP} предполагаем, что микропластическая деформация развивается при выполнении условий течения $|F_n^{\text{mix}}| = F_n^y$, $d|F_n^{\text{mix}}| > 0$ и закона упрочнения $dF_n^y = h \cdot d\Phi_n^{\text{MP}}$. Можно показать, что при выполнении этих условий

$$d\Phi_n^{\text{MP}} = \mu_m \cdot (h + \mu_m)^{-1} \cdot d\Phi_n.$$

В терминах введенных в рассмотрение сил, условие термодинамического равновесия можно записать в виде

$$F_n^i = F_n^{\text{mix}} \pm F_n^{\text{fr}},$$

причем прямое превращение имеет место при возрастании силы F_n^i , а обратное — при ее убывании. Можно показать, что при всех сделанных предположениях кинетику превращения можно выразить формулой

$$d\Phi_n = \frac{G_m + h_m}{G_m h_m} dF_n H(|F_n| - F_n^y) H(dF_n^i \text{sign} F_n).$$

При расчете пластической деформации, осуществляемой скольжением, учитывали, что любую плоскость скольжения можно отнести к одной из $1, 2, \dots, m, \dots, M$ групп, таких, что каждой группе принадлежат $1, 2, \dots, k, \dots, K_m$ кристаллографически эквивалентных плоскостей. Пластическая деформация ε^p в зерне является суммой деформаций в каждой из плоскостей сдвига, принадлежащих этому зерну:

$$\dot{\varepsilon}^p = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{K_m} \dot{\varepsilon}^{p(m,k)}$$

где $\varepsilon^{p(m,k)}$ — атермическая деформация, осуществляемая сдвигом в k -й плоскости из m -й группы (в лабораторном базисе). Пусть σ^{gr} — эффективное напряжение, приложенное к зерну. Тогда на плоскости (m, k) действует напряжение, сдвиговые компоненты которого равны $\tau_{31}^{(m,k)} = A_{p3}^{(m,k)} A_{q1}^{(m,k)} \sigma_{pq}^{gr}$, $\tau_{32}^{(m,k)} = A_{p3}^{(m,k)} A_{q2}^{(m,k)} \sigma_{pq}^{gr}$, где A_{pq} — матрица поворота, переводящая кристаллофизический базис зерна ω в кристаллографический базис плоскости (m, k) (такой, что его ось 3 нормальна плоскости сдвига). Считали, что дислокационное скольжение начинается, когда интенсивность касательного напряже-

ния на плоскости сдвига $T_\tau^{(m,k)} = \sqrt{\frac{1}{2}((\tau_{31}^{(m,k)})^2 + (\tau_{32}^{(m,k)})^2)}$ достигает напряжения течения $\tau^{s(m,k)}$:

$$T_\tau^{(m,k)} = \tau^{s(m,k)}$$

При этом накапливается сдвиговая деформация, составляющие которой равны

$$\dot{\beta}_{31}^{a(m,k)} = \frac{1}{2} \dot{\Gamma}_\beta^{(m,k)} \frac{\tau_{31}}{T_\tau}, \quad \dot{\beta}_{32}^{a(m,k)} = \frac{1}{2} \dot{\Gamma}_\beta^{(m,k)} \frac{\tau_{32}}{T_\tau},$$

где $\dot{\Gamma}_\beta^{(m,k)} = \sqrt{2\dot{\beta}_{pq}^{a(m,k)}\dot{\beta}_{pq}^{a(m,k)}}$ — интенсивность скоростей деформации сдвига в плоскости (m, k) . Предполагали, что

$$\tau^{s(m,k)} = \tau^{s(m,k)eq} + \tau^{s(m,k)def}$$

где $\tau^{s(m,k)eq}$ — равновесное значение, одинаковое для всех плоскостей, принадлежащих данной группе, $\tau^{s(m,k)def}$ — добавка, отвечающая за деформационное упрочнение. При этом

$$\tau^{s(m,k)eq} = \tau_F^{(m)} - \kappa^{(m)}(T)T,$$

где $\kappa^{(m)}(T)$ — эмпирическая зависимость, $\tau_F^{(m)}$ — постоянная. Величину $\tau^{s(m,k)def}$ рассчитывали по формуле

$$\dot{\tau}^{s(m,k)def} = h^{(m)} \dot{\Gamma}_\beta^{(m,k)} - q(T)(\tau^{s(m,k)def})^{m_{\tau^s}},$$

где $q(T) = r^{(m)} \exp\left(-\frac{U_m}{k_B T}\right)$, $h^{(m)}$, U_m , $r^{(m)}$, m_{τ^s} — эмпирические постоянные, k_B — постоянная Больцмана.

Из условия течения и закона изменения напряжения $\tau^{s(m,k)def}$ следует система двух уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\Gamma}_\beta^{(m,k)} = (h^{(m)})^{-1} \left[\dot{T}_\tau^{(m,k)} - \dot{\tau}_0^{s(m,k)} \right] \\ \dot{\tau}^{s(m,k)def} = h^{(m)} \dot{\Gamma}_\beta^{(m,k)} - q(T)(\tau^{s(m,k)def})^{m_{\tau^s}} \end{cases}$$

где $\dot{\tau}_0^{s(m,k)} = \kappa^{(m)} \dot{T} - q(T)(\tau^{s(m,k)def})^{m_{\tau^s}}$, что позволяет рассчитывать пластическую деформацию.

4. Результаты расчетов

Для расчета использовали значения констант материала и геометрические размеры элементов, указанные в таблице.

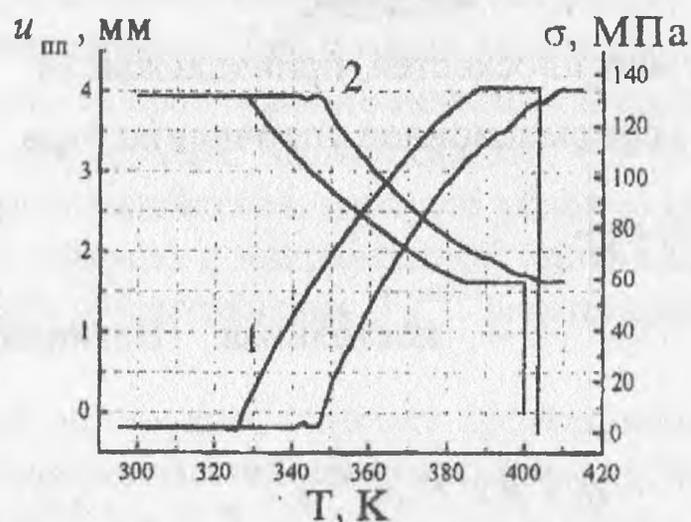
Т а б л и ц а.

Характеристика	Стальная пружина	Пружина из сплава с ЭПФ
Наружный диаметр (мм).	9,65	6,45
Диаметр проволоки (мм).	1	0,9
Количество рабочих витков.	5	5
Характеристические температуры мартенситного превращения.		$M_H = 333 \text{ К } (60 \text{ }^\circ\text{C})$ $M_K = 324 \text{ К } (51 \text{ }^\circ\text{C})$ $A_H = 350 \text{ К } (77 \text{ }^\circ\text{C})$ $A_K = 360 \text{ К } (87 \text{ }^\circ\text{C})$

Выбранным размерам стальной пружины соответствует, согласно (3) (при типичном для стали модуле сдвига 75 ГПа), значение ее жесткости $K_{cm} \approx 3 \text{ Н/мм}$.

Для получения расчетного массива данных, характеризующих зависимость хода, генерируемого приводом, от жесткости стальной пружины K_{cm} и установочного зазора $l_{уст}$, их значения варьировали. Кинетика перемещения активной пружины и напряжения в ней показаны на рис.2.

а)



б)

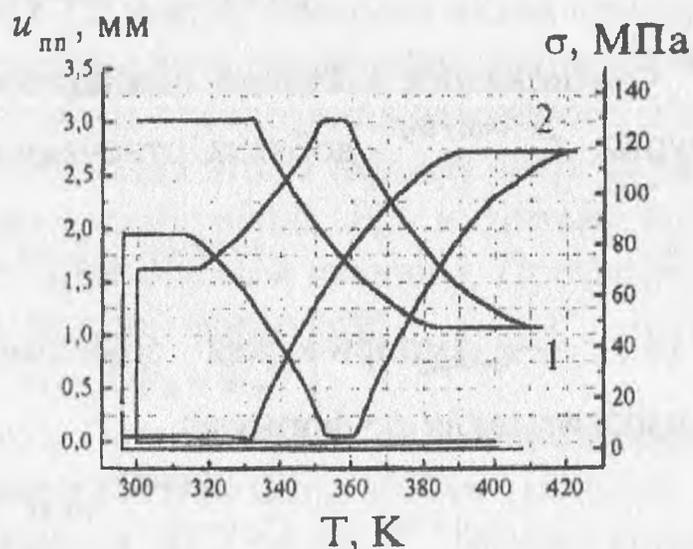


Рис. 2. Зависимости перемещения конца пружины из TiNi (кривые 1) и напряжения в ней (кривые 2) от температуры при горячей (а) и холодной (б) сборке при жесткости контрпружины $K_{cm} = 3 \text{ Н/мм}$.

Следует отметить немонотонный характер изменения перемещения после холодной сборки. Это связано с тем, что при нагреве сначала происходит релаксация реактивных напряжений, а затем — собственно рабочий ход, сопровождаемый генерацией усилия (рис. 2, б).

Суммарные зависимости максимального хода пружины из TiNi от установочного зазора $l_{уст}$ при различных жесткостях стальной пружины K_{cm} и от K_{cm} при различных значениях $l_{уст}$ представлены на рис.3,4. Данные, показанные на этих рисунках, удобно использовать при подборе параметра $l_{уст}$ и жесткости стальной пружины K_{cm} для обеспечения требуемого хода.

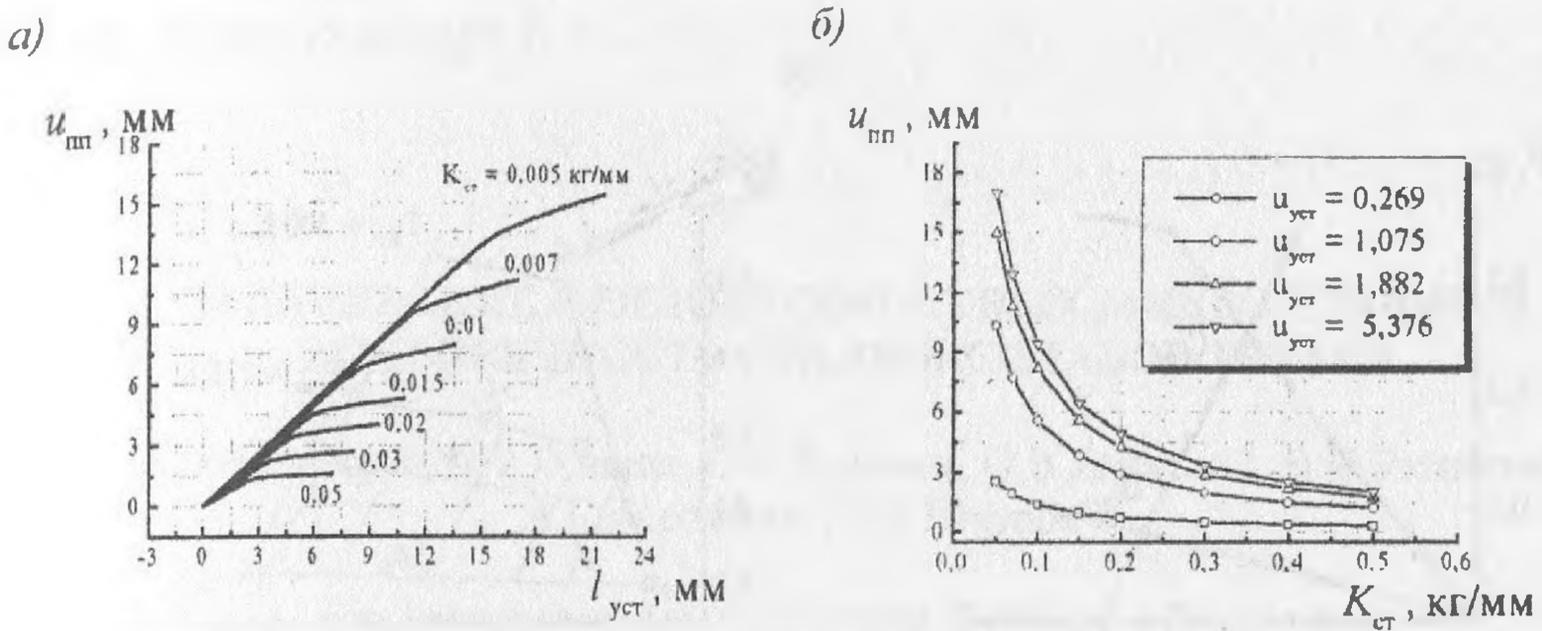


Рис. 3. Зависимости максимального хода $u_{\text{пт}}$ пружины из TiNi от различных значений установочного зазора $l_{\text{уст}}$ (а) и жесткости стальной пружины $K_{\text{ст}}$ (б) при горячей сборке.

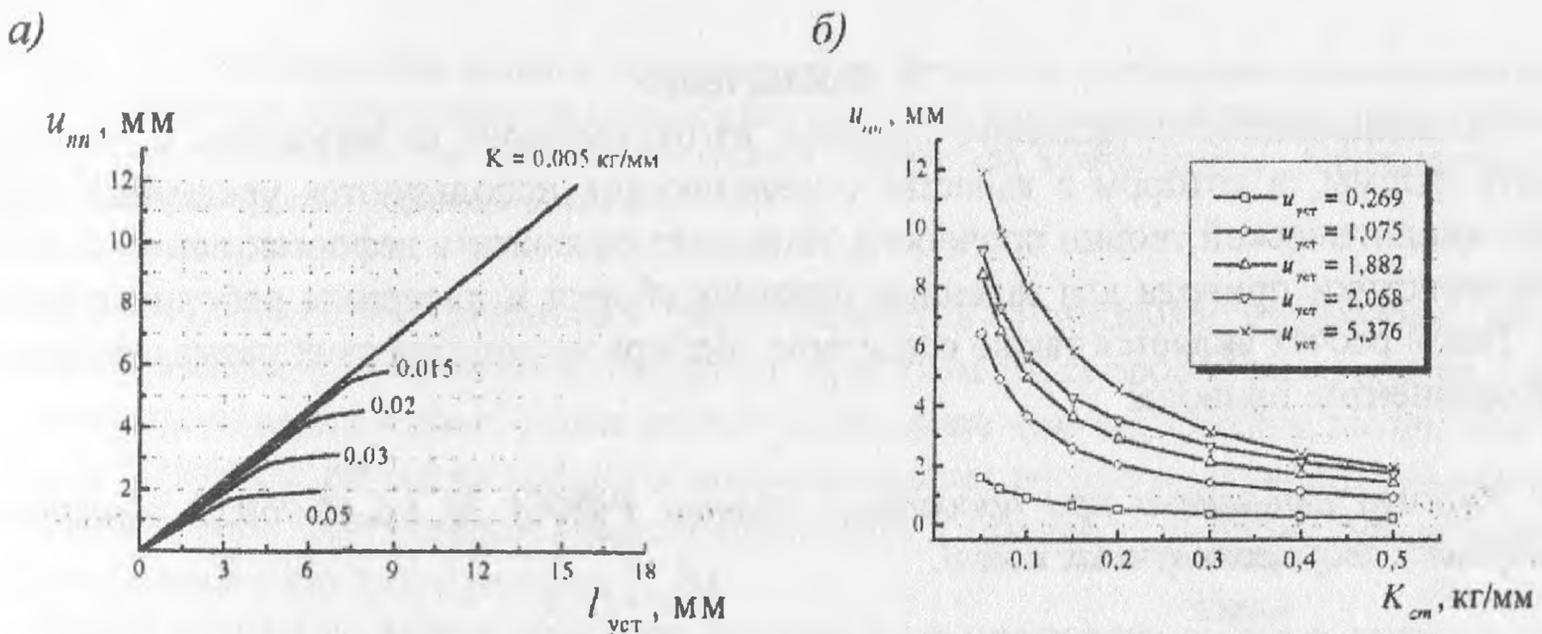


Рис. 4. Зависимости максимального хода $u_{\text{пт}}$ пружины из сплава с ЭПФ от различных значений установочного зазора $l_{\text{уст}}$ (а) и жесткости стальной пружины $K_{\text{ст}}$ (б) при холодной сборке.

Для практических оценок полезной являются также диаграммы сборки и работы привода в координатах «перемещение – усилие». Пример такой диаграммы приведен на рис. 5б. Линии типа AB_1 и AB_2 изображают процесс деформации активной пружины при сборке элемента в холодном состоянии. Вид этих кривых зависит от положения температуры сборки по отношению к интервалу мартенситного превращения. Минимальные усилия дает кривая деформации AB_2 при температуре M_n . Чтобы определить перемещение в элементе при нагреве необходимо построить прямую линию B_1C_2 , наклон которой отвечает заданной жесткости стальной контрпружины. Усилия и перемещения, достигаемые при нагреве до заданной (рабочей температуры) при различных начальных деформациях, ложатся на некоторую кривую. Если эта кривая (например AD) построена, то точка пересечения C_1 наклонной прямой с кривой AD определяет перемещение для любой установочной деформации. Ход элемента при первом нагреве определяется как разность абсцисс точек B_1 и C_1 , а при последующих нагревах — B_2 и C_1 .

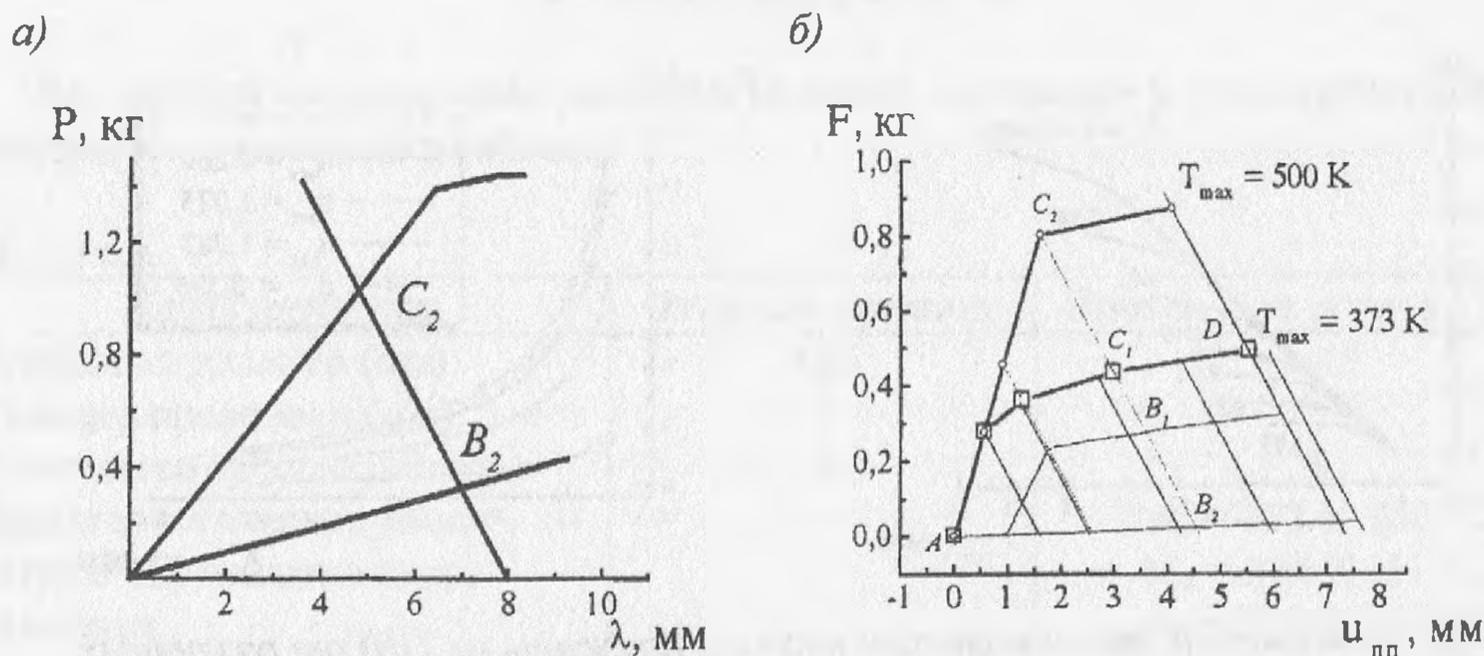


Рис. 5. Экспериментальная (а) и расчетная (б) зависимости усилия от хода пружины при различных значениях максимальной температуры нагрева T_{max} .

5. Заключение

Моделирование пружинного привода, изготовленного из материала с эффектом памяти формы, в котором в качестве определяющих используются уравнения структурно-аналитической теории прочности, позволяет рассчитать деформационно-силовые характеристики привода для заданных режимов сборки и интервала рабочих температур. Такой расчет является также средством подбора геометрических размеров пружин — компонентов привода.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 00-15-96023 (программа поддержки ведущих научных школ).

Список литературы

1. Ohkata I., Suzuki Y. The design of shape memory alloy actuators and their applications // in: Shape Memory Materials. Eds. K.Otsuka, C.M.Wayman. P.240-266.
2. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности. СПб: Наука, 1993. 471 с.
3. Волков А.Е., Евард М.Е., Курзенева Л.Н., Лихачев В.С., Сахаров В.Ю., Ушаков В.В. Математическое моделирование мартенситной неупругости и эффектов памяти формы // ЖТФ, 1996. Т. 66. № 11. С. 3-34.
4. Беляев С.П., Волков А.Е., Евард М.Е. Микропластическая деформация при мартенситных превращениях в сплавах с памятью формы типа никелида титана // Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела: Тр. науч. шк. акад. В.В. Новожилова./ Под ред. проф. К.Ф. Черныха. СПб.: НИИХ СПбГУ. 1998. Вып. 1. С. 222-233.