

БИФУРКАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ТРИКОТАЖНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Науменко А. А.

В системах, состояние которых зависит от параметра, возможно расщепление состояний равновесия, называемое бифуркацией, и появление двух и более равновесных состояний. Среди них могут оказаться как устойчивые, так и неустойчивые. При изменении этого параметра такие состояния могут сохраняться неопределенно долго, исчезать или сливаться друг с другом. Покажем на примере трикотажного производства, что явления, имеющие бифуркационный характер, возможны и в технологических системах. Рассмотрим простейший пример. Выберем в качестве технологической системы вязальную машину, вырабатывающую гладкое полотно. Примем как переменную ее состояния численность дефектов полотна X , возникающих по причинам, обусловленным качеством сырья. Практика показывает, что данная система может находиться в двух отчетливо различающихся состояниях: в одном из них численность дефектов полотна не превышает допустимого уровня, в другом - она существенно выше его. В качестве параметра управления, от которого зависит выбор системой одного из состояний, примем натяжение перерабатываемой нити P в зоне петлеобразования, т.к. в сущности, любой вид дефекта полотна, зависящий от качества сырья, в той или иной мере опосредован напряженно-деформированным состоянием нити. Проанализируем потенциально возможную динамику данной технологической системы с помощью, так называемой бифуркационной диаграммы, схематически изображенной на рис. 1 [1]. Диаграмма показывает с качественной стороны картину влияния управляющего параметра P на переменную состояния X , определяющую уровень дефектности получаемого продукта. На ней хорошо видно, что при достижении величиной натяжения нити некоторого критического значения состояние технологической системы изменяется. В точке бифуркации P_c появляется еще одна ветвь b , соответствующая состоянию, отличному от единственного стандартного, которое обусловлено значениями управляющего параметра из диапазона от 0 до P_c . Особенностью точки бифуркации P_c является то, что при переходе через нее система может остаться в прежнем состоянии и двигаться по ветви "а" бифуркационной диаграммы, а может и изменить его, перейдя на ветвь "b". Однако в рамках данного примера есть основания полагать, что состояние системы после точки P_c на ветви "а" диаграммы становится менее устойчивым, чем до нее. Возрастающая вероятность перехода состояния системы на ветвь "b", вдоль которой переменная X увеличивается, отражается в росте наблюдаемого среднего уровня дефектности получаемого продукта. Здесь важно подчеркнуть, что состояние системы после точки бифуркации описывается обеими ветвями, т.к. вероятность возвращения ее состояния на ветвь "а" не становится равной нулю. Факт бифуркации переменной X подтверждается и данными анализа дефектности полотна, который свидетельствует, что и при $P > P_c$ на полотне чередуются области с высокой и низкой численностью дефектов.

Таким образом, возникают основания рассматривать возникновение новой ветви, а значит и альтернативных состояний равновесия, как следствие бифуркации, происходящей в результате снижения устойчивости стандартного состояния технологической системы после перехода параметра управления через некоторое критическое значение.

Чтобы лучше почувствовать реальность бифуркаций состояний технологических систем в трикотажном производстве, рассмотрим еще один пример. Отобразим со-

стояние технологической системы, представленной в предыдущем примере, переменной q , которую назовем скоростью образования отходов. Запишем эту величину как функцию

$$q = f(\lambda, R, T) \quad (1)$$

где λ - обрывность нити;

R - работа разрыва;

T - линейная плотность нити.

Введенным соотношением мы устанавливаем, что при неизменных прочности нити и ее линейной плотности фактором, определяющим скорость образования отходов, является уровень обрывности нити, в котором отражается действие множества как постоянно, так и непостоянно действующих причин отходов. Установим теперь вид функции (1), используя анализ размерностей. В соответствии с методикой такого анализа выберем систему единиц измерения и построим в ней так называемые формулы размерностей для каждой из названных выше величин. Для входящих в (1) величин удобна система SI. Введем символические обозначения основных единиц измерения механических величин в этой системе: единица массы, кг - М, единица длины, м-L, единица времени, с - Θ . Сведем теперь в табл. 1 характеристики величин, образующих соотношение (1).

Таблица 1. Размерности и формулы размерностей в системе SI величин, входящих в соотношение (1)

№ п/п	Наименование величины	Обозначение величины	Размерность в системе SI	Формула размерности в системе SI
1	Скорость образования отходов	q	кг/с	$M\Theta^{-1}$
2	Обрывность	λ	M^{-1}	L^{-1}
3	Работа разрыва	R	Н м	$ML^2\Theta^{-2}$
4	Линейная плотность	T	кг/м	ML^{-1}

Формулы размерностей получены путем замены в записи размерностей величин в системе SI обозначениями единиц измерений, соответствующих введенным символам: М, L или Θ .

Следуя методике анализа размерностей, перепишем (1) в виде:

$$q = f(\lambda^a, R^b, T^c) \quad (2)$$

где a, b, c - некоторые постоянные показатели степеней.

Заменим теперь в (2) обозначения величин соответствующими формулами размерностей:

$$M\Theta^{-1} = \varphi [(L^{-1})^a, (ML^2\Theta^{-2})^b, (ML^{-1})^c] \quad (3)$$

Для определения неизвестных показателей степеней a, b, c построим систему уравнений, каждое из которых составлено относительно одной из единиц размерностей. При этом показатель степени, в которую возводится единица измерения в левой части, приравнивается к сумме показателей степеней этой же единицы во всех компонентах правой части (3). Итак, имеем:

$$\text{для } M: 1 = b + c; \text{ для } L: 0 = -a + 2b - c; \text{ для } \Theta: -1 = -2b.$$

Решением этой системы будет такая тройка значений: $a=b=c=0.5$.

Подставим найденные значения в (2): $q = f(\lambda^{0.5}, R^{0.5}, T^{0.5})$.

Используя правило, действующее в рамках анализа размерностей, объединяем величины с одинаковыми показателями степеней в комбинации, содержащие опе-

рации умножения и деления величин. В данном случае получаем единственную комбинацию, имеющую вид: $q / (\lambda RT)^{0,5} = \text{Const} = k$.

Она оказывается безразмерной, и тем самым удовлетворяется основное требование анализа размерностей, состоящее в том, что все получаемые комбинации величин не должны иметь размерности. Это рассматривается как критерий правильности выбора группы исходных величин. Обозначая теперь $(k RT)^{0,5} = A$, получаем

$$q = A \lambda^{0,5} \quad (4)$$

Приняв величину λ в качестве управляющего параметра, построим бифуркационную диаграмму, представленную на рис. 2. На ней точкой бифуркации является начало координат, в котором $\lambda = 0$. При $\lambda > 0$ состояние технологической системы может изменяться как по ветви "а", так и по ветви "b", т.к. значения $q > 0$ и $q < 0$ имеют физический смысл. При этом обе ветви соответствуют явно неустойчивым состояниям ввиду того очевидного факта, что изменение состояния системы во времени предстает как сочетание движения в каждый момент времени только по одной из ветвей с перескоком на другую в случайные моменты времени. Причинностный механизм, поддерживающий такое движение, становится понятным, если представить, что в любой момент времени скорость изменения отходов может оказаться как положительной, так и отрицательной. Устойчивым в данной системе оказывается не пребывание переменной состояния на одной из ветвей, а скачкообразный характер ее изменения в процессе функционирования рассматриваемой технологической системы. Сама же зависимость (4) - это лишь доступная наблюдению грань связи между переменной состояния q и параметром управления λ . В принципе величина λ влияет на скорость образования отходов q лишь на внешнем, наблюдаемом, на, своего рода, макроуровне, тогда как факторы, скрытые в параметре λ , на внутреннем ненаблюдаемом микроуровне через собственные самопроизвольные флуктуации определяют появление положительных или отрицательных значений q . Это утверждение можно пояснить так. Из теории и практики известно, что $\lambda = f(z_1, z_2, \dots, z_N)$, где z_i ($i=1, 2, \dots, N$) - некоторые скрытые факторы. Их особенность состоит в том, что они, определяя λ , влияют и на величину q . Введенная функция на поверхности уровня имеет значения $\lambda = \text{Const}$. Однако координаты точек такой поверхности, т.е. скрытые факторы, имеют самые различные значения. Иными словами, фиксируя λ , мы не в состоянии зафиксировать и z_i . Отсюда становится понятным, сколь мало мы фактически ограничиваем возможность скрытых факторов влиять на "ход событий", даже абсолютно жестко фиксируя λ на заданном уровне. Более того, в рамках зависимости (4) изменения λ не в состоянии детерминировать изменения q на 100 %. Всегда остается некоторая доля детерминации, "захваченная" скрытыми ненаблюдаемыми факторами. Они и определяют знак q . На долю λ остается детерминация величины абсолютного значения q . Как при управлении автомобилем, совершая его поворот, мы поворачиваем не весь автомобиль, а лишь связанные с рулевой системой колеса, направляя движение его в нужную сторону, так и флуктуации скрытых факторов "направляют" величину q таким образом, чтобы ее значения стали положительными или наоборот - отрицательными. С таких позиций множественность исходов любого эксперимента оказывается отражением возможных состояний системы.

Как показывает современная теория устойчивости, нестационарные режимы функционирования в сочетании с нелинейными свойствами систем приводят вдали от равновесия к сложным формам их поведения. Обнаружение таких форм усиливает научное обоснование методов изучения и управления технологическими системами.

Литература:

1. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. - М.: Мир, 1990, 342 с.

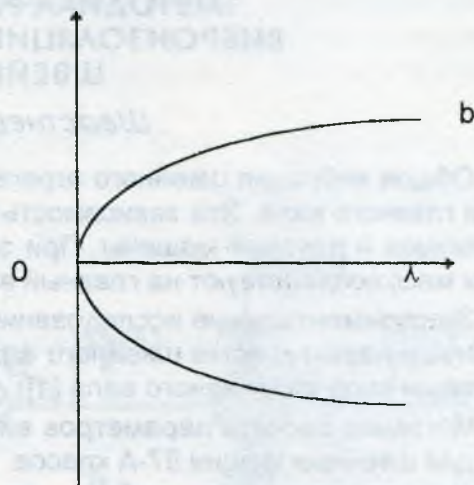


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма состояния работающей трикотажной машины в пространстве X, P

Рис. 2. Бифуркационная диаграмма состояния работающей трикотажной машины в пространстве q, λ

SUMMARY:

The ideas of modern stability theory for the evaluation of possible states of technological systems in knitting production are used in this paper. It is shown that the bifurcation of equilibrium states is a phenomenon conforming to practical data. There are examples of technological systems for which the bifurcation model of equilibrium states looks preferable.