

# РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ СФЕРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАВНОМЕРНОМ МЕХАНОХИМИЧЕСКОМ ИЗНОСЕ

Хакназарова Л. А., Пронина Ю. Г.

Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация  
[haknazarova.l@gmail.com](mailto:haknazarova.l@gmail.com)

Захист металлических изделий и конструкций від корозії є однією з найважливіших проблем при розв'язуванні питань довговічності експлуатації та надійності зброй. В середньому, в міжнародному масштабі від корозії щорічно теряється близько 20 млн. тонн заліза, що становить близько 10% його виробництва. Корозію класифікують за характером руйнування, за типом агресивних середовищ, за умовами протекання та ін. За характером руйнування виділяють сплошну та локальну корозію. Сплошна корозія може бути рівномірною (з однаковою швидкістю по всій поверхні) та нерівномірною (швидкість корозії на різних ділянках поверхні неоднакова). Рівномірна корозія призводить до найбільших, порівняно з іншими видами корозії, небірвітним втратам маси металу. В роботі розглядається сплошна рівномірна поверхнева корозія. Швидкість проникнення корозії залежить від багатьох факторів. В деяких умовах корозійний процес може ускорюватися механічними напруженнями. Для такої корозії, згідно з ГОСТ 5272-68\*, використовується термін «корозія під напруженням». В науковій літературі її часто називають механохімічною.

Рівномірна механохімічна корозія елементів конструкцій досліджувалася в трудах багатьох авторів. Одними з перших моделей корозійного износу з лінійною залежністю їх швидкості від напруження використовували В.М. Долинський, В.Г. Карпунін, М.С. Корнишин та ін. при розрахунках тонкостенних конструкцій. Для лінійно-упругих пластин та тонкостенних оболонок вони побудували аналітичні розв'язання (започатковані в [1]). Більш складні задачі розв'язували різними авторами численним методом (наприклад, в [3]). Аналітичні вираження для оцінки довговічності товстостенних циліндрів та сфер отримані в [2] при використанні експоненціальної залежності швидкості корозії від середнього напруження. В даній роботі використана лінійна залежність швидкості  $v$  обичної корозії від напруження  $\sigma$  (заснована П.А. Павловим в [4]):

$$v = (a + m\sigma) \exp(-bt),$$

де  $a$ ,  $m$  та  $b$  – експериментально визначені постійні. Множник  $\exp(-bt)$  характеризує можливість затухання корозії в часі (у разі формування північної плінки окисів). Така залежність була використована в праці [5] для задачі про механохімічну корозію товстостенної сфери з ідеального упругопластичного матеріалу (задача була зведена до диференціальному рівняння кінетики інтенсивності напруження). В даній роботі виведено диференціальне рівняння зміни параметрів лінійно-упругої сфери в умовах корозії під напруженням, отримано аналітичне розв'язання.

Ітак, розглянемо товстостенную лінійно-упругу сферу, яка знаходитьться під дією постійного внутрішнього  $p_i$  та зовнішнього  $p_e$  напруження корозійних середовищ. Внутрішній та зовнішній радіус в початковий момент часу  $t = 0$  визначаються відповідно  $r_i$  та  $R_e$ . Під дією агресивних середовищ матеріал сфери кородує рівномірно з обох боків з швидкостями  $v_i$  та  $v_e$  з внутрішньої та зовнішньої сторін.

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = -[a_R + m_R \sigma_1(R)] \exp(-bt), \quad (1)$$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = [a_r + m_r \sigma_1(r)] \exp(-bt).$$

где  $a_r$ ,  $a_R$ ,  $m_r$ ,  $m_R$  и  $b$  – постоянные, зависящие от свойств системы металл–среда;  $\sigma_1$  – максимальное нормальное напряжение.

Таким образом, напряжения возрастают вследствие коррозионного растворения материала, и в свою очередь, сами изменяющиеся напряжения ускоряют коррозионный процесс. Поэтому определение напряжений и размеров сферы в конкретный момент времени является достаточно трудоемким.

Решение задачи о толстостенной сфере под действием внутреннего и внешнего давления принадлежит Ламе. Из его решения следует, что окружные напряжения являются наибольшими нормальными напряжениями:  $\sigma_1 = \sigma_{\text{ок}} = \sigma_{\text{вн}}$ . На внутренней и внешней поверхностях они имеют вид

$$\sigma_1(R) = \frac{p_r r^3 - p_R R^3}{R^3 - r^3} + \frac{r^3}{2} \frac{p_r - p_R}{R^3 - r^3}, \quad (2)$$

$$\sigma_1(r) = \frac{p_r r^3 - p_R R^3}{R^3 - r^3} + \frac{R^3}{2} \frac{p_r - p_R}{R^3 - r^3}.$$

Как видим, задача сводится к решению системы четырех уравнений (1)–(2) относительно четырех взаимозависимых переменных величин  $\sigma_1(R)$ ,  $\sigma_1(r)$ ,  $R$  и  $r$ .

Для уменьшения количества неизвестных целесообразно исключить из указанной системы уравнений переменные  $\sigma_1(R)$ ,  $\sigma_1(r)$  и  $R$ , и ввести новую переменную

$$\eta = \eta(t) = \frac{R}{r}. \quad (3)$$

После определенных преобразований можно установить соотношение

$$r = \frac{R_0 m_r + r_0 m_R + (A_R m_r - a_r m_R) [\exp(-bt) - 1] / b}{m_r \eta + m_R}, \quad (4)$$

где  $A_R = a_R + (p_R - p_r) m_R / 2$ .

Дифференцирование соотношения (3) по времени дает  $\eta' = \frac{d\eta}{dt} = \frac{R' - r' \eta}{r}$ . Подставив в это выражение равенства (1)–(4), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\eta}{dt} = -b \frac{2(\eta^3 - 1)(A_R + a_r \eta) + (m_r + m_r \eta)(2p_r + p_r \eta^3 - 3p_R \eta^3)}{\exp(bt)[m_r(R_0 b - A_R) + m_R(r_0 b + a_r)] + A_R m_r - a_r m_R} \cdot \frac{m_r + m_r \eta}{2(\eta^3 - 1)}.$$

Разделив переменные и выполнив интегрирование, находим его решение

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left\{ 1 - b \frac{m_r r_0 + m_r R_0}{m_r a_r - m_r A_r} (\exp[J(\eta)(m_r a_r - m_r A_r)] - 1) \right\} \quad \text{при } b \neq 0$$

и

$$t = \frac{m_r r_0 + m_r R_0}{m_r a_r - m_r A_r} (\exp[J(\eta)(m_r a_r - m_r A_r)] - 1) \quad \text{при } b = 0,$$

$$\text{где } J(\eta) = - \int_{\eta}^{\eta_0} \frac{2(\eta^3 - 1) d\eta}{[2(A_R + a_r \eta)(\eta^3 - 1) + (m_r + m_r \eta)(2p_r + p_r \eta^3 - 3p_R \eta^3)](m_r + m_r \eta)}.$$

Этот интеграл вычисляется аналитически, но выражение для него слишком громоздкое, поэтому его приведение не имеет смысла.

Если коррозионное растворение происходит только с одной стороны, то решение существенно упрощается. При внутренней коррозии решение имеет вид

$$t = -\frac{1}{b} \ln [1 - J(\eta)b], \quad (5)$$

где

$$J(\eta) = -\frac{r - r_0}{p_r m_r - a} + \frac{R_0^3 m_r (p_r - p_R)}{4(p_r m_r - a_r)^2 \alpha^2} \left[ 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{r}{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \ln \frac{(r + \alpha)^2}{r^2 - r\alpha + \alpha^2} \right],$$

$$\alpha = R_0 \sqrt{\frac{2a_r + m_r p_r - 3m_R p_R}{2(p_r m_r - a_r)}}.$$

В случае наружной коррозии решение так же представляется в виде (5), но при

$$J(\eta) = \frac{r_0^3 m_R (p_r - p_R)}{(2A_R + m_R p_r - 3m_R p_R)^2 \alpha^2} \left[ 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{R}{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \ln \frac{(R + \alpha)^2}{R^2 - R\alpha + \alpha^2} \right]_{R_0}^R - \frac{2(R - R_0)}{2A_R + m_R p_r - 3m_R p_R}, \quad \alpha = r_0 \sqrt{\frac{m_R p_r - A_R}{2A_R + m_R p_r - 3m_R p_R}}.$$

Интегральные кривые разрешающего дифференциального уравнения устанавливают взаимно-однозначное соответствие между каждым моментом времени  $t$  и отношением  $\eta$ . Для каждой пары  $t, \eta$  по формуле (4) находим  $r$ , далее  $R = r \cdot \eta$ , после чего с помощью формул Ламе определяются напряжения в любой момент времени вплоть до исчерпания несущей способности тела. При достаточно больших коэффициентах затухания коррозии  $b$ , растворение материала может практически прекратиться до момента достижения предела прочности (если его полагать постоянным). В этом случае долговечность определяется другими факторами.

Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (проект № 9.37.129.2011) и РФФИ (проект № 11-01-00230-а).

### Список литературы

1. Долинский В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии // Химическое и нефтяное машиностроение. 1967. №2. С. 9–10
2. Прочность газопромысловых труб в условиях коррозионного износа / Гутман Э.М., Зайнулин Р.С., Шаталов А.Т., Зарипов Р.А. М.: Недра, 1984. 76 с.
3. Наумова Г. А., Овчинников И. Г. Расчеты на прочность сложных стержневых систем и трубопроводных конструкций с учетом коррозионных повреждений – Саратов: Изд-во Сарат. гос. техн. ун-та. 2000. 222 с.
4. Павлов П. А., Кадырбеков Б. А., Колесников В. А. Прочность сталей в коррозионных средах. Алма-Ата: Наука, 1987. 272 с.
5. Пронина Ю. Г. Расчет долговечности полой сферы из идеального упругопластического материала под действием постоянного давления. Вестн. СПбГУ, 2009. Вып. 1. С. 113–122.