

15. Стефанов Ю.П., Поболь И.Л., Князева А.Г., Гордиенко А.И. Рост трещины вблизи границы раздела разнородных материалов в условиях сжатия // Физ. мезомех. – 2002. – Т.5 – № 1. – С.81-88.
16. Стефанов Ю.П., Смолин И.Ю. Численное исследование деформации и образования трещин в плоских образцах с покрытиями // Физ. мезомех. – 2001. – Т.4 – № 6. – С.35-43.
17. Псахье С.Г., Моисеенко Д.Д., Смолин А.Ю., Шилько Е.В., Дмитриев А.И. Исследование особенностей разрушения хрупких керамических покрытий на основе метода подвижных клеточных автоматов // Физ. мезомех. – 1998. – Т.1 – № 2. – С.95-100.
18. Панин В.Е., Дураков В.Г., Прибытков Г.А. и др. Электронно-лучевая наплавка композиционных материалов на основе карбида титана // Физика и химия обработки материалов. – 1997. – № 2. – С.54-58.
19. Панин В.Е. Белюк С.И. Дураков В.Г. Прибытков Г.А. Ремпе Н.Г. Электронно-лучевая наплавка в вакууме: оборудование, технология, свойства покрытий // Сварочное производство. – 2000. – №2 – С.34-38.
20. Дерюгин Е.Е., Панин В.Е., Панин С.В. Сырямкин В.И. Способ неразрушающего контроля механического состояния объектов и устройство для его осуществления. Патент Российской Федерации №22126523. Опубл. Бюллетень изобретений № 5, 20.02.99.
20. Syryamkin V.I., Panin S.V. Television-optical technique for materials investigation and diagnostics of state of loaded materials and structure parts. // Вычислительные технологии. – 2003 – Т8. – С.10-25.
21. Деревязина Л.С., Панин В.Е., Стрелкова И.Л. Количественные оценки напряженно-деформированного состояния в зоне геометрического концентратора напряжений // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2002. – № 4. – С.43-49.
22. Савин Г.Н. Концентрация напряжений около отверстий. М.-Л.: Изд-во: техн.-теоз. лит-ры, 1951.-496с.
23. Долгов Н.А. Влияние модуля упругости покрытия на работоспособность системы основания-покрытие // Проблемы прочности. – 2002. – № 2. – С.66-72.

УДК 655.3

ФРАКТАЛЬНЫЙ ПОДХОД В ИССЛЕДОВАНИИ УПРУГИХ СВОЙСТВ БУМАГИ И ДЕКЕЛЯ

Кулак М. И., Старченко О. П.

БГТУ, г. Минск, Республика Беларусь,
kulak_m@yahoo.com

Свойства поверхности бумаги и ее упругость имеют большое практическое значение и во многих случаях определяют возможность и качество воспроизведения тех или иных изображений. Требования к прочности бумаги в большой степени зависят от назначения продукции. При длительном хранении полиграфической продукции в некоторых случаях необходимо обеспечить прочность бумаги. Из физико-механических свойств бумаги имеет большое значение прочность ее поверхностного слоя, т. е. сопротивление ее разрушению при разрыве красочного слоя, характеризующее «выщипыванием» волокон или же разрушением мелованного слоя бумаги, и прочность на разрыв. Все это крайне затрудняет процесс печати и приводит к резкому снижению производительности печатного оборудования [1].

Перейдем далее к описанию распределения модулей упругости в приповерхностном слое печатной бумаги. С точки зрения теории структур, бумагу, как неупорядочен-

ный материал, можно считать фрактальным кластером размерности D . При построении распределения модулей упругости в таких кластерах будем полагать [2], что скелет бумаги играет роль матрицы, а полости (поры) являются включениями (наполнителем). Упругие характеристики включений в виде пор равны нулю, и в рамках самосогласованного подхода объемный K и сдвиговой G модули бумаги будут определяться следующими соотношениями [3]:

$$K = 4kg(1-n)/(3kn+4g); \quad (1)$$

$$G = g[9k+8g-2n(7k+9g)]/[9k+8g+n(k+2g)], \quad (2)$$

где k и g — объемный и сдвиговой модули материала частиц кластеров; n — объемная доля пор.

Особенность самосогласованного подхода состоит в том, что выражения (1) и (2) определяют эффективные свойства системы при условии, что объемная доля включений мала: $n < 0,1$. Распределение плотности в фрактальных кластерах известно [3]:

$$\rho = \rho_0(r^{D-d}), \quad (3)$$

где r — безразмерное текущее расстояние в долях радиуса частиц; ρ — плотность материала частиц кластеров; $d = 3$ — размерность физического пространства.

Учитывая, что $n = 1 - \rho$, условие малости n можно выполнить, используя специальную процедуру. Выделим в кластере в зоне максимума плотности некоторый объем, содержащий малую объемную долю пор n . По формулам (1) и (2) определим его эффективные характеристики K_1 и G_1 . Далее увеличиваем размер выбранного объема. Если считать, что материал в этом объеме обладает такими же эффективными характеристиками, как и в меньшем объеме, то по отношению к реальным свойствам материала они будут завышенными — при увеличении объема пористость растет. Поэтому для расчета реальных свойств материала нужно учитывать количество пор, равное разности долей пор для второго n_2 и первого объемов n_1 :

$$\Delta n_2 = n_2 - n_1. \quad (4)$$

Используя (1)–(4), получим следующие выражения для вычисления модулей упругости на $i+1$ -м шаге:

$$\begin{aligned} K_{i+1} &= 4K_i G_i (1 - \Delta n_{i+1}) / (3K_i \Delta n_i + 4G_i), \\ G_{i+1} &= G_i [9K_i + 8G_i - 2\Delta n_{i+1}(7K_i + 9G_i)] / \\ &\quad / [9K_i + 8G_i + \Delta n_{i+1}(K_i + 2G_i)]. \end{aligned}$$

Вычисления заканчиваются после исчерпания всего объема кластера радиусом R . Результаты вычисления распределения объемных модулей упругости в приповерхностных слоях бумаги различных видов представлены на рис. 1.

Рассмотрим метод описания распределения прочностных свойств в печатной бумаге. Особенность структуры бумаги такова, что в приповерхностном слое плотность минимальна и может быть в несколько раз меньше плотности в центре бумажного листа. Если рассматривать наружные и внутренние слои бумаги как своеобразные предельные состояния ее структуры, то, естественно, возникает проблема переходной области. В этой связи основное требование, которому должна удовлетворять теория прочности, — это возможность учета полного набора структурных состояний или плотностей, присутствующих в объекте описания. Из всех существующих статистических теорий в настоящее время только теория фракталов имеет возможность описывать

переходные структурные состояния, что позволяет положить ее в основу метода описания прочности.

Для вычисления распределения прочности в бумаге при любых законах изменения ее плотности используется специальная алгоритмизированная пошаговая процедура [4]. Выделим мысленно в бумаге два лежащих рядом слоя. Характеристики слоя, имеющего более высокую плотность, будем обозначать индексом 1, а слоя с более низкой плотностью — 2. Структура 2 получается из структуры 1 добавлением некоторого количества пор. Если состояния обратить и рассматривать 2 в качестве исходного, то 1 получается из 2 добавлением частиц системы (единиц структуры) в количестве, которое можно определить из выражения (4). В этом случае прочность слоя 1 будет

$$\sigma_1 = \sigma_2(1 - \Delta n_2 + \Delta n_2 E_t / E_2). \quad (5)$$

Поскольку расчет ведется от состояний с максимумом плотности, в (5) σ_1 известно. Таким образом, прочность слоя 2

$$\sigma_2 = \sigma_1(1 - \Delta n_2 + \Delta n_2 E_t / E_2). \quad (6)$$

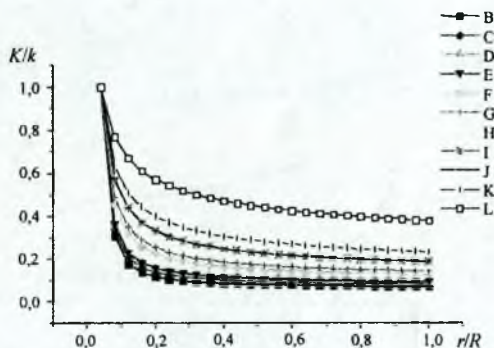


Рис. 1. Распределение объемных модулей упругости для бумаги различных видов: В — бумага АО «Волга»; С — Балахнинского ЦБК; D — цветная бумага Балахнинского ЦБК; E — офсетная бумага №1; F — Люми Силк; G — Юнион Арт; H — Юнион Силк; I — Дата Копи; J — картон Малмер; K — бумага Кондопогского ЦБК; L — Люми Арт.

Для некоторого произвольного слоя i (6) преобразуется к виду

$$\sigma_i = \sigma_{i-1}(1 - \Delta n_i + \Delta n_i E_t / E_{i-1}). \quad (7)$$

Пройдя последовательно от центра к поверхности бумаги, получим распределение прочности слоев. Шаг контролируется по закону распределения плотности (3) и выбирается таким, чтобы выполнялось условие малости $\Delta n_i < 0,1$. Законы распределения прочности в исследуемых бумагах, вычисленные по (7), представлены на рис. 2.

На рис. 2 видно, что прочность бумаги определенной группы изменяется в широких пределах. Эта бумага имеет ослабленную прочность приповерхностного слоя. Таким образом, предложенный метод позволяет прогнозировать тесно связанные с качеством оттисков технологические печатные свойства бумаги, в частности, ее склонность к «выщипыванию» волокон.

Далее перейдем к исследованию фрактальной неоднородности упругих свойств декеля. В связи с неизбежными погрешностями изготовления и монтажа печатных форм, цилиндров и их опор, а также необходимостью создания давления для осуществления процесса печатания, один из цилиндров печатного аппарата должен иметь эластичную, деформируемую покрывку. Такая покрывка компенсирует названные погрешности, обеспечивая необходимое давление по всей контактной зоне взаимодействия цилиндров.

Для получения меньших суммарных усилий при одном и том же необходимом давлении печати и уменьшения скольжения в печатной зоне и энергоемкости печатного аппарата ширина полосы печатного контакта должна быть возможно меньшей. Зависимость ее от различных параметров печатного аппарата, распределение давления по площади печатного контакта, суммарные нагрузки в аппарате и методы стабилизации условий печатного контакта, обеспечивающие качественную печать, необходимо знать как для правильной эксплуатации печатного аппарата, так и для его расчета при проектировании [5].

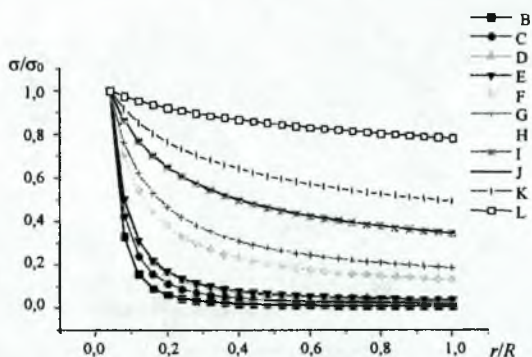


Рис. 2. Распределение прочности для бумаги различных видов: В — бумага АО «Волга»; С — Балахнинского ЦБК; D — цветная бумага Балахнинского ЦБК; E — офсетная бумага №1; F — Люми Силк; G — Юнион Арт; H — Юнион Силк; I — Дата Копи; J — картон Малмеро; K — бумага Кондопогского ЦБК; L — Люми Арт.

Как известно, различают два принципиально отличных друг от друга метода печатания: 1) краска с печатной формы передается непосредственно на бумагу; 2) краска с печатной формы сначала передается на какую-либо промежуточную поверхность, а с нее — на бумагу. Однако и в первом (высокая, глубокая печать), и во втором (плоская офсетная) способах для печатания используется пара цилиндров, один из которых — жесткий, а второй — обязательно цилиндр с эластичной оболочкой или подложкой. Это требование выдвигается для компенсации неровностей бумаги, а также уменьшения удельного давления, необходимого для получения оттисков. Кроме того, посредством этого могут быть компенсированы неточности формы, так же как и неточности изготовления печатной машины.

Таким образом, в машинах глубокой и высокой печати формный цилиндр является жестким, а печатный цилиндр имеет эластичную подложку. В машинах же офсетной печати между формным и печатным цилиндрами находится офсетный цилиндр, обтянутый резиновым полотном, которое и передает краску с формы на бумагу, прижимае-

мую жестким печатным цилиндром.

В существующих подходах по изучению распределения давления по ширине полосы контакта, а также изучению ее ширины от диаметров цилиндров и жесткости декеля во внимание принимают только влияние геометрии [5], а такие факторы, как структура печатающих поверхностей и запечатываемого материала, не учитываются.

В данной работе изучение влияния неоднородности структуры поверхностей печатного контакта на распределение давления осуществляется с учетом геометрии печатного контакта. Рассматривается неоднородный характер деформации более эластичного цилиндра.

Печатный аппарат является важнейшим узлом печатной машины, от схемы построения и конструкции которого существенно зависит компоновка узлов всей машины, а также многие технологические параметры. Схема контактной печатной зоны, а именно ширина b полосы печатного контакта, в произвольном поперечном сечении цилиндров в момент их взаимодействия представлена на рис. 3.

Рассмотрим геометрию площадки контакта. Для расчета геометрических параметров площадки воспользуемся тем, что межосевое расстояние O_1O_2 равно

$$O_1O_2 = R_1 + R_2 - \lambda_{\max}, \quad (8)$$

где $\lambda_{\max}$ — максимальная деформация декеля.

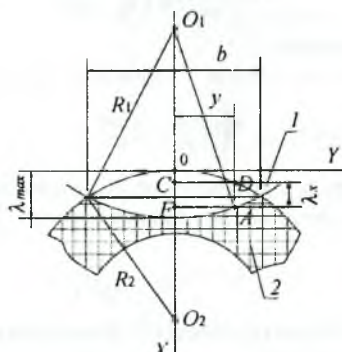


Рис. 3. Схема деформации упругой покрышки цилиндра: 1 — жесткий цилиндр, 2 — цилиндр с эластичной оболочкой; $R_{1,2}$ — радиусы жесткого и цилиндра с эластичной оболочкой.

Аналогично для произвольного сечения у можно записать

$$O_1O_2 = O_1F + O_2C - \lambda_x. \quad (9)$$

Тогда формула для вычисления деформации в произвольный момент времени примет вид

$$\lambda_x = O_1F + O_2C - O_1O_2 = \sqrt{R_1^2 - y^2} + \sqrt{R_2^2 - y^2} - O_1O_2. \quad (10)$$

Приближенную формулу для подкоренного выражения из (10) можно получить разложением исходного выражения в ряд при использовании лишь первых двух членов этого ряда:

$$\sqrt{R_1^2 - y^2} \approx R_1 - \frac{y^2}{2R_1}, \quad (11)$$

где R_1 — радиусы жесткого цилиндра и цилиндра с эластичным покрытием; y — координата точки A .

Так как $y \ll R_1$, то погрешность от такого приближения не превышает 0,1% [5]. Тогда с учетом (11) можно записать:

$$\begin{aligned} \lambda_x &\equiv R_1 - \frac{y^2}{2R_1} + R_2 - \frac{y^2}{2R_2} - R_1 - R_2 + \lambda_{\max} = \\ &= \lambda_{\max} - \frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

С другой стороны

$$\begin{aligned} O_1 O_2 &= \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} + \sqrt{R_2^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} \approx R_1 - \frac{b^2}{8R_1} + R_2 - \frac{b^2}{8R_2} = \\ &= R_1 + R_2 - \frac{b^2}{8} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где b — ширина полосы контакта.

С учетом (8) найдем

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{8\lambda_{\max}}{b^2}. \quad (14)$$

Подставляя этот результат в выражение для λ_x , найдем закономерность изменения абсолютной деформации декеля по ширине полосы контакта:

$$\lambda_x = \lambda_{\max} \left(1 - \frac{4y^2}{b^2} \right). \quad (15)$$

В дифференциальной форме выражение (15) будет иметь вид

$$d\lambda = -8\lambda_{\max} \frac{y}{b^2} dy. \quad (16)$$

Формула для вычисления зависимости напряжения от деформации, выведенная в [6], имеет вид

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{\lambda_0} \int_{\lambda_0}^{\lambda} E(\lambda) d\lambda, \quad (17)$$

где $E(\lambda)$ — модуль упругости.

Формула (17) позволяет найти закон распределения напряжений в приповерхностных слоях листа бумаги. Зависимость напряжения от деформации для бумаги различных видов имеет нелинейный характер, что обусловлено сильной неоднородностью модулей упругости [7, 8]. Формула (17) справедлива для однослойного материала, когда модуль упругости зависит от глубины вдавливания прямолинейного (в сечении) штампа. Реально такая ситуация может встретиться, когда декель представлен одним слоем.

Зная выражение для деформации в дифференциальной форме [6] и используя (16), получим формулу для расчета относительной деформации, которая будет учитывать цилиндрическую форму поверхностей в зоне контакта:

$$d\varepsilon = \frac{d\lambda}{\delta_A} = -\frac{8\lambda_{\max}}{b^2\delta_A} y dy. \quad (18)$$

где δ_A — толщина декеля.

В соответствии с (18), дифференциальная форма формулы для расчета напряжения от деформации (17) будет выглядеть так:

$$d\sigma = -\frac{8\lambda_{\max} E_1(y)}{b^2\delta_A} y dy, \quad (19)$$

где $E_1(y)$ — значение модуля упругости в точке A .

Таким образом, $E_1(y)$ — это переопределенное $E(\lambda)$, а связь между ними осуществляется посредством (15).

Конечную формулу для вычисления зависимости напряжения от деформации можно получить, проинтегрировав выражение (19):

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{16\lambda_{\max}}{b^2\delta_A} \int_{b/2}^0 y E_1(y) dy. \quad (20)$$

Если рассматривать закон изменения напряжения от координаты y , то

$$\sigma(y) = \sigma_0 + \frac{16\lambda_{\max}}{b^2\delta_A} \int_y^0 y E_1(y) dy. \quad (21)$$

В тех случаях, когда декель представляет собой многослойный материал, формула (17) преобразуется к виду [6]

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{\lambda_0} \int_{\lambda_0}^{\lambda} \frac{1}{\frac{1}{E_1(\lambda)} + \frac{1}{E_2(\lambda)} + \dots + \frac{1}{E_n(\lambda)}} d\lambda. \quad (22)$$

Тогда формула для вычисления зависимости напряжения от деформации для многослойного материала с учетом (16) и (22) будет выглядеть:

$$\sigma(y) = \sigma_0 + \frac{16\lambda_{\max}}{b^2\delta_A} \int_y^0 \frac{y}{\frac{1}{E_{11}(y)} + \frac{1}{E_{12}(y)} + \dots + \frac{1}{E_{1n}(y)}} dy. \quad (23)$$

Перейдем далее к расчету распределения давления по ширине полосы контакта (зависимости напряжения от деформации) на основе построенной выше теории, учитывающей как геометрию площадки контакта, так и неоднородность структуры эластичной оболочки (или подложки) одного из цилиндров печатной пары. При проведении расчета необходимо знать некоторые технические характеристики упругой покрышки (декеля). В качестве исходных данных были взяты значения модуля Юнга различных типов резин [9]. Объемные и сдвиговые модули вулканизатов определялись по выражениям [10, 11]

$$K = E / 3(1 - 2\nu), \quad (24)$$

$$G = E / 2(1 + \nu). \quad (25)$$

Результаты расчета и графическое изображение зависимости напряжения от деформации для однослойного декельного материала приведены на рис. 4, 5.

Как видно из рис. 4, 5, неоднородность структуры эластичной оболочки (или подложки) сказывается на ее деформационно-прочностных свойствах. Если проанализировать закон изменения напряжения в декельном материале по ширине площадки печатного контакта, то оно от максимума (в середине полосы печатного контакта) постепенно понижается до нуля (в момент выхода из контакта печатной пары).

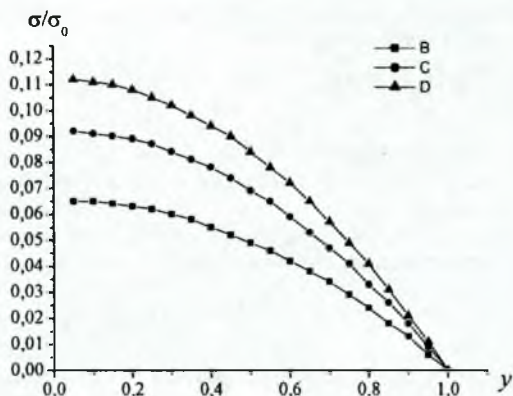


Рис. 4. Зависимость напряжения от деформации для однослойного декельного материала из неплавленого вулканизата: B — $E = 1,00$ МПа; C — $E = 1,41$ МПа; D — $E = 1,71$ МПа.

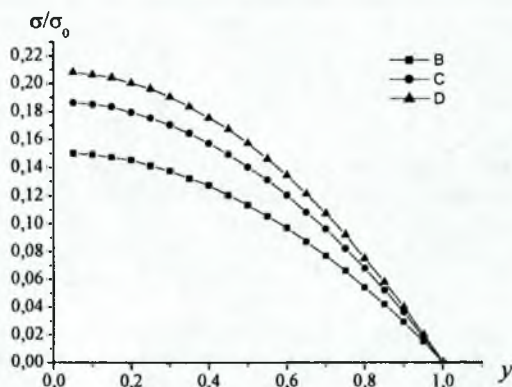


Рис. 5. Зависимость напряжения от деформации для однослойного декельного материала из неплавленого вулканизата (30 вес. частей сажи): B — $E = 2,30$ МПа; C — $E = 2,85$ МПа; D — $E = 3,18$ МПа.

Существующие в настоящее время подходы к исследованию технологических печатных свойств бумаги, декелей и других материалов носят эмпирический характер и не всегда учитывают все нюансы поведения материалов при печати, а также содержат

большое количество допущений, упрощающих данный процесс. Новый, предлагаемый в данной статье подход позволяет учесть вклад неоднородностей упругих свойств материалов на распределение давления по всей контактной зоне.

Список литературы

1. Пиотух И. Г., Кулак М. И., Боброва О. П. Влияние фрактальных особенностей структуры на физико-механические свойства печатной бумаги // Труды БГТУ: Физико-математические науки. — Минск, 2000. — Вып. 8. — С. 73—81.
2. Кулак М. И. Влияние структурных неоднородностей на упругие свойства фрактальных дисперсных систем // Доклады Академии наук БССР. — 1991. — Т. 35, № 8. — С. 704—707.
3. Кулак М. И. Фрактальная механика материалов. — Мн.: Выш. шк., 2002. — 304 с.
4. Лиштван И. И., Богатов Б. А., Кулак М. И. Фрактальные аспекты физико-химии дисперсных систем // Изв. Академии наук Беларуси: Сер. хим. наук. — 1992. — № 5—6. — С. 13—20.
5. Митрофанов В. П., Тюрин А. А., Бирбраер Е. Г. Печатное оборудование. — М.: Издательство МГУП, 1999. — 443 с.
6. Кулак М. И., Старченко О. П. Расчет упругих свойств декаля с учетом фрактальной неоднородности поверхностей печатного контакта // Труды БГТУ. Сер. IX. Издательское дело и полиграфия. — Минск, 2002. — Вып. X. — С. 55—60.
7. Старченко О. П. Расчет упруго-прочностных свойств декельных композиций. // Труды БГТУ. Сер. IX. Издательское дело и полиграфия. — Минск, 2003. — Вып. XI. — С. 59—64.
8. Пиотух И. Г., Кулак М. И., Боброва О. П. Влияние фрактальных особенностей структуры на физико-механические свойства печатной бумаги // Труды БГТУ: Физико-математические науки. — Минск, 2000. — Вып. VIII. — С. 73—81.
9. Терминологический справочник по резине. Ф. А. Махлис, Д. Л. Федюкин. — М.: Химия, 1989. — 400 с.
10. Справочник резинщика. Материалы резинового производства. П. И. Захарченко, Ф. И. Яшунская, Ф. В. Евстафьев. — М.: Химия, 1971. — 608 с.
11. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. — М.: Мир, 1982. — 334 с.

УДК 621.791.92

ЛЕЗВИЙНАЯ ОБРАБОТКА КЕРАМИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Поболь И. Л., Куликов Г. П.

Физико-технический институт НАН Беларуси, Минск, Беларусь
beloto@user.unibel.by

ВВЕДЕНИЕ

Современные конструкционные керамики и композиционные материалы все шире применяются для производства деталей машин и оборудования. В настоящее время все большие объемы перекачиваемых жидкостей приходится на химически активные, агрессивные и абразивосодержащие среды. При изготовлении насосов, служащих для перекачивания таких сред, используются торцовые уплотнения с элементами из керамики. По сравнению с традиционными материалами для изготовления пар трения керами-