

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПРИНЦИП ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Соиск., ст. преп. Кузнецов А.А.

(Витебский государственный технологический университет)

При проведении имитационного моделирования испытаний было отмечено, что на реализацию значения исследуемого показателя качества существенное влияние оказывают не только исходные параметры модели, но и факторы, характеризующие условия проведения исследований. К таким факторам следует отнести следующие: вид сеанса моделирования (единичный или групповой), средний шаг неравномерности, значение приращения растягивающей силы и т.д., результатом воздействия которых является значительный разброс реализации исследуемого показателя качества, например предела прочности [1].

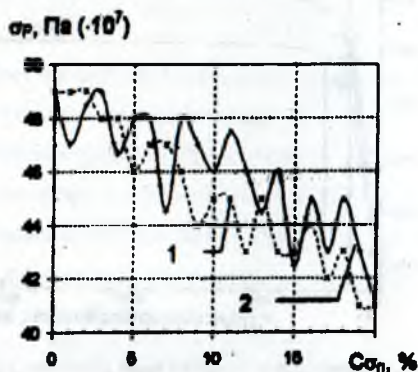


Рис. 1. Реализация предела прочности σ_p одиночной нити при изменении нестабильности по условному пределу пластичности $C\sigma_n$ для различных видов сеанса моделирования. (1-реализация $\sigma_p(C\sigma_n)$ при групповом сеансе ($m=50$); 2-реализация $\sigma_p(C\sigma_n)$ при единичном сеансе ($m=1$))

На рис.1. представлены реализации предела прочности $\sigma_p(C\sigma_n)$ при изменении вариации условного предела пластичности для различных сеансов моделирования (единичного или группового). Групповое моделирование заключается в многократном повторении ($m=50$) единичного. Результатом в таком

случае является усредненное по m значение исследуемого параметра. Вследствие этого, исследуемый при моделировании показатель качества (например, предел прочности) можно рассматривать, как некоторую случайную функцию $^{(s)}X(C)$ от вариации по выбранному физико-механическому свойству C .

Это позволит произвести количественную оценку влияния различных вариаций по механическим свойствам нити на предел прочности, а также уменьшить разброс реализации исследуемого показателя качества одиночной нити.

Такое представление исследуемого параметра широко применимо в параметрическом подходе прогнозирования надежности сложных технических систем [2]. В соответствии с теорией параметрической надежности контролируемый (исследуемый) параметр представляется в следующем структурном виде:

$$^{(s)}X(C) = X_0 + ^{(s)}\eta(C) + ^{(s)}\psi(C), \quad (1)$$

где X_0 - значение исследуемого показателя при отсутствии вариации ($C \rightarrow 0$);

$^{(s)}\eta(C)$ - функция тренда параметра; $^{(s)}\psi(C)$ - флуктуации параметра; (знак (s) указывает на случайный характер составляющей).

Для выявления общих закономерностей изменения исследуемого показателя качества от нестабильностей по механическим свойствам одиночной нити необходимо решить задачу анализа реализации и выделения тренда параметра $^{(s)}\eta(C)$ [2].

Выделение тренда параметра может осуществляться либо на основе применения полной системы ортогональных функций (полиномов), либо представлением тренда параметра в виде простейших функций (линейной, степенной, экспоненциальной и т.д.) [2].

При применении полной системы ортогональных функций, функция тренда параметра $^{(s)}\eta(C)$ представлялась в следующем виде:

$$^{(s)}\eta(C_j) = \sum_i a_i \cdot \varphi_i(C_j) \quad (2)$$

где $\varphi_1(C_j), \varphi_2(C_j), \dots$ - полная система ортогональных функций (полиномов); $\varphi_i(C_j)$ - полином i -той степени по C_j ; $a_1, a_2, \dots$ - полиномиальные коэффициенты.

Ортогональность полиномов $\varphi(C_j)$ с весом равным 1 означает выполнение следующих условий:

$$\sum_{j=1}^n \varphi_j(t_j) \varphi_k(t_j) = \delta_{jk} \dots \dots \dots (3)$$

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1, j = k \\ 0, j \neq k \end{cases} \dots \dots \dots (4)$$

где j – номер дискретного измерения в сеансе моделирования; n – общее количество наблюдений в сеансе моделирования.

Общий подход выделения функции тренда $^{(s)}\eta(C)$ на основании применения полной системы ортогональных полиномов подробно изложен в [2]. Но данный подход не может ответить на вопрос об оптимальности степени полинома m , с точки зрения физических процессов протекающих в системе. Из анализа физических явлений, протекающих при деформировании и разрыве одиночной нити, следует логическое предположение о том, что функцию тренда параметра $^{(s)}\eta(C)$ можно считать кусочно-монотонной. Естественно также предположение о том, что скорость функции тренда $\partial\eta(t_j)/\partial C$, как на участке наблюдения, так на участке прогнозирования, при условии существования данной задачи, должна быть знакоопределенной. Этот факт учитывается при выборе максимальной степени полинома. Несмотря на случайность функции (2), как правило, существуют такие значения вариации, в которых значения функции тренда $^{(s)}\eta(C)$ (или скорости функции тренда $\partial\eta(t_j)/\partial C$) доподлинно известно или заданно. Такие точки C_p на графике будем называть реперными точками. Задача нахождения функции тренда $^{(s)}\eta(C_j)$ с учетом вышеизложенного сводится к минимизации среднеквадратического отклонения σ_x (СКО) при условии, что функция тренда параметра проходит через реперные точки. Для учета реперных точек использовался метод неопределенных множителей Лагранжа.

Функция S представлялась в следующем виде:

$$S = \sum_{j=1}^n (X(t_j) - \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(t_j))^2 + \sum_{k=1}^L \lambda_k (\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(tp_k)) \dots \dots \dots (5)$$

Минимизируя S по $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ и учитывая условия (3), (4), были получены выражения для полиномиальных коэффициентов:

$$a_i = \frac{2 \sum_{j=1}^n X(t_j) \varphi_i(t_j) - \sum_{k=1}^L \lambda_k \varphi_i(tp_k)}{2 \sum_{j=1}^n \varphi_i^2(t_j)} \dots \dots \dots (6)$$

где $X(C_j)$ - реализация случайного значения исследуемого параметра; L - общее количество реперных точек; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$ - неопределенные множители Лагранжа.

жа; $\varphi_i(C_j)$ - полином i -той степени по C_j ; n - количество измерений в сеансе моделирования.

Для нахождения неопределенных множителей Лагранжа, подставляя (6) в (2), получаем систему линейных уравнений размерностью $[LXL]$:

$$\left. \begin{aligned} \eta(tp_1) &= \sum_{i=0}^m \frac{(2 \sum_{j=1}^n X(t_j) \varphi_i(t_j) - \sum_{k=1}^L \lambda_k \varphi_i(tp_k)) \cdot \varphi_i(tp_1)}{2 \sum_{j=1}^n \varphi_i^2(t_j)} \\ \eta(tp_2) &= \sum_{i=0}^m \frac{(2 \sum_{j=1}^n X(t_j) \varphi_i(t_j) - \sum_{k=1}^L \lambda_k \varphi_i(tp_k)) \cdot \varphi_i(tp_2)}{2 \sum_{j=1}^n \varphi_i^2(t_j)} \\ &\dots\dots\dots \\ \eta(tp_L) &= \sum_{i=0}^m \frac{(2 \sum_{j=1}^n X(t_j) \varphi_i(t_j) - \sum_{k=1}^L \lambda_k \varphi_i(tp_k)) \cdot \varphi_i(tp_L)}{2 \sum_{j=1}^n \varphi_i^2(t_j)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

Решая данную систему уравнений совместно, можно определить численные значения неопределенных множителей Лагранжа и как следствие - значения полиномиальных коэффициентов a_i .

При выделении функции тренда параметра на основе математической модели (1)-(6) аналитическое представление полиномиальных коэффициентов a_i для случая привязки функции тренда к одной реперной точке по значению, имеет следующий вид:

$$a_i = \frac{\sum_{j=1}^n X(C_j) \cdot \varphi_i(C_j) + R_i}{\sum_{j=1}^n \varphi_i^2(C_j)}, \quad (8)$$

где

$$R_i = \varphi_i(C_{p_l}) \cdot \left[\frac{\eta(C_{p_l}) - \sum_{i=0}^m \frac{\varphi_i(C_{p_l}) \sum_{j=1}^n X(C_j) \cdot \varphi_i(C_j)}{\sum_{j=1}^n \varphi_i^2(C_j)}}{\sum_{i=0}^m \frac{\varphi_i^2(C_{p_l})}{\sum_{j=1}^n \varphi_i^2(C_j)}} \right]$$

Предложенный подход выделения функции тренда параметра был применен авторами для решения задачи обеспечения и прогнозирования надежности парокompрессионных установок. Но дальнейшие исследования в данной области указывают на то, что наряду с высокой точностью оценки функции тренда параметра, данный подход имеет довольно существенный недостаток. Он заключается в том, что полиномиальные коэффициенты a_i не обладают информацией о физической сущности физических процессов, которые возникают при испытании. Также отсутствует возможность количественной сопоставимости влияния различных нестабильностей по механическим свойствам нити на исследуемый показатель качества. Вследствие этого, выделение функции тренда параметра $^{(3)}\eta(C)$ на основе применения полной системы ортогональных функций (полиномов) рекомендуется производить для выявления общих закономерностей изменения исследуемого показателя в случаях ограниченной выборки, а также для уменьшения материальных и временных затрат в ходе проведения эксперимента.

Литература

- Кузнецов А.А. Исследование влияния продольной гетерогенности механических свойств одиночной нити на прочностные характеристики. / Тезисы докладов международной научно-технической конференции «Современные наукоемкие технологии и перспективные материалы текстильной и легкой промышленности» (ПРОГРЕСС-2000). Иваново, ИГТА - 2000.
- Методические рекомендации по выбору показателей параметрической надежности. М.: "Институт машиноведения и госстандарт", 1987 г. - 120 с.